سلم تصحيح مقرر الرياضيات (2) – لطلاب السنة الأولى (هندسة الطاقة الكهربائية)– الفصل الدراسي الثاني لعام 2023-2024

السؤال الأول:(38 درجة):

التكامل الأول:

10 درجات

في المقام نتمم إلى مربع كامل نجد:

$$I_1=\int\frac{dx}{(x-1)^2+9}$$

نفرض $x-1=u\Rightarrow dx=du$ نعوض في التكامل فنجد:

$$I_1=\int\frac{du}{u^2+9}=\frac{1}{3}\int\frac{\frac{du}{3}}{\left(\frac{u}{3}\right)^2+1}=\frac{1}{3}\arctan\tfrac{u}{3}+c=\frac{1}{3}\arctan\tfrac{x-1}{3}+c$$

التكامل الثاني:

9 درجات

$$I_2=\int(ch^2x-1)\ \ d(chx)=\int(t^2-1)\ dt\ ;t=chx$$

$$I_2=\frac{1}{3}t^3-t+c=\frac{1}{3}ch^3x-chx+c$$

التكامل الثالث:

10 درجات

نفرض: $x=2\sin u\Rightarrow dx=2\cos u du,\sqrt{4-x^2}=2\cos u;x^2=4\sin^2 u$ وبالتالي:

$$I_3=\int\frac{2\cos u du}{(4\sin^2 u)(2\cos u)}=\frac{1}{4}\int\frac{du}{\sin^2 u}=\frac{1}{4}\int\csc^2 u du=-\frac{1}{4}\cot u+c$$

بالعودة للمتغير الأساسي x نجد:

$$I_3=-\frac{1}{4}\left(\frac{\sqrt{4-x^2}}{x}\right)+c$$

التكامل الرابع:

9 درجات

$$I_4=\int\cos(\ln x)dx\ ;u=\cos(\ln x)\Rightarrow du=-\sin(\ln x)\frac{dx}{x},dv=dx\Rightarrow v=x$$

$$I_4=x\cos(\ln x)+\int x\sin(\ln x)\frac{dx}{x}$$

إن التكامل $\int\sin(\ln x)dx$ يمكن حسابه بالتجزئة نجد:

$$I_4=x\cos(\ln x)+x\sin(\ln x)-I_4\Rightarrow$$

$$2I_4=x\cos(\ln x)+x\sin(\ln x)=x(\cos(\ln x)+\sin(\ln x))$$

$$I_4=\frac{x}{2}[\cos(\ln x)+\sin(\ln x)]+c$$

السؤال الثاني:(40 درجة):

-1 **20 درجة**

2 درجة

$$\frac{1}{4}s=\int_0^a ydx$$

نقوم بتغيير المتحولات: $dx=-a\sin t dt\ ,y=b\sin t$

4 درجات

$$x=0\Rightarrow t=\frac{\pi}{2}$$

$$x=a\Rightarrow t=0$$

وبالتالي

14 درجة

$$s = 4\int_0^a y\,dx = -4ab\int_{\frac{\pi}{2}}^0 \sin^2 t\,dt = 2ab\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1-\cos 2t)\,dt = 2ab\left(t - \frac{1}{2}\sin 2t\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \pi ab$$

2- **20 درجة**

4 درجات

$$L = \int_\alpha^\beta \sqrt{(x'_\theta)^2 + (y'_\theta)^2}\,d\theta$$

4 درجات

$$\left.\begin{aligned} x'_\theta &= (\cos^3\theta)' = -3\sin\theta\cos^2\theta \\ y'_\theta &= (\sin^3\theta)' = 3\cos\theta\sin^2\theta \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned} (x'_\theta)^2 &= 9\sin^2\theta\cos^4\theta \\ (y'_\theta)^2 &= 9\cos^2\theta\sin^4\theta \end{aligned}$$

4 درجات

$$L = \int_0^{2\pi} \sqrt{9\sin^2\theta\cos^4\theta + 9\cos^2\theta\sin^4\theta}\;\; d\theta$$

8 درجات

$$L = 12\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\sin^2\theta\cos^2\theta(\cos^2\theta+\sin^2\theta)}\;\; d\theta = 12\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\theta\cos\theta\;\; d\theta = 12\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\theta\;\; d(\sin\theta) = 12\left[\frac{\sin^2\theta}{2}\right]_0^{\frac{\pi}{2}} = 6$$

السؤال الثالث:(22 درجة) :

7 درجات

$$I = \iint_D xy^2\,dx\,dy = \int_0^1 dx\int_x^1 xy^2\,dy$$

8 درجات

$$= \int_0^1 dx\left[\frac{xy^3}{3}\right]_x^1 = \int_0^1 \left(\frac{x}{3} - \frac{x^4}{3}\right)dx$$

7 درجات

$$= \left[\frac{x^2}{6} - \frac{x^5}{15}\right]_0^1 = \frac{1}{10}$$

انتهى سلم التصحيح

مدرس المقرر

د. سمير أحمد خلوف