



وزارة التعليم العالي  
جامعة البعث  
كلية العلوم  
قسم الرياضيات

# دراسة انفعالات وسط ماكي متصل من وجهة نظر الهندسة التفاضلية

دراسة أهدت لنيل درجة الماجستير في الرياضيات باختصاص ميكانيك  
رياضي

إعداد

أحمد القاسم

إشراف

الأستاذ الدكتور منتجب الحسن

الدكتور كامل محمد

للعام الدراسي ٢٠١١/٢٠١٢ م

Syrian Arab Republic  
Al-Baath University  
faculty of sciences  
Department of mathematics



# ***Studying the Strains in Continuum from the View of Deferential Geometry***

Dissertation for m.sc degree in mathematical mechanics

Submitted By :  
Ahmad Al Qasem

Supervised by :  
Associate Professor : Mountajab AL-Hasan : Department of mathematics  
Doctor : Kamel Mouhamad : Department of mathematics

Faculty of science  
Al-Baath University

1433 – 2012

## ملخص الأطروحة:

تتضمن الأطروحة على دراسة مفصلة، تتعلق بانفعالات وسط مادي مستمر؛ من وجهة نظر الهندسة التفاضلية، ومن وجهة النظر التقليدية، فيما يتعلق بالانفعالات اللاغرانجية، غير الخطية، والانفعالات اللاغرانجية الخطية، وهي تتألف من سبعة فصول:

الفصل الأول: وهو عبارة عن مقدمة في الهندسة التفاضلية. وتحتوي هذه المقدمة على كل ما يلزم باقي فصول الأطروحة، من الحساب التنبؤي التفاضلي. الفصل الثاني تمت فيه مناقشة الانفعالات اللاغرانجية غير الخطية والخطية في نظام إحداثي منحني كفي. وانطلاقاً من معيار الإقليدية، بأن تنسور الفتل لأجل الفضاء الإقليدي ثلاثي البعد، يطابق الصقر، بالمعنيين اللاغرانجي والأولري، تم الحصول على معادلات الاستمرار بالانفعالات الخطية، اللاغرانجية للوسط المادي المستمر. أما الفصل الثالث فقد تم فيه استنتاج معادلات توافق الانفعالات لأجل نظام إحداثيات منحني، متعامد، كفي. من ثم تم أخذ الحالات الخاصة؛ النظامين: الأسطواني والأسطواني المنظم، النظامين: الكروي والكروي المنظم، والنظام الديكارتي. أما الفصل الرابع، فقد تمت فيه مناقشة العلاقات الهندسية في نظام إحداثي منحني كفي، متعامد، من ثم تم التطرق إلى أنظمة إحداثية منحنية، متعامدة شهيرة. كما يحوي الفصل الخامس معادلات توافق الانفعالات اللاغرانجية الخطية، بالطريقة التقليدية، بطريقة سيزار وبطريقة هينبوكيل، ذلك في الإحداثيات الديكارتية. كما يحتوي هذا الفصل على شئ جديد، يتمثل بتعميم طريقة هينبوكيل، التقليدية، إلى نظام إحداثيات، منحني كفي. الفصل السادس يدرس معادلات توافق الانفعالات المتناظرة محورياً. أما الفصل السابع والأخير، فهو يدرس لامتغيرات حالة الانفعالات، والمعنى الهندسي لها، من وجهة نظر التنسورات. ومن ثم نوقشت حالة الإحداثيات المنحنية المتعامدة. وبعدها تم التطرق إلى إحداثيات منحنية متعامدة، شهيرة.

## **The Summary of dissertation**

This dissertation contains an extended studying of continuum strains from the view of differential geometry and by means of classical way for the nonlinear and linear Lagrange strains. The dissertation has seven parts.

The first part is an introduction to differential geometry, which contains all things from tensor calculus, needed for further parts of the dissertation. In the second part, firstly, we discussed the nonlinear and linear Lagrange strains in arbitrary curvilinear coordinate system. Next, starting from the euclidean criterion, that Riemann–Christoffel tensor for three dimensional euclidean space, must vanish in the Lagrange and Euler senses, we derive the compatibility equations for the Linear Lagrange strains of the continuum. In the third part, firstly, we discuss the above mentioned compatibility equations when the curvilinear coordinate system is orthogonal. Then, we consider special cases; the cylindrical and spherical coordinate systems, the physical, cylindrical and spherical coordinate

systems, and the Cartesian coordinate system. In the fourth part ,firstly, we discuss the geometric relations for the linear Lagrange strain tensor, in arbitrary orthogonal curvilinear coordinate system. Next, we consider special, famous orthogonal curvilinear coordinate systems. The fifth part, includes the traditional Cesar and Heinbockel ways of deriving the compatibility strain equations, concerning the Cartesian components of the linear Lagrange strain tensor. The new results in this part consist in generalizing the Heinbockel traditional way from the Cartesian coordinate system to arbitrary curvilinear coordinate system. In the sixth part, we discuss the compatibility strain equations for the axisymmetric state of the strains. Finally, in the seventh part, firstly, we discuss the invariants of the strain state, and the geometrical sense of the nonlinear and linear Lagrange strain tensor components in arbitrary curvilinear coordinate system. Next, we discuss the case when the curvilinear coordinate system is orthogonal. Then, we discuss special, famous orthogonal curvilinear coordinate systems.