2024 - 2023 سلم تصحيح - رياضيات

السؤال الأول (45 درجة):

(أ)

$$A=\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & 6 \\ -2 & 0 & -6 & 4 \\ -1 & 6 & 0 & -5 \\ -6 & -4 & 5 & 0 \end{pmatrix} \quad , \quad B=\begin{pmatrix} 6 & 3 & 4-2i \\ 3 & -8 & 7i \\ 4+2i & -7i & 9 \end{pmatrix}$$

$$C=\begin{pmatrix} 0 & -1 & 3-3i \\ 1 & 0 & 0 \\ -3-3i & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

A : مصفوفة ذات تناظر محوري . (5 درجات)

B : مصفوفة هرميتية (5 درجات)

C : مصفوفة هرميتية محوريا (5 درجات)

(ب) لدينا $A_{3,4} \cdot B_{4,3}$ معرفا لأن عدد أعمدة المصفوفة A يساوي عدد أسطر المصفوفة B ويساوي 4 ومنه $A_{3,4} \cdot B_{4,3} = C_{33}$ (5 درجات)

لحساب العنصر C_{23} نجد:

$$C_{23} = \sum_{k=1}^{4} a_{2k} \cdot b_{k3} = 2$$ (5 درجات)

(ج)

$$\begin{pmatrix} -1 & 4 & -2 & -1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 5 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$ (5 درجات)

$$\det(A) = |A| = (-1)(2)(5) + (4)(0)(3) + (-2)(0)(0) - (-2)(2)(3) - (-1)(0)(0) = (4)(0)(5) = 2$$ (5 درجات)

الإسم و الرقم الجامعي:

(د)

$$A_{22} = (-1)^{2+2} \Delta_{22} = (-1)^4 \begin{vmatrix} 8 & 0 \\ -6 & 0 \end{vmatrix} = 0$$ (5 درجات)

$$A_{32} = (-1)^{3+2} \Delta_{32} = (-1)^5 \begin{vmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = -16$$ (5 درجات)

السؤال الثاني (35 درجة):

(أ)

$$\forall x \in X;\ x \neq x_0;\ \forall \varepsilon > 0\ \exists \delta(\varepsilon) > 0 : |x-1| < \delta \Rightarrow |f(x)-2| < \varepsilon$$ (5 درجات)

$$\left| \frac{x^2-1}{x-1} - 2 \right| = \left| \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} - 2 \right| = |x+1-2| = |x-1| < \varepsilon = \delta$$ (5 درجات)

وعليه عندما $\delta = \varepsilon$ فإن $|f(x)-2| < \varepsilon$ أي أن $\lim_{x \to 1} f(x) = 2$ (5 درجات)

(ب) نلاحظ أن:

$$\lim_{x \to 1} f(x) = \lim_{x \to 1^+} f(x) = \lim_{x \to 1^-} f(x) = f(1) = 0$$

وعليه الدالة $f(x)$ مستمرة عند النقطة $x = 1$ (5)

$$f'^{+}(1) = \lim_{x \to 1} \frac{|x-1| - 0}{x-1} = \lim_{x \to 1} \frac{x-1}{x-1} = 1$$ (5)

$$f'^{-}(1) = \lim_{x \to 1} \frac{|x-1| - 0}{x-1} = \lim_{x \to 1} \frac{-(x-1)}{x-1} = -1$$ (5)

نلاحظ أن $f'^{+}(1) \neq f'^{-}(1)$ وعليه الدالة $f(x)$ غير قابلة للاشتقاق

وعليه نستنتج: إذا كانت الدالة $f(x)$ مستمرة ليس بالضرورة أن تكون قابلة للاشتقاق. (5)

السؤال الثالث (20 درجة) :

بتطبيق اختبار التقارب المطلق :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left| \frac{(-1)^n 2^n (n+1)!}{(2n)!} \right| = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n (n+1)!}{(2n)!}$$

بتطبيق اختبار دالمبير ،

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{2^{n+1} (n+2)! \ (2n)!}{(2n+2)! \ 2^n (n+1)!} = \frac{2(n+2)}{4n^2+6n+2}$$

$$\lim_{n \to \infty} \frac{2n+2}{4n^2+6n+2} = 0 < 1$$

ومنه المتسلسلة متقاربة حسب دالمبير ⇐ المتسلسلة متقاربة بالطلاق

⇐ المتسلسلة متقاربة .

- انتهى سلم التصحيح -

د. رقية خالد رضوان

حلب في 4-8-2024