الجمهورية العربية السورية
جامعة البعث
كلية العلوم - قسم الرياضيات

رسالة أعدت لنيل درجة الماجستير في الرياضيات بعنوان :

دراسة استقرار جملة معادلات تفاضلية خطية ذات تأخير زمني بمعاملات تصادفيه

Study in Stability of Linear Delay Differential Equations system with Stochastic Coefficients

إعداد الطالبة
نورا سهيل حاكمه

إشراف الأستاذ الدكتور
سامح العرجة

العام الدراسي
٢٠١٢ م - ١٤٣٣هـ

Syrian Arab Republic

Al-Baath University

Faculty science – Department of Mathematices

The Thesis for M.sc. degree in Mathematics

study the stability of Linear delay differential equations system with stochastic coefficients

Submitted by

Noura Hakmi

Prof. D. Sameh AL-Arjeh

Department of Mathematics
Faculty science

ملخص باللغة العربية

استقرار جملة معادلات تفاضلية خطية ذات تأخير زمني بمعاملات تصادفيه

تتألف الأطروحة من مقدمة وثلاث فصول حيث عرضنا في الفصل الأول بعض المفاهيم الأساسية المتعلقة بالمعادلات التفاضلية و ثلاث طرق لدراسة استقرار الجملة :

$$\frac{dX(t)}{dt} = AX(t-\tau) \quad X(0) = X_0 \quad A = const \quad (1)$$

حيث توصلنا للمبرهنة

مبرهنة:

إذا كان الحل الصفري للجملة $X^{\cdot}(t) = AX(t)$ مستقر استقراراً مقارباً عندئذ يكون الحل الصفري للجملة (1) مستقراً إذا تحقق الشرط التالي :

$$\alpha\|X(t)\|^2 \le \left(M + V(X_0)\right) exp \frac{2}{\alpha}\int_0^t L(s)\|C\|ds$$

حيث

$$M = \sup_{-\tau\le t\le 0} V\left(X(t)\right)$$

كما تم عرض أهم النتائج لدراسة استقرار الحل لجملة معادلات تفاضلية لا توقفيه ذات تأخير من الدرجة الأولى :

$$\frac{dX(t)}{dt} = A(t)X(t-\tau) \ldots \quad (2)$$

$t \in (-\infty, \infty)$ و $A(t)$ مصفوفة الأمثال المتحولة .

و متمثلة بالمبرهنة .

مبرهنة :

إذا كان الحل الصفري للجملة $X^{\cdot}(t) = A(t)X(t)$مستقر استقراراً مقارباً عندئذ يكون الحل الصفري للجملة (2) مستقراً إذا تحقق الشرط التالي :

$$\alpha\|X(t)\|^2 \le \left(M + V(X_0)\right) exp \frac{1}{\alpha}\int_0^t 2L(s)\|C\| + \|C^{\cdot}\|ds$$

$$M = \sup_{-\tau\le t\le 0} V\left(X(t)\right)$$

في الفصل الثاني تمت معالجة النموذج :

$$\frac{dX(t)}{dt} = A(\xi(t))X(t-\tau) \qquad (3)$$

حيث $\xi(t)$ عملية ماركوفية تأخذ القيم $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$

و تم التوصل إلى المبرهنة .

مبرهنة :

إذا كان الحل الصفري للجملة
$X^{\cdot}(t) = A(\xi(t))X(t-\tau)$ مستقر استقرار مقارب عندئذ يكون الحل الصفري للجملة (3) مستقر إذا تحقق :

$$E_k\|X(s)\|^2 \le E_k\left((M + V(0))exp\frac{1}{\alpha}\int_0^t\left(2L(s)\|C\| + \left\|\sum_{s=1}^{q}\alpha_{sk}\right\|\right)ds\right)$$

تم عرض أهم النتائج المتعلقة بدراسة استقرار الحل للنموذج :

$$\frac{dX(t)}{dt} = A(t,\xi(t))X(t-\tau) \qquad (4)$$

من خلال المبرهنة .

مبرهنة :

إذا كان الحل الصفري للجملة $X^{\cdot}(t) = A(t,\xi(t))X(t-\tau)$ مستقر استقرار مقارب عندئذ يكون الحل الصفري للجملة (4) مستقر إذا تحقق :

$$E_k\|X(s)\|^2 \le E_k\Bigg((M + V(0))exp\frac{1}{\alpha}\int_0^t\left(2L(s)\|C\| + \|C\|\left\|\sum_{s=1}^{q}\alpha_{sk}\right\| + \left\|\frac{dC(s)}{dt}\right\|\right)ds\Bigg)$$

في الفصل الثالث تم عرض معالجة النموذج :

$$\frac{dX}{dt} = A_1(\xi(t))X(t) + A_2(t,\xi(t))X(t-\tau) + \sum_{k=1}^{n}B(\xi(t))X(t-\tau_k) \qquad (5)$$

$$X(0) = X_0$$

حيث $0 < \tau \le t$ ، $\xi(t)$ عملية ماركوفية تأخذ القيم $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$ وفق الاحتمالات :

$$p_k(t) = p(\xi(t) = \theta_k) \quad k = 1, \dots, q$$

و أهم النتائج المتمثلة بالمبرهنة التالية :

إذا كان الحل الصفري للجملة $X'(t) = \left(A_1(\xi(t)) + B(\xi(t))\right) X(t) + A_2(t, \xi(t)) X(t)$

مستقر استقرار مقارب عندئذ يكون الحل الصفري للجملة (5) مستقر إذا تحقق :

$$E_k \|X(s)\|^2 \le E_k \left((M + V(0)) \exp \frac{1}{\alpha} \int_0^t \left(2L(s)\|C\| + \|C\| \left\| \sum_{s=1}^{q} \alpha_{sk} \right\| + \left\| \frac{dC(s)}{dt} \right\| \right) ds \right)$$

ملخص باللغة الانكليزية

The subject of thesis is to study the stability of Linear delay differential equations system with stochastic coefficients

The thesis is composed of a preface three chapters and conclusion.

We exhibited in first chapter essential conceptis which are attached to differential equations and there ways to study the stability of solution of the system of form :

$$\frac{dX(t)}{dt} = AX(t-\tau) \quad X(0) = X_0 \quad A = const \quad (1)$$

And concluded the next theorem :

Theorem:

If the zero solution of system $X^{\cdot}(t) = AX(t)$ has a stable solution approximately then zero solution of system (1) has a stable if

$$\alpha\|X(t)\|^2 \leq \left(M + V(X_0)\right)exp\,\frac{2}{\alpha}\int_0^t L(s)\|C\|ds$$

$$M = \sup_{-\tau\leq t\leq 0} V\left(X(t)\right)$$

Also we exhibited the most important results is study of the solution's stability of delay the differential equations system of the form

$$\frac{dX(t)}{dt} = A(t)X(t-\tau) \ldots \quad (2)$$

Is the variable coefficients matrix $A(t)$، $\quad t \in (-\infty, \infty)$

Which are represented to next lemmas :

If the zero solution of system$X^{\cdot}(t) = A(t)X(t)$ has a stable solution approximately then zero solution of system (2) has a stable if

$$\alpha\|X(t)\|^2 \leq \left(M + V(X_0)\right)exp\,\frac{1}{\alpha}\int_0^t 2L(s)\|C\| + \|C^{\cdot}\|ds$$

$$M = \sup_{-\tau\leq t\leq 0} V\left(X(t)\right)$$

In the second chapter we solved the form :

$$\frac{dX(t)}{dt} = A(\xi(t))X(t-\tau) \qquad (3)$$

And $\xi(t)$ Marcovian operation taking the values $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$

And concluded next lemmas

If the zero solution of system$X^{\cdot}(t) = A(\xi(t))X(t-\tau)$ has a stable solution approximately then zero solution of system (3) has a stable if

$$E_k\|X(s)\|^2 \le E_k\left((M + V(0))exp\frac{1}{\alpha}\int_0^t \left(2L(s)\|C\| + \left\|\sum_{s=1}^{q}\alpha_{sk}\right\|\right)ds \right)$$

then we exhibited the most important results that are related to the solution stability study of form :

$$\frac{dX(t)}{dt} = A(t,\xi(t))X(t-\tau) \qquad (4)$$

By the theorem:

If the zero solution of system$X^{\cdot}(t) = A(t,\xi(t))X(t-\tau)$ has a stable solution approximately then zero solution of system (4) has a stable if

$$E_k\|X(s)\|^2 \le E_k\Bigg((M + V(0))exp\frac{1}{\alpha}\int_0^t \left(2L(s)\|C\| + \|C\|\left\|\sum_{s=1}^{q}\alpha_{sk}\right\| + \left\|\frac{dC(s)}{dt}\right\|\right)ds \Bigg)$$

In the third chapter we solved the form

$$\frac{dX}{dt} = A_1(\xi(t))X(t) + A_2(t,\xi(t))X(t-\tau) + \sum_{k=1}^{n} B(\xi(t))X(t-\tau_k) \qquad (5)$$

$$X(0) = X_0 \quad 0 < \tau \le t$$

And $\xi(t)$ Marcovian operation taking the values $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$

the most important results that are related to the next theorem:

If the zero solution of system $X'(t) = \left(A_1(\xi(t)) + B(\xi(t))\right)X(t) + A_2(t,\xi(t))X(t)$ has a stable solution approximately then zero solution of system (5) has a stable if

$$E_k\|X(s)\|^2 \le E_k\left((M + V(0))exp\frac{1}{\alpha}\int_0^t \left(2L(s)\|C\| + \|C\|\left\|\sum_{s=1}^{q} \alpha_{sk}\right\| + \left\|\frac{dC(s)}{dt}\right\|\right)ds \right)$$