سلم تصحيح مادة الرياضيات /4/ لطلاب السنة الثانية
/[illegible]/ للعام الدراسي 2023/ 2024 فصل ثاني

السؤال الأول : /35 درجة/

أولاً : 1. $\Leftarrow w = 1$

$$C_n = \frac{1}{2}\int_{-1}^{1} x^2 e^{-in\pi x}\, dx$$

$$= \frac{2}{2}\int_{0}^{1} x^2 \cos n\pi x \, dx \quad (4)$$

$$x^2 \qquad \cos(n\pi x)$$
$$2x \;+\; \frac{1}{n\pi}\sin(n\pi x)$$
$$2 \;-\; -\frac{1}{n^2\pi^2}\cos(n\pi x)$$
$$0 \;+\; -\frac{1}{n^3\pi^3}\sin(n\pi x)$$

$$= \left[\frac{x^2}{n\pi}\sin(n\pi x) + \frac{2x}{n^2\pi^2}\cos(n\pi x) - \frac{2}{n^3\pi^3}\sin(n\pi x)\right]_0^1$$

$$= \frac{2}{n^2\pi^2}(-1)^n$$

$$\Rightarrow f(x) = \sum_{-\infty}^{+\infty} C_n e^{\frac{in\pi x}{w}} = \sum_{-\infty}^{+\infty} \frac{2(-1)^n}{n^2\pi^2} e^{in\pi x} \quad (3)$$

.2

$$w = 1 \;,\; T = 2 \quad \xrightarrow{\text{نختار فترة الدالة}} \quad [0, 2w]$$

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}\left[a_n \cos\frac{n\pi x}{w} + b_n \sin\left(\frac{n\pi x}{w}\right)\right]$$

$$(3) \quad a_0 = \frac{1}{1}\int_0^2 x^2\, dx = \left[\frac{x^3}{3}\right]_0^2 = \frac{8}{3}$$

$$a_n = \frac{1}{1}\int_0^2 x^2 \cos(n\pi x)\, dx$$

$$(4) \quad = \left[\frac{x^2}{n\pi}\sin(n\pi x) + \frac{2x}{n^2\pi^2}\cos(n\pi x) - \frac{2}{n^3\pi^3}\sin(n\pi x)\right]_0^2$$

$$= \frac{4}{n^2\pi^2}$$

$$b_n = \frac{1}{1}\int_0^2 x^2 \sin(n\pi x)\, dx$$

$$x^2 \qquad \sin(n\pi x)$$
$$2x \;+\; -\frac{1}{n\pi}\cos(n\pi x)$$
$$2 \;-\; -\frac{1}{n^2\pi^2}\sin(n\pi x)$$
$$0 \;+\; +\frac{1}{n^3\pi^3}\cos(n\pi x)$$

$$(4) \quad = \left[-\frac{x^2}{n\pi}\cos(n\pi x) + \frac{2x}{n^2\pi^2}\sin(n\pi x) + \frac{2}{n^3\pi^3}\cos(n\pi x)\right]_0^2$$

$$= \frac{-4}{n\pi}$$

وكون الدالة المعطاة ليس لها نقاط انقطاع على المجال [0,2] يكون:

$$\Rightarrow f(x) = x^2 = \frac{4}{3} + \sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{4}{n^2\pi^2}\cos(n\pi x) - \frac{4}{n\pi}\sin(n\pi x)\right] \quad (3)$$

(4) (12)

3. لإيجاد المجموع المطلوب نعوض في المتسلسلة السابقة عن $x=1$ ونجد:

(4)

$$1=\frac{4}{3}+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4}{n^2\pi^2}(-1)^n \Rightarrow S=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n^2}=\frac{\pi^2}{12}$$

ثانياً: 1.

(5) $$F_o(\alpha)=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_0^{\infty} f(x)\sin\alpha x\,dx$$

2. (5) $B(\alpha)$

السؤال الثاني: /40 درجة/

1. a. إذا كانت $f(x)$ قابلة للتحويل على $[0,\infty[$ فإن:

(5) $$\int_0^{\infty} f(x)\,dx = F(0) = L(f(x))\Big|_{s=0}$$

b. $$I=L\left(e^{-2x}\sin 3x\cos 2x\right)\Big|_{s=0}=\frac{1}{2}\left[L(e^{-2x}\sin 5x)+L(e^{-2x}\sin x)\right]\Big|_{s=0}$$ (3)

$$=\frac{1}{2}\left[\frac{5}{(s+2)^2+25}+\frac{1}{(s+2)^2+1}\right]\Big|_{s=0}=\frac{1}{2}\left[\frac{5}{29}+\frac{1}{5}\right]=\frac{27}{145}$$ (3)

(8)

2. a. $$L(x^n)=\frac{\Gamma(n+1)}{s^{n+1}}$$ (4)

b. نأخذ تحويل لابلاس لطرفي المعادلة مع تطبيق خاصية تحويل مشتقة الأصل:

(12)

$$s^2L(y)-s-1-2\left(sL(y)-1\right)+L(y)=\frac{2}{(s-1)^3}$$

$$\underbrace{(s^2-2s+1)}_{(s-1)^2}L(y)=\frac{2}{(s-1)^3}+(s-1)$$

$$\Rightarrow L(y)=\frac{1}{\Gamma(5)}\times\frac{2\times\Gamma(5)}{(s-1)^5}+\frac{1}{s-1}$$

$$\xrightarrow{\text{باعتبار } L^{-1}} y(x)=\frac{1}{12}x^4e^x+e^x$$ (5)

السؤال الثالث: /25 درجة/

(5)

x	0	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$
y	0	$\frac{1}{2}$	1	0	-1

لإيجاد كثيرة حدود الاستيفاء المطلوبة $P(x)=\alpha+\beta x$ سنوجد α و β من جملة المعادلات الآتية:

$$5\alpha + \frac{19}{6}\beta = \frac{1}{2} \quad \cdots (1)$$ (12)

$$\frac{19}{6}\alpha + \frac{127}{36}\beta = -\frac{11}{12} \quad \cdots (2)$$

بالحل المشترك الجبري (1) , (2)

$$\Rightarrow \alpha = \frac{84}{137} = 0.6131$$ (4)

$$\beta = \frac{-111}{137} = -0.81021$$

$$\Rightarrow P(x) = \frac{84}{137} - \frac{111}{137} x$$ (4)

انتهى السلم

مدرسة المقرر : د. [illegible]

رئيس لجنة [illegible]