الجمهورية العربية السورية

جامعة البعث

كلية العلوم

قسم الرياضيات

قابلية جمع مشتقة متسلسلة فورييه ومرافقتها بطريقة نيورلند والطريقة المصفوفيّة

دراسة أعدت لنيل درجة الماجستير في الرياضيات البحتة

إعداد الطالب

عبد الهادي محمد كرزون

إشراف

الدكتور محمد عامر

أستاذ مساعد في قسم الرياضيات

العام الدراسي

2015-2016 م

1437 هـ

Syrian Arab Republic

Al-Baath University

Faculty of Science

Department of Mathematics

The Summability Of Derived Fourier Series And Its Conjugate By Nörlund And Matrix Methods

Submitted to M.SC.Degree in Pure Mathematics

Submitted by

Abdelhadi Karazon

Supervision by

Dr. Mohammad Amer

Academic Year

2015-2016

1437

ملخص

قمنا في هذه الرسالة بدراسة قابلية جمع المتسلسلتين : $\sum_{n=1}^{\infty} nB_n(x) , -\sum_{n=1}^{\infty} nA_n(x)$
وذلك بطريقة نيورلند والطريقة المصفوفيّة ، والمتسلسلتين :
$\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} m.n.B_{m,n}(x,y) , \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} m.n.A_{m,n}(x,y)$

بالطريقة المصفوفيّة المضاعفة .

وذلك وفق ما يلي :

الفصل الأول : نذكر تعاريف لبعض طرائق قابلية الجمع ، كطرائق سيزارو ونيورلند ونيورلند المعممة والطريقة المصفوفيّة ، وعلاقة هذه الطرائق ببعضها .

الفصل الثاني :

يحتوي على مبرهنتين ، في الأولى سنعتبر أن الدالة f محدودة التغير وقابلة للمكاملة وفق ليبيغ ودورية دورها 2π .

وسنجد أن المتسلسلة $\sum_{n=1}^{\infty} nB_n(x)$ قابلة للجمع بطريقة نيورلند (N,p_n) إلى المجموع $\grave{f}(x)$.

وفي المبرهنة الثانية سنعتبر أن الدالة f قابلة للمكاملة وفق ليبيغ ودورية دورها 2π .

وسنبين أن المتسلسلة $\sum_{n=1}^{\infty} nA_n(x)$ – قابلة للجمع بطريقة نيورلند (N,p_n^{α})

إلى المجموع : $H(x) = -\frac{1}{4\pi}\int_0^{\pi} h(t).cosec^2\frac{1}{2}tdt$

حيث إن :

$$h(t) = f(x+t) + f(x-t) - 2f(x)$$

الفصل الثالث :

يتضمن ثلاث مبرهنات ، في الأولى : الدالة f قابلة للمكاملة وفق ليبيغ على المجال $[-\pi,\pi]$ ودورية دورها 2π ، والمصفوفة $T = \left(a_{n,k}\right)$ نظامية ومثلثية سفلى ، وسنجد أن المتسلسلة $\sum_{n=1}^{\infty} nB_n(x)$ قابلة للجمع بالطريقة المصفوفيّة التي مصفوفتها T إلى المجموع $\grave{f}(x)$ ، وفي الثانية تكون الدالة f قابلة للمكاملة وفق ليبيغ ودورية دورها 2π .

والمصفوفة $A = \left(a_{n,k}\right)$ نظامية لكنها ليست مثلثية بشكل عام .

وفي الثالثة سنعتبر الدالة $g(t)$ محدودة التغير على المجال $[0,\pi]$ ، حيث إن

$$g(t) = \frac{\psi(t)}{4\, sin\frac{t}{2}} - c \quad , \psi(t) = f(x+t) - f(x-t)$$

والمصفوفة $\Lambda = \{d_{n,k}\}$ نظامية ، وتحقق :

$$\Lambda = \{d_{n,k}\}\, ; n, k = 0,1,2, \dots , d_{n,0} = 1$$

$$\Delta d_{n,k} = d_{n,k} - d_{n,k+1}$$

$$\sigma(n) = \sum_{k=0}^{n} \Delta d_{n,k}. S(k)$$

وفي الفصل الرابع : توجد مبرهنتين ، في الأولى الدالة f قابلة للمكاملة وفق ليبيغ على المجال $[-\pi, \pi]$، ودورية ودورها 2π، والمصفوفة $T = (a_{n,k})$ نظامية ومثلثية سفلى .

وبذلك تكون المتسلسلة $\sum_{n=1}^{\infty} nA_n(x)$ قابلة للجمع بالطريقة المصفوفيّة إلى المجموع التالي :

$$H(x) = -\frac{1}{4\pi}\int_0^{\pi} h(t). cosec^2\frac{1}{2}tdt$$

وفي المبرهنة الثانية : تخضع الدالة f إلى نفس شروط المبرهنة الأولى .

أما الفصل الخامس فيحتوي على تطبيقات لقابلية جمع المتسلسلة $\sum_{n=1}^{\infty} nB_n(x)$ بالطريقة المصفوفيّة التي مصفوفتها تكتب بالشكل : $A = \{a_{n,k}\} = \left\{\frac{1}{k\, log\, n}\right\}$.

وأخيراً الفصل السادس ، فهو يتألف من مبرهنتين ، في الأولى تكون المتسلسلة التالية : $\sum_{=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} m. n. B_{m,n}(x, y)$ قابلة للجمع بالطريقة المصفوفيّة المضاعفة إلى المجموع $\frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial x \partial y}$.

وفي المبرهنة الثانية ، تكون المتسلسلة : $\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} m. n. A_{m,n}(x, y)$ قابلة للجمع بالطريقة المصفوفيّة المضاعفة إلى المجموع التالي :

$$\frac{1}{16\pi^2}\int_0^{\pi}\int_0^{\pi} h(s,t). cosec^2\frac{s}{2}. cosec^2\frac{t}{2}dsdt - \frac{1}{4\pi}\int_0^{\pi} h_1(s). cosec^2\frac{s}{2}ds - \frac{1}{4\pi}\int_0^{\pi} h_2(t). cosec^2\frac{t}{2}dt$$

Summary

The Summability Of Derived Fourier Series and Its Conjugate By Nörlund and Matrix Methods

In this thesis we will study the summability of the two series $\sum_{n=1}^{\infty} nB_n(x)$, $-\sum_{n=1}^{\infty} nA_n(x)$ by Nörlund method and Matrix method and the two series $\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} m.n.B_{m,n}(x,y)$, $\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} m.n.A_{m,n}(x,y)$ by the Double Matrix method .

:According to

Chapter1 : we will mention difinitions of some summability methods like Cesaro, Nörlund, generalized Nörlund, Matrix method and the relation of Nörlund method and Matrix method to these methods .

Chapter2 : contains two theorems, in the first we consider the function f is bounded variation and integrable in the sense of Lebesgue and periode withperiod 2π .

We will find that the series $\sum_{n=1}^{\infty} nB_n(x)$ summable in Nörlund (N, p_n) to the sum $\grave{f}(x)$.

In the second theorem we consider the function f is integrable in the sense of Lebesgue and periode with period 2π, we will show the series $-\sum_{n=1}^{\infty} nA_n(x)$ is summable in Nörlund method $(N, p_n^{\alpha})$to the sum

$H(x) = -\frac{1}{4\pi}\int_0^{\pi} h(t).cosec^2\frac{1}{2}tdt$ where

$$h(t) = f(x+t) + f(x-t) - 2f(x)$$

Chapter3 : contains three theorems, in the first one function f is integrable in the sense of Lebesgue to the interval $[-\pi,\pi]$ and periode with period 2π, and the Matrix $T = \left(a_{n,k}\right)$ is regular and lower triangular .

And the series $\sum_{n=1}^{\infty} nB_n(x)$ summable in the Matrix mean to the sum $\grave{f}(x)$.

In the second : the function f is integrable in sense of Lebesgue and periode with period 2π and Matrix $A = (a_{n,k})$ is regular but not generalized triangular .

In the third : we consider the function $g(t)$ is bounded variation at the interval $[0, \pi]$ where

$$g(t) = \frac{\psi(t)}{4\, sin\frac{t}{2}} - c \ \ , \psi(t) = f(x+t) - f(x-t)$$

And the Matrix $\Lambda = \{d_{n,k}\}$ is regular

$$\Lambda = \{d_{n,k}\}\,; n, k = 0,1,2, \dots, d_{n,0} = 1$$

$$\Delta d_{n,k} = d_{n,k} - d_{n,k+1}$$

$$\sigma(n) = \sum_{k=0}^{n} \Delta d_{n,k}.S(k)$$

Chapter4 : consisting of two theorems, in the first one function f is integrable in the sense of Lebesgue to the interval $[-\pi,\pi]$ and periode with period 2π, and the Matrix $T = (a_{n,k})$ is regular and lower triangular .

And the series $\sum_{n=1}^{\infty} nA_n(x)$ summable in the Matrix mean to the sum

$$H(x) = -\frac{1}{4\pi}\int_{0}^{\pi} h(t).cosec^2\frac{1}{2}tdt$$

Where

$$h(t) = f(x+t) + f(x-t) - 2f(x)$$

In the second theorem : the function f is submitted to the same conditions of the first one .

Chapter5 : contains the applications of Matrix method whose Matrix

$A = \{a_{n,k}\} = \left\{\frac{1}{k\, log\, n}\right\}$ at the series .

Chapter6 : consisting of two theorems, in the first the series $\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} m.n.B_{m,n}(x,y)$ is summable in the double Matrix mean to the sum $\frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial x \partial y}$.

In the second the series $\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} m.n.A_{m,n}(x,y)$ is summable in the double Matrix mean to the sum

$$\frac{1}{16\pi^2}\int_0^{\pi}\int_0^{\pi} h(s,t).cosec^2\frac{s}{2}.cosec^2\frac{t}{2}dsdt-\frac{1}{4\pi}\int_0^{\pi} h_1(s).cosec^2\frac{s}{2}ds$$
$$-\frac{1}{4\pi}\int_0^{\pi} h_2(t).cosec^2\frac{t}{2}dt$$