الجمهورية العربية السورية
وزارة التعليم العالي
جامعة البعث
كلية العلوم
قسم الرياضيات

النظرية الإرجودية للمنظومات الدينامكية

دراسة أعدت لنيل درجة ماجستير رياضيات في اختصاص الميكانيك

الدكتور المشرف

د. محمد شعيب العلي

الدكتور المشارك

أ. د. عبد الباسط الخطيب

إعداد

يوسف غازي كاجان

العام الدراسي
٢٠١٣- ٢٠١٤

ملخص الأطروحة

تقع هذه الأطروحة في فصولٍ سبعةٍ مقسمةٍ على النحو التالي

الفصل الأول:

يتضمن هذا الفصل بعض المراجعات العامة للمواضيع المتعلقة بالمنظومات الديناميكية ذات الزمن المتقطع (التصاوير) و ذات الزمن المستمر (التدفقات) كما تشمل

١- دراسة لمجموعة من المنظومات الديناميكية كمنظومات تدوير الدائرة و منظومات إندومرفيزم الدائرة و منظومات الانزياح.
٢- دراسة التدفقات التي يمكن تمثيلها بمنظومة من المعادلات التفاضلية و بعض المفاهيم المتعلقة بهذه المنظومات كالفوضى و معاملات ليابونوف و الجواذب الديناميكية.

الفصل الثاني:

يتضمن هذا الفصل مراجعات عامة للمبادئ الأساسية في نظرية القياس و بعض المفاهيم الأساسية في الطبولوجيا و الجبر. كما يشتمل على أهم النتائج و المبرهنات التي ظهرت في هذه الحقول و اللازمة لإتمام الدراسة الحالية.

الفصل الثالث:

استعرضنا في بداية هذا الفصل مجموعة من التعاريف المتعلقة بمفهوم الديناميكية الطبولوجية كمجموعات النهاية α و ω و المجموعات غير الجولة لتصويرٍ ما و المعاودة و بعض المفاهيم و المبرهنات المتعلقة بتلك المجموعات، ثم انتقلنا إلى دراسة الخواص و الثوابت الطبولوجية للمنظومات الديناميكية التي يحافظ عليها أي اقتران طبولوجي كخاصة التعدي الطبولوجي و الخاصة الأصغرية و خاصة المزج الطبولوجي. و قد قدمنا دراسة مفصلة لموضوع الإنتروبية و ناقشنا بعض المفاهيم و الخواص المرتبطة بالسلوك التقاربي للمنظومات الديناميكية كمفاهيم تساوي الاستمرار و الاتصال و الانفصال المداري.

الفصل الرابع:

قمنا في هذا الفصل باستعراض النظرية الإرجودية و المسائل التي تهتم بها هذه النظرية، حيث يمكن تصنيف هذه المسائل ضمن نوعين أساسيين هما

النوع الأول: و يشمل المسائل التي تهتم بالتحويلات المحافظة على القياس و الإيزومورفيزم.
النوع الثاني: و يتضمن تطبيقات النظرية الإرجودية في القياس النظري.

و قد قدمنا أهم المبرهنات و النتائج التي توصل إليها الباحثون في هذا المجال كمبرهنة المعاودة لبوانكاريه و المبرهنة الإرجودية لبيرخوف و غيرها من النتائج و المبرهنات الهامة.

الفصل الخامس:

ناقشنا في هذا الفصل مفاهيم الإيزومورفيزم و الترافق بين الفضاءات الاحتمالية و كذلك بين التحويلات المحافظة على القياس المعرفة على هذه الفضاءات.
فيما يخص الإيزومورفيزمات و الترافق بين الفضاءات الاحتمالية، افترضنا أن الفضائين موضع الدراسة مرتبطان بتحويلٍ محافظٍ على القياس و عكوس و ذلك بعد إهمال المجموعات ذات القياس الصفري في كلٍ من الفضائين. و لمعالجة هذه المسألة قمنا باستعراض طريقة الإيزومورفيزم بين الفضاءات الاحتمالية و طريقة الإيزومورفيزم بين جبور القياس الموافقة للفضاءات الاحتمالية المدروسة و طريقة فضاءات هيلبرت الموافقة للفضاءات الاحتمالية المدروسة.
أما فيما يخص الايزومورفيزمات و الترافقات بين التحويلات المحافظة على القياس، فقد أوردنا التعاريف المناسبة و ذكرنا أهم النتائج التي حصل عليها الباحثون في هذا السياق.

الفصل السادس:

قمنا في هذا الفصل باستعراض مجموعة من التصاوير المستمرة المعرفة بين فضاءات الانزياح و التي تشكل أساساً لعمليات التشفير كمرمزات الكتلة التي تمثل جميع تصاوير الانزياحات الجزئية المستمرة و التبادلية مع الانزياح. كذلك قمنا باستعراض الانزياحات الجزئية لنموذجٍ منتهٍ و ربطها بمفهوم البيان الموجه الموسوم لنستنتج ماهية انزياح الأضلاع و انزياح الرؤوس، و قد تم إثبات أن انزياحي الرؤوس و الأضلاع إيزومورفيان فيما بينهما. كما تم البحث في الشرط الجبري الذي يجب أن تحققه مصفوفتا تجاور موافقتان لانزياحي أضلاع حتى يكون هذان الانزياحان مقترنين طبولوجياً.

الفصل السابع:

قمنا في هذا الفصل بإثبات الخاصة الإرجودية لتحويل غاوص و استخدامنا هذه الخاصة لاستنتاج عدة قضايا تتعلق بالأرقام التي يمكن أن يحتويها التعبير الكسري المستمر لأي عدد حقيقي نموذجي.

THESIS SUMMARY

This thesis is divided into seven chapters as follows

Chapter I:

This chapter contains some revisions on topics related to Dynamical Systems of discrete time (Maps) and continuous time (Flows). It also includes the followings

3- A study case of various dynamical systems such as the circle rotation, the circle Endomorphism and the shift systems.
4- A study of flows which can be represented in a form of a system of differential equations and some concepts related to these systems such as chaos, Lyaponuv exponents and dynamical attractors.

Chapter II:

This chapter contains general revision of basics and principles of the measure theory and some basic concepts of Topology and Algebra. It also includes the most important results and theorems appeared in these fields which are necessary to complete our study.

Chapter III:

In the beginning of this chapter, we stated a set of definitions related to the concept of topological dynamics such as the α and ω limit sets, non-wandering sets and recurrence sets of a map along with some concepts and theorems related to these sets. Thereafter, we studied some properties and topological constants of dynamical systems which are preserved by any topological conjugacy such as topological transitivity, mixing and minimality. A detailed study of entropy was provided in order to discuss some of the properties and concepts related to the asymptotic behavior of dynamical systems such as equicontinuity, proximality and distality.

Chapter IV:

In this chapter, ergodic theory was illustrated along with main problems assumed to be taken care in this theory. These problems were classified in the following two types

Type I: This includes problems concerned with measure preserving transformations and Isomorphism.

Type II: This includes Applications of ergodic theory in measure theory.

Besides, we presented the latest most important discoveries, findings and theorems made by researchers in this field such as Poincare Recurrence Theorem and Birkhoff Ergodic Theorem.

CHAPTER V:

In this chapter, we discussed concepts of Isomorphism and conjugacy between probability spaces as well as the measure preserving transformations defined on these spaces.

As for the Isomorphism and conjugacy between two different probability spaces, we assumed the existence of an invertible measure preserving transformation between the two spaces based on neglecting sets of zero measures in both spaces. In order to deal with problem we presented the isomorphism method between the two spaces, the isomorphism method between the associated two measure algebras and the associated Hilbert spaces.

As for the isomorphism and conjugacy between measure preserving transformations, we reproduced appropriate definitions and mentioned the most important results obtained by researchers in this context.

CHAPTER VI:

In this chapter, we presented a variety of continuous maps defined over shift spaces which are the backbone of coding procedures such as the Block Codes which present all continuous subshifts commutative with the shift map.We also presented subshifts of a finite type and associated it with the concept of signed directed labeled graph in order to observe the edge shift and vertex shift where it was shown that these two shifts are isomorphic. Besides, we investigated the algebraic conditions to be satisfied by two adjacent matrices associated with two edge shifts in order to have topological conjugacy between these two shifts.

CHAPTER VII:

In this chapter, we statedthe proveof the ergodicity of Gaus transformation and used this property to conclude several issues related to the digits which can be contained in the continued fractionrepresentation of a typical real number.