الجمهورية العربية السورية

جامعة البعث

كلية العلوم

قسم الرياضيات

مقارنة بعض الطرائق المباشرة لحل جمل المعادلات الخطية خماسية الأقطار

دراسة أعدت لنيل درجة الماجستير في التحليل الرياضي

إعداد

سهام عزالدين الحدو

باشراف الدكتور

زكريا زكريا

أستاذ مساعد في قسم الرياضيات

العـــــام الدراســـــي

٢٠١٤

Al baath university

Faculty of science

Department of mathematics

Comparison of Some Direct Methods for Solving Pentadiagonal Linear Systems of Equations

Submitted by:

Seham ezalden alhedo

Supervision by:

Dr. Zakarya Zakarya

2014 - 1435

ملخص الأطروحة

الفصل الأول

نعرض في هذا الفصل لمحة عن جمل المعادلات الخطية خماسية الأقطار و بعض التطبيقات العملية و الهندسية التي تؤول إلى هذا النوع . إضافة إلى ذلك نعرض بإيجاز:

- كيف نحل جمل المعادلات الخطية خماسية الأقطار؟

الفصل الثاني

- عرضنا في هذا الفصل طرائق حل جمل المعادلات الخطية خماسية الأقطار وفق الخوارزميات المعتمدة في لغة **Matlab**. تشمل هذه الخوارزميات الأوامر:
  - الأمر **inv**
  - الأمر **slash** ، **** ،
  - تحليل **[L,U,P]=lu(A)**.
  - تحليل **[L,U]=lu(A)**.
  - تحليل **[Q,R]=qr(A)**.
- أجرينا مقارنات عددية لإيجاد الحل الفعال لجمل المعادلات الخطية خماسية الأقطار بتطبيق الخوارزميات المذكورة أعلاه.
- أجرينا مقارنات عددية بين الأوامر المذكورة أعلاه و قاعدة كرامر لمعرفة أدائها في حل جمل المعادلات الخطية خماسية الأقطار من حيث زمن التنفيذ و الدقة للحصول على الحل المنشود.

الفصل الثالث

صنفنا في هذا الفصل طريقة تعتمد على حذف غاوس التقدمي مع طريقة التعويض التراجعي. تدعى هذه الطريقة طريقة توماس **(Thomas)**. رمزنا لهذه الطريقة اختصاراً بالرمز **Thomas1**. كما أجرينا تعديلاً على هذه الطريقة يعتمد على حذف غاوس التراجعي مع طريقة التعويض التقدمي. نرمز للطريقة المعدلة اختصاراً بالرمز **Thomas2** .

أجرينا العديد من التنفيذات الحاسوبية لتوضيح فعالية الخوارزميتين Thomas1 و Thomas2 في حل جمل المعادلات الخطية خماسية الأقطار. نقارن الخوارزميتين Thomas1 و Thomas2 مع الخوارزميتين A\b-Matlab و [L,U]=lu(A)-Matlab في حل مسائل الإختبار نفسها لتوضيح أدائها من حيث زمن التنفيذ و الدقة للحصول على الحل المطلوب.

الفصل الرابع

صنفنا في هذا الفصل ثلاث طرائق لحل جمل المعادلات الخطية خماسية الأقطار. تعتمد هذه الطرائق على تحليل LU وفق طريقة دوليتل و تحليل LU وفق كراوت و تحليل LU مع قاعدة كرامر. رمزنا لطريقة تحليل LU وفق طريقة دوليتل بالرمز DM-LU بينما رمزنا لطريقة تحليل LU وفق طريقة كراوت بالرمز CM-LUو لطريقة تحليل LU مع قاعدة كرامر بالرمز Cr-LU. أجرينا العديد من التنفيذات الحاسوبية لتوضيح فعالية الخوارزميات DM-LU و CM-LU و Cr-LUفي حل جمل المعادلات الخطية خماسية الأقطار.

قارنا الخوارزميات DM-LU و CM-LU و Cr-LU مع جميع الخوارزميات المدروسة في الفصل الثالث وهي Thomas1 و Thomas2 و A\b-Matlab و [L,U]=lu(A)-Matlab في حل مسائل الاختبار نفسها لتوضيح أدائها من حيث زمن التنفيذ و الدقة في الحصول على الحل المنشود.

الفصل الخامس

صنفنا في هذا الفصل طريقتين لحل جمل المعادلات الخطية خماسية الأقطار. تعتمد هاتان الطريقتان على إيجاد مقلوب مصفوفة خماسية الأقطار. رمزنا للطريقة الأولى بالرمز Penta-inv1 بينما رمزنا للطريقة الثانية بالرمز Penta-inv2. أجرينا العديد من التنفيذات الحاسوبية لتوضيح فعالية الخوارزميتين Penta-inv1 و Penta-inv2 في حل جمل المعادلات الخطية خماسية الأقطار.

كما قارنا الخوارزمية Penta-inv1 مع قاعدة كرامر و $[L,U] = lu(A) \quad with \quad x = inv(U) * inv(L)$.

وقارنا خوارزمية Penta-inv2 مع خوارزمية DM-LU و الأمرين A\b-Matlab ، inv(A)-Matlab في حل مسائل الاختبار نفسها لتوضيح أدائها من حيث زمن التنفيذ و الدقة في الحصول على الحل المنشود.

الفصل السادس

ذكرنا في هذا الفصل بعض التطبيقات العلمية و الهندسية التي تظهر فيها جمل المعادلات الخطية خماسية الأقطار و منها مسائل القيم الحدية و المعادلات التفاضلية الجزئية اللاخطية.

Abstract of the Thesis

The thesis contains six chapters.

Chapter 1:

In this chapter, we presented a review of pentadiagonal linear systems of equations and some applications. We discussed the basic concepts regarding pentadiagonal linear systems of equations. Finally, we showed what are the numerical methods for solving pentadiagonal linear systems of equations.

Chapter 2:

In this chapter, we discussed methods for solving pentadiagonal systems of equations using the algorithms based on Matlab-statements. These methods includes the following:

- The statement inv.
- The statement **Slash** (\ ).
- The statement [L,U,P]=lu(A), lup factorization.
- The statement [L,U]=lu(A), lu factorization.
- The statement [Q,R]=qr(A), lu factorization.

We made numerical comparisons among the mentioned above methods and the following direct method -Cramer 's rule- to show their performances in the soluion of pentadiagonal linear

systems of equations from the view point of CPU time and the accuracy required to obtain the desired solution.

Chapter 3:

In this chapter , we introduced a method for finding the solution of pentadiagonal linear systems of equations.

This method depends on forward Gauss elimination with backward substitution. We denoted this method by symbol Thomas. We made modification on this method based on backward Gauss elimination with forward substitution. We denoted to this method by symbol Thomas2 . several numerical computer running were carried out to illustrate the efficiency of the algorithms Thomas1 and Thomas2 in the solution of pentadiagonal linear systems of equations. However, a comparison made between the methods Thomas1 and Thomas2 and the algorithms A\b-Matlab and [L,U]=lu (A)-Matlab to show the performance of these methods in the solution of pentadiagonal linear systems of equations from the view point of CPU tim and accuracy to obtain the desired solution.

Chapter 4:

In this chapter, we introduced three methods for finding the solution of pentadiagonal linear systems of equations. The three methods depend on the:

1. Doolittle's method - based LU factorization.

2.Crout's method - based LU factorization.

3. LU factorization with Cramer's rule.

We denoted the Doolittle's method-based LU factorization by symbol DM-LU, and we denoted the Crout's method–based LU factorization by symbol CM-LU, while we denoted the LU factorization with Cramer's rule by symbol Cr-LU. Several numerical computer running were carried out to illustrate the efficiency of the algorithms DM-LU , CM-LU and Cr-LU in the solution of pentadiagonal linear systems of equations. However, a comparison made between the methods DM-LU , CM-LU , Cr-LU, Thomas1 and Thomas2 to show the performance of these methods in the solution of pentadiagonal linear systems of equations from the view point of CPU time and accuracy to obtain the desired solution.

Chapter 5:

In this chapter, we introduced two methods for finding the solution of pentadiagonal linear systems of equations. The two methods depend on the find the inverse of general pentadiagonal matrix.

We denoted the first method by symbol Penta-inv1, while we denoted the second method by symbol Penta-inv2. Several numerical computer running were carried out to illustrate the efficiency of the algorithms Penta-inv1 and Penta-inv2 in the solution of pentadiagonal linear systems of equations. However, a comparison made between the methods Penta-inv1, Penta-inv2, [L,U]=lu (A)-Matlab , [Q,R]=qr (A)-Matlab and inv(A)-Matlab to show the performance of these methods in the solution of pentadiagonal linear systems of equations from the view point of CPU time and accuracy to obtain the desired solution.

Chapter 6:

In this chapter, we presented some applications of pentadiagonal linear systems of equations.