جامعة البعث

كلية العلوم

قسم الرياضيات

رسالة أعدت لنيل درجة الماجستير في الرياضيات – باختصاص تحليل رياضي

إعداد الطالبة

منى خضور

بعنوان

أنصاف الزمر من الصف‑C_0

Semi-Groups of Class (C_0)

إشراف

أ. د إبراهيم إبراهيم

٢٠١٣-٢٠١٤

جامعة البعث

كلية العلوم

قسم الرياضيات

رسالة أعدت لنيل درجة الماجستير في الرياضيات – باختصاص تحليل رياضي

إعداد الطالبة

منى خضور

بعنوان

أنصاف الزمر من الصف C_0–

Semi-Groups of Class (C_0)

إشراف

أ. د إبراهيم إبراهيم

٢٠١٣-٢٠١٤

جامعة البعث

كلية العلوم

قسم الرياضيات

رسالة أعدت لنيل درجة الماجستير في الرياضيات – باختصاص تحليل رياضي

إعداد الطالبة

منى خضور

بعنوان

أنصاف الزمر من الصف−C_0

Semi-Groups of Class (C_0)

إشراف

أ. د إبراهيم إبراهيم

٢٠١٣-٢٠١٤

ملخَّص: أنصاف الزمر من الصف C_0-

Semi-Groups of Class (C_0)

بإشراف الأستاذ الدكتور: إبراهيم إبراهيم

إعداد طالبة الماجستير: منى خضور

إن النظرية المجردة لأنصاف الزمر للمؤثرات الخطية هي جزء من التحليل الدالي، وقد تطورت نظرية أنصاف الزمر للمؤثرات الخطية المحدودة بشكل سريع عند اكتشاف نظرية التولد من قبل هيل _ يوزيدا في عام 1948. وهي موضوع رياضي واسع له تطبيقات جوهرية في مجالات عديدة في التحليل الرياضي.

تتألف هذه الرسالة من خمسة فصول رئيسية:

في الفصل الأول: نعرف نصف الزمرة المستمرة بقوة والمستمرة بانتظام ونذكر بعض خواص كلٍّ منها ومن أهم هذه الخواص:

(١-١-٢) مبرهنة: لتكن $\{T(t)\}$ نصف زمرة مستمرة بقوة. عندئذ يتحقق:
يوجد عددان $\mu \geq 1 , \omega \geq 0$ بحيث يكون:

$$\|T(t)\| \leq \mu e^{\omega t} \ , \forall \ t \geq 0$$

ثم نعرف المؤثر المنتج و نذكر بعض خواصه ونجد:

(١-٢-٧) مبرهنة:ليكن A منتج نصف الزمرة $\{T(t)\}$ التي تحقق

$$\|T(t)\| \leq Me^{\omega t} \quad ; \ \ 0 \leq t < \infty$$

عندئذٍ كل عدد $\lambda \in \mathbb{C}$ يحقق $Re(\lambda) > \omega$ ينتمي للمجوعة الحلالة، $\lambda \in \rho(A)$ ، ويكون

$$(\lambda I - A)^{-1}x = \int_0^\infty e^{-\lambda t}T(t)x\,dt \quad ; \forall\, x \in X$$

ويكون: $\|(\lambda I - A)^{-1}\| \leq \frac{M}{Re(\lambda)-\omega} \quad ; \; Re(\lambda) > \omega$

وفي الفصل الثاني: نعرف نصف الزمرة المنكمشة:

(٢-١-١) تعريف: نقول عن نصف الزمرة المستمرة بقوة $\{T(t)\}$ إنها منكمشة (contraction) إذا كان: $\|T(t)\| \leq 1 \quad ; \; 0 \leq t < \infty$

ونذكر المبرهنة التالية:

(٢-١-٢) مبرهنة (Hille – Yosida):يكون المؤثر الخطي A منتجاً لنصف زمرة منكمشة $\{T(t)\}$ إذا وفقط إذا تحقق الشرطان التاليان :

(١)* المؤثر A مغلق و $\overline{D(A)} = X$

(٢)* $\rho(A) \supset (0,\infty)$ ومن أجل أي $\lambda > 0$ يكون $\|(\lambda I - A)^{-1}\| \leq \frac{1}{\lambda}$

($\rho(A)$ ترمز للمجموعة الحلالة للمؤثر A).

ثم نعرف تقريب يوزيدا: ليكن A مؤثراً خطياً يحقق الشرطين (١)*، (٢)* أعلاه، عندئذٍ المؤثر A_λ المعرف بالشكل:

$$A_\lambda = \lambda A(\lambda I - A)^{-1} = \lambda^2(\lambda I - A)^{-1} - \lambda I$$

يسمى تقريب يوزيدا (Yosida-approximation) للمؤثر A .

المبرهنة التالية تعطينا المبرر لتسمية A_λ تقريب للمؤثر A .

(٢-١-٦) مبرهنة مساعدة: إذا حقق المؤثر الخطي A الشرطين (١)*، (٢)* فيكون: $\lim_{\lambda\to\infty} A_\lambda x = Ax \; ; \quad \forall x \in D(A)$

ونذكر بعض نتائج مبرهنة (هيل– يوزيدا) في المبرهنة التالية: