



الجمهورية العربية السورية
وزارة التعليم العالي
جامعة البعث
كلية العلوم - قسم الرياضيات

التطبيقات الجيوديزية بين فضاءات ريمان

رسالة أعدت لنيل درجة الماجستير في الرياضيات اختصاص تحليل رياضي

إعداد الطالب
باسل حمدو العرنوس

إشراف
الدكتور محسن شيحة
أستاذ في قسم الرياضيات - كلية العلوم - جامعة البعث

٢٠١٥ م - ١٤٣٦ هـ

Syrian Arab Republic
Al-Baath University
Faculty of sciences
Department of mathematics



Geodesic Mapping in Riemannian Spaces

Dissertation for m.se degree in mathematical Analysis

Submitted By:
Basel Hamdo Al-arnous

Supervision By:
Dr. Mohsen Sheha
Professor in Department of mathematics
Faculty of sciences
Al-Baath University

١٤٣٦ - ٢٠١٥

ملخص الرسالة

يناقش موضوع الرسالة التطبيقات الجيوديزية بين فضاءات ريمان، و هو عمل أعدّ لنيل درجة الماجستير في الرياضيات.

تقع دراستنا هذه في ست فصول تتضمن دراسة مرجعية، و دراسة للتطبيقات الجيوديزية بين فضاءات ريمان و بعض فضاءات ريمان الخاصة.

الفصل الأول: التحليل التنسوري في الفضاء الأفيني

درسنا في هذا الفصل التنسورات و العمليات الجبرية عليها، و كذلك الفضاء الأفيني ذو الإحداثيات الخطية و المنحنية، و التفاضل الموافق التغير، و رموز كريستوفيل من النوعين الأول و الثاني، و بعض التنسورات الشهيرة، كالتنصور المتري، و تنصور ريمان كريستوفيل، و تنصور ريتشي.

الفصل الثاني: التحليل التنسوري في المنطويات التفاضلية

نعرف في هذا الفصل المنطوي التفاضلي، و نعطي بعض الأمثلة عن المنطويات التفاضلية الشهيرة، ثم نعرف التنصور في المنطوي التفاضلي، و نعرف التفاضل التام و التفاضل المطلق على الحقل التنسوري، كما نعرف التطبيقات الملاء و الفضاءات المماسية.

الفصل الثالث: الخطوط الجيوديزية

نعرف في هذا الفصل فضاء ريمان، و ندرس التقوس الجيوديزي و المنحني الجيوديزي، ثم ندرس المعادلات التفاضلية للخطوط الجيوديزية و مفهوم التشوه لها.

الفصل الرابع: التطبيقات الجيوديزية بين فضاءات ريمان

يعد هذا الفصل محور الدراسة، و تمّ فيه دراسة التطبيقات الجيوديزية بين فضاءات ريمان، و بعض فضاءات ريمان الخاصة. و في هذا الفصل توصلنا من خلال بحث أصيل تمّ قبول نشره في مجلة جامعة البعث، إلى إثبات صحة المبرهنات (٤-١٣) و (٤-١٤) و (٤-١٥)، و التي تعطي الشرط اللازم و الكافي لوجود تطبيق جيوديزي غير مبتدل بين فضاءات ريمان - آينشتاين، و خواص التطبيقات الجيوديزية، و كذلك خواص فضاءات ريمان - آينشتاين المتواجد بينها تطبيق جيوديزي غير مبتدل، كما تمّت دراسة جملة معادلات كوشي للتطبيقات الجيوديزية.

الفصل الخامس: التشوّهات الجيوديزيّة للسطوح الفوقيّة في فضاء ريمان

درسنا في هذا الفصل التشوّهات الجيوديزيّة للسطوح الفوقيّة في فضاءات ريمان، و جملة معادلات كوشي في التشوّهات الجيوديزيّة للسطوح الفوقيّة.

الفصل السادس: حول وجود التطبيقات الجيوديزيّة و التحويلات الإسقاطيّة بشكل عام

عرضنا مثلاً عن تحويل إسقاطي غير مبتدل و هو كرة ذات البعد n ، و نصف قطرها R . و التي تعتبر فضاء ريمان و الموجّه ذي البعد n و ثابت النّفوس. حيث درسنا التحويل أحادي البارامتر.

كما عرضنا إثبات أنّ السطح الدوراني الأملس ذي القياس n يُطبّق جيوديزيّاً بشكل عام، علاوةً

على ذلك من أجل السطوح الدورانيّة الخاصّة التي يوجد بينها و بين سطح الكرة S_n

هوميومورفيزم يوجد تحويل بحيث تبقى المنحنيات الجيوديزيّة منحنيات جيوديزيّة.

The Summary of dissertation

This thesis discusses the Geodesic Mapping in Riemannian Spaces, which is prepared to get the Master's degree in Mathematics – Mathematical analysis.

This study consists of six chapters and includes a reference study then a study for Geodesic Mapping in Riemannian Spaces, and special Riemannian Spaces.

The First chapter: Tensor analysis in Affine Space

In this chapter we studied Tensors and algebraic operations related to them. Then we studied the following thing, The liner and curvilinear coordinates of Affine space, christoffel Symbol with its first and second types. finally, Some famous tensors, like the metric tensor, Riemannian – christoffel tensor and Ricci tensor.

The Second chapter: Tensor analysis in differential Manifolds

In this chapter, we define the differential manifolds, and give some example about famous ones. Then, we define the tensor in the differential manifolds, and the differential exact & the differential absolute on the tensor domain. also, we define the smooth mapping and the tangent spaces.

The third chapter: the Geodesic lines

In this chapter, we define Riemannian space. We also study the geodesic curvature, the geodesic curve, and the differential equations of the geodesic lines, and the concept of deformation.

The fourth chapter: Geodesic Mapping in Riemannian spaces.

This chapter is considered the most important one. Here we studied Geodesic Mapping in Riemannian Spaces, and special Riemannian Spaces. In this chapter we prove proved the theorems (4-13),(4-14),(4-15), which given the sufficient and necessary conditions for existance of nontrivial Goedesic Mappings between Riemannian – Einstein spaces. Then we prove that in case of

existence of Geodesic Mappings between two spaces, then it will be either the mean curvature of the two spaces is null, or the two spaces are isometric. We also study the system of equation of Cauchy type for Geodesic Mapping.

The fifth chapter: Geodesic deformations for hyper surfaces in Riemannian Space.

In this chapter, we studied the geodesic for hyper surfaces in Riemannian Space, and the system of equation of Cauchy type for geodesic for hyper surfaces.

The sixth chapter: About Geodesic Mapping and the projective transformations in general.

In this chapter, We study the projective transformations and Geodesic transformations