وزارة التعليم العالي
جامعة البعث
كلية العلوم
قسم الرياضيات

دراسة مقارنة لبعض طرائق حل مسائل المرونة

دراسة أعدت لنيل درجة الماجستير في الرياضيات اختصاص ميكانيك رياضي

إعداد

باسل عبد المسيح سعد

إشراف

الأستاذ الدكتور منتجب الحسن

للعام الدراسي ٢٠١٦م – ١٤٣٧ هـ

Syrian Arab Republic
Al-Baath University
faculty of sciences
Department of mathematics

A Comparative Study of Some Methods of Solving the Problems of Elasticity

Dissertation for m.sc degree in mathematical mechanics

Submitted By :
Basel Saad

Supervised by :
Associate Professor : Mountajab AL-Hasan
Department of mathematics

Faculty of science
Al-Baath University

1437 – 2016

ملخص الرسالة

موضوع الرسالة هو الأوساط المستمرة من النمط المرن، وذات التشوهات الصغيرة والتي تُدعى ب (**الأجسام الصلبة**)، والتي وضع نموذجها الرياضي (المُدعو ب**الوصف التقليدي**) العديد من الباحثين الرياضيين : مثل **إيريغن** و **نوفاتسكي** و**دروبوت** ..... الخ.

تتألف الرسالة من **ست** فصول :

في **الفصل الأول:** تم عرض جميع الملاحظات والمبرهنات و النتائج التي تلزمنا في باقي فصول الرسالة. كعرض ١٦ مسألة توافق الحالة التحريكية والحالة السكونية لجسم **هوك** المرن من أجل حالتي التجانس وعدم التجانس والإيزوتروبية والأنيزوتروبية

كما تم عرض مسألتي الحالة المستوية للانفعالات والحالة المستوية المعممة للإجهادات من أجل حالتي التجانس وعدم التجانس والإيزوتروبية والأنيزوتروبية. بعدها قمنا بعرض ما يلزمنا من نتائج وتعاريف ومبرهنات من الهندسة التفاضلية والتحليل التنسوري. واختتمنا الفصل الأول بمعادلات **بيلترامي-ميشيل** التي انطلقوا في استنتاجها من معادلات **سيزر** في توافق الانفعالات.

في **الفصل الثاني:** تم عرض معادلات **بيلترامي-ميشيل** المعممة والتي تمثل شرطاً لازم وغير كاف لتحقق معادلات المرونة، كما تم عرض معادلات أخرى بالاجهادات دُعيت فيما بعد بمعادلات **إغناتشاك** بالإجهادات. وذلك من خلال عدة مبرهنات أثبت فيها الباحث تكافؤ حل معادلاته مع حل معادلات المرونة. و أثبت الباحث في هذا الفصل وحدانية حل معادلاته.

في **الفصل الثالث:** قام الباحث **إغناتشاك** بإثبات الوجود للحل المعمم لمعادلاته، حيث استخدم في ذلك التحليل التابعي من خلال نتائج وتعاريف ومبرهنات.

في **الفصلين الرابع والخامس** قام الباحث **فوينر** بإثبات وحدانية حل معادلات **بيلترامي-ميشيل** المعممة من أجل شروط حدية معينة معطاة.

الفصل السادس: يحتوي على نتائج بحثي، حيث يتضمن مناقشة معادلات بيلترامي-ميشيل المعممة إلى الحالة التحريكية في أي نظام إحداثي منحنٍ كيفي.

The Summary of the Dissertation of Title

"A Comparative Study of Some Methods of Solving the Problems of Elasticity "

Submitted by: Basel Saad

Supervised by: Associate Professor : Mountajab AL-Hasan

This dissertation concerns the mathematical models of continuous media of elastic type of infinitesimal deformations, which called solids, discussed by many researchers, such **Eringen**, **Nowacki** , **Drobot**, and … etc.

This dissertation contains six sections .

The first section : contains the mathematical introduction, shows all the theorems , conclusions , definitions , and notices, necessary from all mathematics branches, and especially from the differential geometry. It also, contains 16 problems, corresponding to the static and dynamic states of **Hoocke**'s elastic body of nonhomogeneous and homogeneous, anisotropic and isotropic states. We also, discuss the problems of plane state of strains, and the problems of generalized plane state of stresses for the **Hoocke**'s elastic body. We end this section by deriving the **Beltrami**-**Michell** equations, from the **Cesar** compatibility strain equations.

The second section : discuss the generalized **Beltrami**-**Michell** equations to the dynamic state of the homogeneous and isotropic **Hoocke**'s elastic body. We also, Show that this equations are necessary, but not sufficient for the linear elastodynamics equations to be satisfied. In this section, and in another way we derive other equations of motion in stresses, which latter called the stress equations of motions of **Ignaczak** type, throw that we form and prove several theorems implying that this equations are necessary and sufficient for the linear elastodynamics equations to be satisfied .In this section, we also prove the solution uniqueness of the problem of stress equations of motion of **Ignaczak** type for the nonhomogeneous, anisotropic, bounded elastic **Hoocke**'s body.

The third section : prove the existence the generalized solution to the problem of stress equations of motion of **Ignaczak** type in the nonhomogeneous, isotropic, bounded **Hoocke**'s elastic body.

The fourth and fifth sections : discuss the solution uniqueness to the problem of generalized **Beltrami**-**Michell** equations with certain boundary conditions for the plane state of strains in the homogeneous, isotropic, and bounded **Hoocke**'s elastic body.

The sixth section: contains the results of original article published by us. This search contains discussing the generalized **Beltrami**-**Michell** equations for homogeneous, isotropic, and bounded **Hoocke**'s elastic body in an arbitrary curvilinear coordinate system .