



جامعة البعث  
كلية العلوم  
قسم الرياضيات

## تطبيقات التنسور في الهندسة التفاضلية

دراسة أعدت لنيل درجة الماجستير في الرياضيات البحتة

إعداد الطالبة

زينة شفيق جبر

إشراف

الأستاذ الدكتور محسن شيحة

أستاذ في قسم الرياضيات

كلية العلوم - جامعة البعث

١٤٣٧هـ - ٢٠١٦م

*Al-Baath University*

*faculty of sciences*

*Department of mathematics*



# ***Tensor Applications in Differential Geometry***

***Thesis for m.sc degree in mathematics***

***Submitted By***

***Zeina Jabr***

***Supervision By***

***Prof. Dr. mohsen sheha***

***Department of mathematics***

***Faculty of sciences***

***University of Al-Baath***

**1437- 2016**

## ملخص الرسالة

يناقش موضوع الرسالة التعريف العام للتنسور والعمليات التحليلية والجبرية عليه، كما يعرض بعض تطبيقات التنسور على المنحنيات والسطوح والمنطويات التفاضلية.

قُسمت الرسالة إلى ثلاثة فصول :

**الفصل الأول** بعنوان (مفهوم التنسور و بعض تطبيقاته على المنحنيات).

وُضح في هذا الفصل مفهوم التحويلات الإحداثيّة و الإحداثيات المنحنية، و عُرّف التنسور وبعض العمليات عليه، كما عرضنا بعض تطبيقات التنسور على المنحنيات ، كإيجاد الصيغة التربيعية الأساسية و الزاوية بين متجهين و صيغ فرينيه في الإحداثيات العامة و ناشر و منشور منحني ، كما تمت دراسة نوع هام من التنسورات هو تنسور ريمان – كريستوفل من النوعين الأول و الثاني.

**الفصل الثاني** : بعنوان ( تطبيقات التنسور على السطوح في الفضاء ).

دُرست في هذا الفصل بعض تطبيقات التنسور على السطوح في الفضاء، فقد وُضحت بعض المفاهيم العامة كالعنصر الخطي على السطح، الصيغة التربيعية الأساسية الأولى للسطوح، الزاوية بين منحنيين متقاطعين في السطح، تقوس ريمان و تقوس غاوص على السطح ، الوسيط التفاضلي، ثم وضحنا مفهوم الإحداثيات المتقايسة و الشبكات المتقايسة المتعامدة، والسطوح المتقايسة.

تحدثنا أيضاً عن مفهوم الجيوديزية، الإحداثيات القطبية الجيوديزية ، المثلث الجيوديزي، التقابل المتزاوي لسطحين، التقابل الجيوديزي لسطحين، كما تمّ إيجاد الصيغة التربيعية الأساسية الثانية للسطوح، معادلات غاوص و معادلات كاداتزي، التقوس الناظمي على السطح و نصف قطر التقوس الناظمي، خطوط التقوس على السطح،الاتجاهات المترافقة و الشبكات المترافقة، الاتجاهات المقاربة و الخطوط المقاربة، المتجهات المتوازية على السطح، التمثيل الكروي

للسطح، الإحداثيات المماسية على السطح، و أخيراً قَدَّمنا دراسة بسيطة عن السطوح الأصغرية بلغة تنسورية.

### الفصل الثالث بعنوان (تطبيقات التنسور على المنطوي التفاضلي).

تمَّ في هذا الفصل تعريف المنطوي التفاضلي مع ذكر أمثلة على بعض المنطويات التفاضلية الشهيرة، ، ثم تعريف التنسور في المنطوي التفاضلي وبعد ذلك تعريف فضاء ريمان، كما تمَّ تعريف التفاضل التام والتفاضل المطلق على الحقل التنسوري ، ومن ثم التنسور المتكرر على طول منحنٍ، وأخيراً قَدَّمنا دراسة بسيطة عن فضاءات باناخ المزاوية للفضاء الإقليدي السوي.

## Summary of the research

This research discusses the general definition of tensor and analytical and algebraic operations on it, and discusses many applications of tensor on curves, surfaces and differential Manifolds.

The research is divided into three chapters:

**The first chapter:** entitled ( Tensor and its applications on curves).

In this chapter, we examined the transformation of coordinates and curvilinear coordinates, then defined the tensor and analytical and algebraic operations on it for example finding Fundamental Quadratic Form, the angle of two vectors, the frenet formulas in general coordinates and involutes and evolutes of a curve. Studying an important type of tensors which is Riemann-Christoffel tensor of the first and second order.

**The Second chapter:** entitled (tensor applications on differential Manifold)

In this chapter, the differential Manifold was defined in addition to mentioning examples of some famous differential Manifolds, then we defined the tensor within the differential Manifold. Finally we studied Banach spaces conformal to the Euclidean planer space.

**The third Chapter:** entitled (tensor applications on surfaces).

In this chapter, we studied Linear element of a surface, first fundamental quadratic form of a surface, angle of two intersecting curves in a surface, the Gaussian and Riemannian curvature , differential parameter, then, we studied Isometric coordinates, Isometric orthogonal nets and Isometric surfaces. Also, we studied The Geodesics, curvature and torsion geodesic

of a curve, Geodesic polar coordinates, Geodesic triangle, conformal correspondence and Geodesic correspondence of two surfaces. Then, we found The second fundamental form of a surface, The equations of Gauss and Godazzi, Normal curvature and Principal radii of normal curvature, Lines of curvature of a surface, Conjugate directions and conjugate nets, Asymptotic directions and Asymptotic lines, Parallel vectors in a surface, Spherical coordinates of surface, Tangential coordinates of a surface, Finally we studied Minimal surfaces.