كلية الهندسة الميكانيكية والكهربائية — امتحانات الفصل الثاني للعام الدراسي 2023-2024 — الدرجة: 80

قسم هندسة المعادن — سلم تصحيح مادة: ديناميك الآلات والاهتزازات — المدة: ساعتان

السؤال الأول: (18 درجة)

نوجد أولاً مقدار الكتلتين المكافئتين لكتلة ذراع التوصيل:

$$m_5 = m_{45} + m_{56} \quad . \quad m_{45} \cdot l = m_{56} \cdot (L - l)$$

$$12 = m_{45} + m_{56} \quad . \quad m_{45} \cdot 30 \cdot 10^{-2} = m_{56} \cdot (120 - 30) \cdot 10^{-2} \Rightarrow m_{45} = 3m_{56}$$

$$\boldsymbol{m_{45} = 9\ kg} \quad . \quad \boldsymbol{m_{56} = 3\ kg} \qquad (4)$$

1- يعطى عزم العطالة الكتلي المرجع على الحد القائد:

$$J(\varphi_2) = \sum_{i=2}^{n}\left[m_i\left(\acute{X}_{si}^2 + \acute{Y}_{si}^2\right) + J_{si}\acute{\varphi}_i^2\right]$$

$$J(\varphi_2) = J_2\acute{\varphi}_2^2 + J_3\acute{\varphi}_3^2 + J_4\acute{\varphi}_4^2 + m_{45}r^2\acute{\varphi}_4^2 + (m_{56} + m_6)\acute{X}_6^2$$

وتكون توابع الوضع:

$$\acute{\varphi}_2 = 1$$

$$r_2\varphi_2 = r_3\varphi_3 \Rightarrow \varphi_3 = \frac{r_2}{r_3}\varphi_2 \Rightarrow \acute{\varphi}_3 = \frac{r_2}{r_3} = \frac{0.2}{0.4} = \mathbf{0.5}$$

$$r_3\varphi_3 = -r_4\varphi_4 \Rightarrow \varphi_4 = -\frac{r_3}{r_4}\frac{r_2}{r_3}\varphi_2 \Rightarrow \acute{\varphi}_4 = -\frac{r_2}{r_4} = -\frac{0.2}{0.8} = \mathbf{-0.25}$$

$$X_6 \cong L + r \cdot cos\,\varphi_4 = L + r \cdot cos\left(-\frac{r_2}{r_4}\varphi_2\right)$$

$$\acute{X}_6 = \frac{dX_6}{d\varphi_2} = -r \times \left(-\frac{r_2}{r_4}\right) \times \sin\left(-\frac{r_2}{r_4}\varphi_2\right) = \mathbf{0.1 \cdot \sin\left(-\frac{1}{4}\varphi_2\right)} \qquad (6)$$

ويكون عزم العطالة الكتلي المرجع:

$$J(\varphi_2) = 0.18 + 0.4(0.5)^2 + 0.5(-0.25)^2 + 9(0.4)^2(-0.25)^2 + (3 + 10)(0.1)^2 \sin^2\left(-\frac{1}{4}\varphi_2\right)$$

$$J(\varphi_2) = \mathbf{0.40125} + \mathbf{0.13}\sin^2\left(-\frac{1}{4}\varphi_2\right)$$

ولكن: $\sin^2\left(-\frac{1}{4}\varphi_2\right) = \frac{1-\cos\left(-\frac{\varphi_2}{2}\right)}{2}$ نعوض:

$$J(\varphi_2) = \mathbf{0.46625} - \mathbf{0.065}\cos\left(-\frac{\varphi_2}{2}\right) \qquad [kg.m^2] \qquad (6)$$

- حساب درجة عدم الانتظام في حالة اللاحمل:

$$J(\varphi_2) = J_m \mp \Delta J \quad \Rightarrow \quad \delta = \frac{\Delta J}{J_m} = \frac{0.065}{0.46625} = \mathbf{0.13941} \qquad (2)$$

السؤال الثاني: (22 درجة)

1- حساب عزم مقاومة العمل المرجع على الحد القائد:

$$Q = \sum_{i=2}^{n}\left[F_{Xi} \cdot \acute{X}_i + F_{Yi} \cdot \acute{Y}_i + M_i \cdot \acute{\varphi}_i\right]$$

$$M_5^{(5)} = \begin{cases} 0 & 0 \le \varphi_5 \le \pi \\ -2700\ [N \cdot m] & \pi \le \varphi_5 \le \frac{3\pi}{2} \\ -1350\ [N \cdot m] & \frac{3\pi}{2} \le \varphi_5 \le 2\pi \end{cases}$$

دورة العمل (عدد دورات الحد القائد التي توافق دورة واحدة للحد التنفيذي) تساوي $2\pi i = 2\pi\frac{1}{0.5} = 4\pi$ لأن $\acute{\varphi}_5 = 0.5$

$$M_5^{(2)} = M_5^{(5)} \cdot \acute{\varphi}_5 = M_5^{(5)} \cdot (0.5) = \begin{cases} 0 & 0 \le \varphi_2 \le 2\pi \\ -1350\ [N \cdot m] & 2\pi \le \varphi_2 \le 3\pi \\ -675\ [N \cdot m] & 3\pi \le \varphi_2 \le 4\pi \end{cases} \qquad (6)$$

2- حساب عزم المحرك الضروري في حالة التشغيل المستقر، من مبدأ توازن العمل:

خلال دورة عمل كاملة (4π): عمل القوى المحركة = عمل القوى المقاومة

$$W_W = -W_M$$

$$W_M = \int_0^{4\pi} M_M d\varphi_2 = 4\pi M_M \quad [N \cdot m]$$

$$W_W = \int_0^{4\pi} M_W d\varphi_2 = \int_0^{2\pi} 0\, d\varphi_2 + \int_{2\pi}^{3\pi} (-1350)\, d\varphi_2 + \int_{3\pi}^{4\pi} (-675)\, d\varphi_2$$

$$W_W = 0 - 1350(\pi) - 675(\pi) = -2025\pi \; [N \cdot m]$$

$$4\pi M_M = 2025\pi \quad \Rightarrow \quad M_M = 506.25 \; [N \cdot m]$$

(5) ✓

3- العزم المحصل والعمل المحصل:

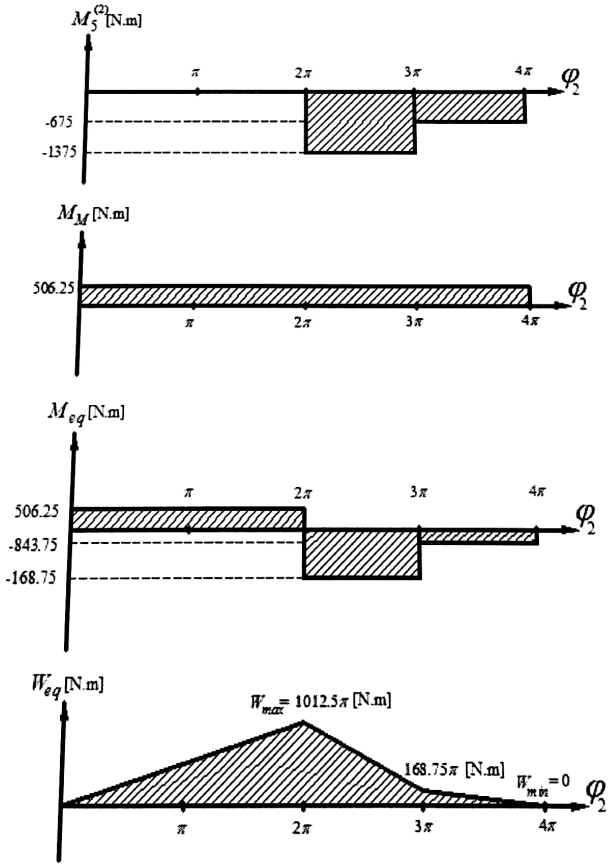
$$M_{eq} = \begin{cases} 506.25 \;\; [N \cdot m] & 0 \le \varphi_2 \le 2\pi \\ -843.75 \; [N \cdot m] & 2\pi \le \varphi_2 \le 3\pi \\ -168.75 \;\; [N \cdot m] & 3\pi \le \varphi_2 \le 4\pi \end{cases}$$

$$W_{max} = \int_0^{2\pi} M_{eq} d\varphi_2 = 506.25(2\pi) = 1012.5\,\pi = 3180.86 \; [N \cdot m]$$

$$W_{med} = \int_0^{3\pi} M_{eq} d\varphi_2 = 1012.5\,\pi - 843.75(\pi) = 168.75\pi = 530.144 \; [N \cdot m]$$

(7) ✓

$$W_{min} = 0$$



(4) ✓

السؤال الثالث : (12 درجة)

$$\zeta = \frac{c}{c_c} = \frac{0.2c_c}{c_c} = \mathbf{0.2} < 1 \quad \text{ما تحت التخامد}$$

$$c_c = 2m\omega_n = 2\sqrt{km} = 2\sqrt{(30000)(50)} = \mathbf{2449.49}\ \frac{N\cdot s}{m}$$

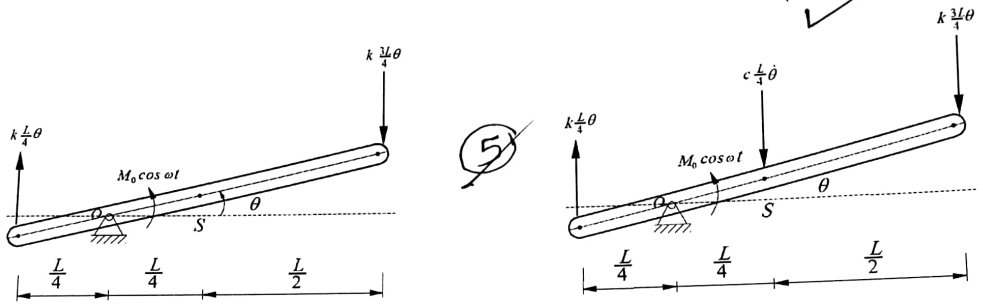
$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{30000}{50}} = 10\sqrt{6} = \mathbf{24.495}\ \frac{rad}{s}$$

$$\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2} = 24.495\sqrt{1-(0.2)^2} = \mathbf{24}\ \frac{rad}{s}$$

$$\Lambda = \ln\frac{x_k}{x_{k+1}} = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} = \frac{2\pi(0.2)}{\sqrt{1-(0.2)^2}} = \mathbf{1.283}$$

$$\frac{x_k}{x_{k+1}} = e^{\wedge} = e^{1.283} = \mathbf{3.6074}$$

السؤال الرابع: (28 درجة)



$$\omega = \frac{2\pi(1000)}{60} = \frac{100\pi}{3} = 104.7197551\ \left[\frac{rad}{sec}\right]$$

$$J_o = \frac{1}{12}ml^2 + m\left(\frac{l}{4}\right)^2 = \frac{7}{48}ml^2 = \frac{7}{48}(10)(1)^2 = 1.45833\ [kg.m^2]$$

$$J_o\ddot{\theta} = -k\left(\frac{l}{4}\right)^2\theta - k\left(\frac{3l}{4}\right)^2\theta + M_o\cos\omega t \ \Rightarrow \frac{7}{48}ml^2\ddot{\theta} + \frac{10}{16}kl^2\theta = M_o\cos\omega t$$

$$\ddot{\theta} + \frac{30}{7}\frac{k}{m}\theta = \frac{48}{7}\frac{M_o}{ml^2}\cos\omega t$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{30}{7}\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{30}{7}\frac{5000}{10}} = 46.291\ \left[\frac{rad}{sec}\right]$$

$$\theta_{stat} = \frac{\bar{Q}}{\omega_n^2} = \frac{\frac{48\,M_o}{7\,ml^2}}{\omega_n^2} = \frac{48}{7}\frac{100}{(10)(1)^2(46.291)^2} = 0.032$$

$$A = \frac{\theta_{stat}}{\sqrt{\left(1-\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right)^2}} = \frac{0.032}{\sqrt{\left(1-\left(\frac{104.7197551}{46.291}\right)^2\right)^2}} = 7.771567\times10^{-3}\ [rad]$$

$$J_o\ddot{\theta} = -c\left(\frac{l}{4}\right)^2\dot{\theta} - k\left(\frac{l}{4}\right)^2\theta - k\left(\frac{3l}{4}\right)^2\theta + M_o\cos\omega t \ \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{3}{7}\frac{c}{m}\dot{\theta} + \frac{30}{7}\frac{k}{m}\theta = \frac{48}{7}\frac{M_o}{ml^2}\cos\omega t$$

$$\delta = \frac{3}{14}\frac{c}{m} = \frac{3(1000)}{14(10)} = 21.42857\ \left[\frac{1}{sec}\right]$$

$$D = \frac{\delta}{\omega_n} = \frac{21.42857}{46.291} = 0.4629$$

د. مصطفى سعود