



الجمهورية العربية السورية

وزارة التعليم العالي

جامعة البعث

كلية العلوم - قسم الرياضيات

استقرار المنظومات الديناميكية والطرائق التحليلية والعديّة لحساب معاملات ليابونوف الأسية

أطروحة أعدت لنيل درجة الدكتوراه في الرياضيات التطبيقية

إعداد الطالب

سراب علي محمود

إشراف

الدكتور: محمد العلي

الأستاذ الدكتور: مصطفى حسن

مدرس في قسم الرياضيات

مدرس في قسم الرياضيات

كلية العلوم - جامعة البعث

كلية العلوم - جامعة البعث

٢٠٢٢ - ١٤٤٣ هـ

ملخص الأطروحة

تقسم هذه الأطروحة إلى أربعة فصول على النحو التالي:

الفصل الأول:

يتضمن هذا الفصل تعاريف ومصطلحات أساسية وتصنيفات للمنظومات الديناميكية على أسس مختلفة، بالإضافة إلى التعريف بأهم مقاييس الفوضى.

الفصل الثاني:

يتضمن هذا الفصل دراسة لنظرية فلوكوييت، نتناول فيها دراسة استقرار المنظومات الخطية كما ندرس في هذا الفصل استقرار منظومات الرتبة الثانية بالاعتماد على نتائج نظرية فلوكوييت في اطار استقرار المنظومات الخطية ، ونتناول أيضاً دراسة المدارات الدورية لمعادلات ماثيو ودامبيد.

الفصل الثالث:

نتناول في هذا الفصل دراسة معاملات ليابونوف الأسية للمنظومات الديناميكية المستمرة وطرائق حسابها، ونقدم خوارزمية لحساب معامل ليابونوف الأسّي الأعظمي للمنظومات الديناميكية المستمرة. كما ندرس معاملات ليابونوف الموضعية، ونوضح طريقة حساب معامل ليابونوف الأسّي الأعظمي بالاعتماد على هذه المعاملات. بالإضافة الى ذلك، نقدم خوارزمية لحساب طيف ليابونوف لمنظومة ديناميكية ثلاثية الأبعاد. وأخيراً، نطبق هاتين الخوارزمتين على عدة منظومات ديناميكية شهيرة وذلك باستخدام برنامج ماثماتيكا.

الفصل الرابع: ندرس في هذا الفصل طريقة حساب معاملات ليابونوف لمنظومة ديناميكية دورية، بالاعتماد على المصفوفة الرئيسية، ونهتم بشكل خاص بدراسة استقرار الحركة الدورية للمنظومات الهاملتونية الشمسية ونوجد شروط استقرار هذه الحركة بدلالة معاملات ليابونوف. كما ندرس استقرار المنظومات الديناميكية غير الخطية ذات الحل الدوري، ونوجد شروط استقرارها.

دليل المصطلحات العلمية

Chaos Theory	نظرية الفوضى
Non-linear science	العلوم اللاخطية
Lyapunov exponents	معاملات ليابونوف الأسية
Dynamical System	منظومة ديناميكية
Differential	تفاضلية
Difference	فرقية
Integral	تكاملية
Algebraic	جبرية
Map	التصوير
Flow	التدفق
Continuous	مستمرة

Parameters	وسطاء
Period	دور
Principal Period of a flow	الدور الرئيس لتدفق
Deterministic	مُحكّمة
Fractal	الفراكتلي (ذو تشابه ذاتي)
Stochastic	الستوكاستيكية
Random	عشوائية
probability distribution	توزيع احتمالي
Output	خرج
Input	دخل
Simulation	تمثيل حركي
Attractor	جاذب
Neighborhood	جوار
Trajectory	مسار

Basin of attraction	مجال الجذب
Fixed points	النقاط الثابتة
Periodic orbits	المدارات الدورية
Limit cycles	المدارات الحدية
The dimension	البعد
Stable	مستقر
Stability	استقرار
Manifold	المتنوعة
Rates of exponential separation	التباعد الأسّي
Iteration	التكرار
Equilibrium	نقطة توازن
Floquet- Theory	نظرية فلوكويبت
Fundamental Matrix	مصفوفة أساسية
Principal-Fundamental-Matrix	مصفوفة أساسية أولية للحل

Characteristic-multipliers	المضاريب المميزة
Second order	المرتبة الثانية
The Largest Lyapunov exponent	معامل لياپونوف الأسّي الأعظمي
Mathematica	ماتماتيكا
Algorithm	خوارزمية
Spectrum	طيف
Lyapunov spectrum	طيف لياپونوف
Solar	الشمسية

قائمة بالأشكال

الخطوات الأربعة الأولى لتشكيل منحنى كوتش	الشكل (١-١)
معامل ليابونوف لمنظومة لورنز من أجل قيم الوسطاء $p = 10, q = \frac{8}{3}, r \in [20, 30]$	الشكل (١-٣)
مساقت جاذب منظومة لورنز الفوضوي عاى المستويات الإحداثية من أجل قيم الوسطاء $p = 10, q = 8/3, r = 28$	الشكل (٢-٣)
مساقت جاذب منظومة لورنز غير الفوضوي عاى المستويات الإحداثية من أجل قيم الوسطاء $p = 10, q = 8/3, r = 20$	الشكل (٣-٣)
سلوك معامل ليابونوف على طول الجاذب الفوضوي لمنظومة لورنز من أجل قيم الوسطاء $p = 10, q = 8/3, r = 28$	الشكل (٤-٣)
سلوك معامل ليابونوف للجاذب غير الفوضوي لمنظومة لورنز من أجل قيم الوسطاء $p = 10, q = 8/3, r = 20$ على طول الجاذب	الشكل (٥-٣)
معامل ليابونوف لمنظومة سيلينكوف من أجل قيم الوسطاء $a = 1.3, b \in [0.4, 3]$	الشكل (٦-٣)

الشكل (٧-٣)	مساقط جاذب منظومة سيلينكوف غير الفوضوي عاى المستويات الإحداثية من أجل قيمتي الوسيطين $a = 1.3, b = 2$
الشكل (٨-٣)	سلوك معامل ليابونوف على طول الجاذب غير الفوضوي لمنظومة سيلينكوف من أجل قيمتي الوسيطين $a = 1.3, b = 2$
الشكل (٩-٣)	مساقط جاذب منظومة روسلر الفوضوي عاى المستويات الإحداثية من أجل قيم الوسطاء $p = 0.2, q = 0.2, r = 4.5$
الشكل (١٠-٣)	سلوك معامل ليابونوف للجاذب الفوضوي لمنظومة روسلر من أجل قيم الوسطاء $p = 0.2, q = 0.2, r = 4.5$ على طول الجاذب
الشكل (١١-٣)	مساقط جاذب منظومة روسلر الغير فوضوي عاى المستويات الإحداثية من أجل قيم الوسطاء $p = 0.2, q = 0.2, r = 3$
الشكل (١٢-٣)	سلوك معامل ليابونوف للجاذب غير الفوضوي لمنظومة روسلر من أجل قيم الوسطاء $p = 0.2, q = 0.2, r = 3$ على طول الجاذب
الشكل (١٣-٣)	مساقط جاذب منظومة ديفينغ الفوضوي عاى المستويات الإحداثية من أجل قيم الوسطاء $p = 0.5, q = 0.05, r = 0.3$

الشكل (١٤-٣)	سلوك معامل ليابونوف للجاذب الفوضوي لمنظومة ديفينغ من أجل قيم الوسطاء $p=0.5, q=0.05, r=0.3$ على طول الجاذب
الشكل (١٥-٣)	مساقط الجاذب غير الفوضوي لمنظومة ديفينغ من أجل قيم الوسطاء $p=0.5, q=0.05, r=0.3$ ومعامل ليابونوف الأسّي الأعظمي
الشكل (١٦-٣)	معامل ليابونوف على طول الجاذب الفوضوي لمنظومة لورنز من أجل قيم الوسطاء $p=10, q=8/3, r=28$ ومقاربه الأفقي
الشكل (١٧-٣)	سلوك معامل ليابونوف في الـ 100 نقطة الأخيرة من الجاذب الفوضوي لمنظومة لورنز من أجل قيم الوسطاء $p=10, q=8/3, r=28$
الشكل (١٨-٣)	سلوك معامل ليابونوف في الـ 100 نقطة الأخيرة من الجاذب الفوضوي لمنظومة لورنز من أجل قيم الوسطاء $p=10, q=8/3, r=28$
الشكل (١٩-٣)	سلوك معامل ليابونوف في الـ 100 نقطة الأخيرة من الجاذب غير الفوضوي لمنظومة سيلينكوف من أجل قيم الوسطاء $p=10, q=8/3, r=28$
الشكل (٢٠-٣)	طريقة اختيار متجه الواحدة عندما يكون فضاء الموضع (A) ثنائي البعد (B) ثلاثي البعد.
الشكل (٢١-٣)	طيف ديفينغ من أجل قيم الوسطاء $p=0.5, q=0.05, r=0.3$

Summary of the Dissertation

This thesis is divided into four chapters divided as follows

First Chapter:

This chapter contains some definitions related to dynamic systems, and definitions of some Chaos measures.

Second Chapter:

This chapter contains analyses study of Floquet theory, we study the stability of linear dynamical systems, we study stability of second order dynamical systems depending on Floquet theory's results, and we study the stability of Mathieu and Damped equations.

Third Chapter:

In this chapter, we study calculation of the largest Lyapunov exponent of the continuous dynamic systems, we give algorithm for the calculation it. In addition, we give algorithm for the calculation of Lyapunov spectrum of a third – order continuous dynamic systems. We also study local Lyapunov exponents, and we explain method to calculate the largest Lyapunov exponent from them. Finally we employ these algorithms to calculate Lyapunov exponents for some famous dynamical

Fourth Chapter:

In this chapter, we explain the method to calculation of Lyapunov exponents depending on fundamental. And we study the stability of the periodic motion ,

using Floquet Theory' results , we specially interest in the six- order dynamic systems, using give Lyapunov exponents too.

**Syrian Arab Republic
Al-Baath University
Faculty of Sciences
Department of Mathematics**



Stability of Dynamical Systems and Analytical and Numerical Methods for the Calculation of Lyapunov Exponents

Dissertation For PHD Degree in Applied Mathematics

**Preparation
Sarab Ali Mahmoud**

Supervision

Dr. Mustafa Hasan

**Instructor in Department of Mathematics
Faculty of Sciences - Al-Baath University**

Dr. Mohammad AL-Ali

**Instructor in Department of Mathematics
Faculty of Sciences - Al-Baath University**

2022 AD-1443 H