الجمهورية العربية السورية

جامعة البعث

كليـة العلوم

قسم الرياضيات

القياس وتطبيقاته في دراسة المثلث الزائدي

رسالة أعدت لنيل درجة الماجستير في الرياضيات اختصاص تحليل رياضي

إعداد الطالبة

عزة حسون

إشراف

الدكتور المشرف

د. عصام ديبان

الدكتور المشارك

د. محسن شيحة

للعام الدراسي: ٢٠١٣ ــ ٢٠١٤ م \ 1435هـ

ملخص الرسالة

شكلت المسلمة الخامسة نقطة البداية لنشوء ما يسمى بالهندسات اللاإقليدية. فقد حاول العديد من العلماء نقلها إلى سياق المبرهنات في كتاب الأصول لإقليدس، محاولين تقديم البراهين عليها. ولكن كل تلك المحاولات باءت بالفشل، فقد اعتمد العلماء في إثباتها على ما يكافئها. واستمر الحال هكذا حتى القرن التاسع عشر الميلادي، فبعد كل تلك المحاولات لإثبات المسلمة الخامسة كانت الخاتمة المثيرة للاهتمام، إذ قام بذلك العالم الروسي لوباتشفسكي فأبدل المسلمة الخامسة بمسلمة تناقض إحدى مكافئاتها والتي سميت فيما بعد مسلمة التوازي الزائدية: "من نقطة خارج مستقيم في المستوي يمر على الأقل مستقيمان لا يقطعان هذا المستقيم". متوخياً إثبات التناقض في هذا النظام، لكنه لم يجد فيه أي تناقض. وأكد بذلك على وجود هندسة أخرى تختلف عن هندسة إقليدس، لا تصح فيها المسلمة الخامسة. سميت لاحقاً بالهندسة الزائدية.

عرضنا في هذا البحث أبرز محاولات إثبات المسلمة الخامسة، وتعديل هلبرت لنظام مسلمات إقليدس، إضافة لعرضنا المسلمات التي تعتمد على مفهوم البينية والقياس، مروراً بالهندسة المطلقة، وصولاً إلى لوباتشفسكي، واكتشافه للهندسة الزائدية.

كما ضمنا هذا البحث أبرز الحقائق العلمية التي تتعلق بالهندسة الزائدية، وتنتج عن مسلمة التوازي الزائدية، من خلال مبرهنات وتعاريف ونتائج، توضح لنا المفهوم الجديد للهندسة. كما عرضنا بشيء من التفصيل خواص المستقيمات الزائدية وتصنيفاتها، والمقارنة بين التوازي الحدي والتوازي بعمود مشترك، ودالة التوازي الزائدية وخواصها.

ولكي تصبح الهندسة الزائدية مقبولة ومستساغة استخدمنا في دراستها أدوات الهندسة الإقليدية، من خلال نموذجي كلاين وبوانكاريه للمستوي الزائدي، حيث مثّل المستوي الزائدي بقرص دائري.

خصصنا الفصل الأخير للحديث عن المثلث الزائدي، وانحرافه، ومساحته، والمبرهنات المتعلقة بها، وعن قياس زواياه، واستخدام دستور المسافة لحساب أطوال أضلاعه. وللحديث عن الدوال المثلثية استعرضنا مفهوم الانعكاس، والمحور الأساسي، وقوة النقطة بالنسبة للدائرة، حيث استنتجنا العلاقات الرياضية للجيب وجيب التمام والظل الزائدية، مبرهنة فيثاغورث في المثلث الزائدي، واستنتجنا دساتير المثلث القائم، والمثلثات العامة الزائدية ومبرهنتي الجيب وجيب التمام الزائدي. وختمنا هذا الفصل بمقارنة مكثفة بين تلك المفاهيم والدساتير إقليدياً وزائدياً.

Abstract

In our study, Axiom fifth Formed the starting point for the emergence of Non-Euclidian geometries. many scientists have tried to transferred it to the context of the theories in Euclid book “Al usol”, They were trying to provide evidence on it. but all of those attempts failed, because scientists have relied on its equivalent when they try to prove it. Thus it continued until the nineteenth century, after all these attempts to prove the Axiom fifth it was the interesting conclusion. Where the Russian scientist Lobachevski was Replaced Axiom fifth with another contradiction equivalents one, called hyperbolic parallel axiom:

> “ If a point and a line not passing through it are given,
> there exists at least two lines which pass through the given point parallel to the given line.“

He studied a new system, but he did not find any contradiction in it. He stressed that there is other geometry differ from Euclid’s geometry, not valid the axiom fifth. He called it Hyperbolic geometry.

Our study includes the attempts of proof Axiom fifth, Amendment Hilbert of Euclidian’s axioms system, Axioms that depend on the concept of “alignment and distance”, Absolute Geometry, and Lobachevski’s discovery of the hyperbolic geometry.

This paper Has offered the most prominent scientific facts that are related to hyperbolic geometry. and are resulted from hyperbolic parallel axiom. Through theorems, definitions and show us the results explain the new geometry. And the statement of the properties of hyperbolic lines and their ratings, and The parallel hyperbolic function and its properties.

In order to facilitate study of hyperbolic geometry we use the tools of Euclidean geometry, through Klein and Poincare 's hyperbolic model, as hyperbolic plane Represents a circular disc and each model has its representation for points and lines.

The last chapter talks about hyperbolic triangle, its defect, its area, The theorems relating thereto, the measurement of angles, and the law of the distance for measure the lengths of its sides

To talk about the trigonometric hyperbolic functions, we reviewed the concept of Inversion, the radical axis, and the power of a point in the circle, As we derives the Laws of Cosine, Sins, and the Pythagorean Theorem for triangles in Hyperbolic Geometry. we derives the Expressions of right hyperbolic triangle, and general hyperbolic triangles, and Prove the sine and cosine hyperbolic theorems.

In the last chapter we have adopted a method of comparison between all previous concepts and laws in Euclidian and Hyperbolic geometry.