سلم تصحيح امتحان مادة الفيزياء (2)

لطلاب السنة الأولى، هندسة معادن، الفصل الدراسي الثاني (2022-2023)

د. محمد العنسي

إجابة السؤال الأول [10+10+5=25 درجة]

أ. لتحديد النقاط التي يكون عندها الحقل الكهربائي معدوم، سنضع كل الاحتمالات: نفترض النقاط s و V و P ونوجد اتجاه E_1 و E_2 عند كل نقطة ناشئة عن الشحنات q_1 و q_2 يكون الحقل الكهربائي المحصل معدوم فقط عندما يكون E_1 و E_2 متساويان بالقيمة ومتعاكسين في الاتجاه. عند النقطة S نلاحظ أن اتجاه E_1 نفس اتجاه E_2 وبالتالي لا يمكن أن يكون الحقل المحصل معدوم فيما بين الشحنتين. عند النقطة V يكون اتجاه E_1 معاكس لاتجاه E_2 لكن مقدارهما غير متساويين. عند النقطة P يكون اتجاه E_1 معاكس لاتجاه E_2 ومقدارهما متساويين [3 **علامات**] ولذا:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2q}{d^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{5q}{(0.5+d)^2} \Rightarrow \quad [\ \textbf{5 علامات}\ ]$$

$$d = 30\ cm \qquad [\textbf{2}\text{علامات}]$$

ب.

$$v_{1X} = 25 \times cos(45) = 17.67\frac{km}{hr} \quad [\textbf{1}\text{علامة}]$$

$$v_{1y} = 25 \times sin(45) = 17.67\frac{km}{hr} \quad [\textbf{1}\text{علامة}]$$

$$v_{2X} = 15 \times cos(90) = 0\ \frac{km}{hr} \quad [\textbf{1}\text{علامة}]$$

$$v_{2y} = 15 \times sin(90) = 15\frac{km}{hr} \quad [\textbf{1}\text{علامة}]$$

نقوم بالجمع الجبرى لمركبات كل محور حسب اتجاه كل مركبة، فنجد:

$$v_X = v_{1X} + v_{2X} = 17.67 + 0 = 17.67\ \frac{km}{hr} \quad [\textbf{1}\text{علامة}]$$

$$v_y = v_{1y} + v_{2y} = 17.67 + 15 = 32.67\ km/hr \quad [\textbf{1}\text{علامة}]$$

وتعطى مقدار السرعة المحصلة للقارب بالعلاقة:

$$v_R = \sqrt{(v_X)^2 + (v_Y)^2} = \sqrt{(17.67)^2 + (32.67)^2} = 37.14\frac{km}{hr} \quad [\ \textbf{2}\text{علامة}\ ]$$

ويعطى اتجاه السرعة المحصلة بالعلاقة:

$$\varphi = tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_X}\right) = tan^{-1}\left(\frac{32.67}{17.67}\right) = 61.59^{\circ} \quad [\ \textbf{2}\text{علامة}\ ]$$

ت. بحسب تعريف متجه التدرج، يمكننا أن نكتب :

$$\overrightarrow{grad}(A.B) = \frac{\partial}{\partial x}(A.B)\vec{\imath} + \frac{\partial}{\partial y}(A.B)\vec{\jmath} + \frac{\partial}{\partial z}(A.B)\vec{k} \quad [\text{علامة } 2]$$

$$\overrightarrow{grad}(A.B) = \left(A\frac{\partial B}{\partial x} + B\frac{\partial A}{\partial x}\right)\vec{\imath} + \left(A\frac{\partial B}{\partial y} + B\frac{\partial A}{\partial y}\right)\vec{\jmath} + \left(A\frac{\partial B}{\partial z} + B\frac{\partial A}{\partial z}\right)\vec{k} \quad [\text{علامة } 1]$$

$$\overrightarrow{grad}(A.B) = A\left(\frac{\partial B}{\partial x}\vec{\imath} + \frac{\partial B}{\partial y}\vec{\jmath} + \frac{\partial B}{\partial z}\vec{k}\right) + B\left(\frac{\partial A}{\partial x}\vec{\imath} + \frac{\partial A}{\partial y}\vec{\jmath} + \frac{\partial A}{\partial z}\vec{k}\right) \quad [\text{علامة } 1]$$

$$\overrightarrow{grad}(A.B) = A.\overrightarrow{grad}B + B.\ \overrightarrow{grad}A \quad [\text{علامة } 1]$$

إجابة السؤال الثاني [10+10+5=25 درجة]

أ. .

1. افترض بور وجود بعض المدارات الإلكترونية مستقرة، وإذا وجد الإلكترون في حالة طاقية موافقة لمدار مستقر فإنه لا يصدر أي إشعاع حتى لو كان متسارعاً، وتبقى عندئذ الطاقة الكلية ثابتة، وبالتالي فإن الإلكترون لا يلتف بشكل لولبي مقترباً من النواة كما تتنبأ الفيزياء التقليدية التي طبقها رذرفورد في نموذجه. أي أن الإلكترون يدور حول النواة في مدار دائري تحت تأثير قوة التجاذب الكهربائية، بين النواة موجبة الشحنة والإلكترون سالب الشحنة .
2. تصدر الذرة إشعاعاً عند انتقال الإلكترون من حالة أولية مستقرة للطاقة، إلى حالة مستقرة أخفض للطاقة، بمعنى آخر عندما تكون الذرة مستقرة يبقى الإلكترون يدور في مداره حتى اللانهاية، وهذا ما يعبر عنه بأن الذرة في السوية الأساسية، ولكن عندما يُسلط طاقة على هذه الذرة فيحصل إثارة لها فيمكن للإلكترونات في هذه الحالة أن تترك مدارها عن طريق امتصاص طاقة أو إصدار طاقة ما.
3. يتحدد حجم المدار المسموح للإلكترون حول نواته بالشرط المفروض على اندفاعه المداري الزاوي والذي ينص على أن: المدارات المسموحة للإلكترون توافق قيماً محددة للاندفاع المداري الزاوي له حول النواة بحيث تكون هذه القيم مساوية لعدد صحيح من $\frac{h}{2\pi}$ ، أي أن :

$$m_e vr = n\frac{h}{2\pi} \qquad (*) \qquad ;n = 1,2,3,\ldots.$$

حيث m_e كتلة الإلكترون، وv سرعته على مداره، وr نصف قطر المدار، و n تعبر عن رقم المدار، و h ثابت بلانك.

[5 علامات]

تعيين نصف قطر مدار ذرة الهيدروجين

أثناء حركة الإلكترون في مداره الدائري، يكتسب تسارعاً ناظمياً وفقاً للعلاقة التالية:

$$a_T = \frac{v^2}{r_n} \qquad (1)$$

حيث v سرعة الإلكترون في المدار n، و r نصف قطر هذا المدار، وبالتالي فإنه يخضع لقوة نابذة تُعطى بالعلاقة التالية:

$$F_r = ma_T = m\frac{v^2}{r_n} \qquad (2)$$

وحسب فرضية بور الأولى وبالمساواة بين القوتين الجاذبة والنابذة نجد:

$$k_e\frac{e^2}{r_n^2} = m_e\frac{v^2}{r_n} \Rightarrow m_e v^2 r_n = k_e e^2 \qquad (3)$$

تربيع العلاقة * وتنسبها إلى العلاقة (3) نجد:

$$r_n = \frac{n^2h^2}{4\pi^2 k_e e^2 m_e} \qquad (4)$$

حيث تدل العلاقة (4) على أن لأنصاف أقطار المدارات المسموحة للإلكترون قيماً متقطعة، أي أنها مكماة.

ومن أجل ذرة الهيدروجين التي تحوي على مدار واحد فقط ؛ أي: $n = 1$ ، نحصل على نصف قطر مدار ذرة الهيدروجين، بالعلاقة:

$$r_1 = a_0 = \frac{h^2}{4\pi^2 k_e e^2 m_e}$$

بتعويض قيم الثوابت في العلاقة الأخيرة نحصل على:

$$a_0 = 0.53 \times 10^{-10} m = 0.53\ A^{\circ}$$

وهو نصف قطر مدار ذرة الهيدروجين ويدعى نصف قطر بور [5**علامات**].

د. محمد العنسي

ب.

- يعطى ثابت الشبكة البلورية للنحاس بالعلاقة:

$$a = \frac{4R}{\sqrt{2}} = \frac{4 \times 0.128}{\sqrt{2}} = 0.362 \text{ nm} \qquad [\text{علامات } 2]$$

- لحساب معامل الرص:

إن العدد الفعلي لذرات النحاس = 4 ، وبالتالي يعطى معامل الرص بالعلاقة:

$$APF = \frac{4 \times \frac{4}{3}\pi R^3}{(\frac{4R}{\sqrt{2}})^3} = \frac{4 \times \frac{4}{3} \times 3.14 \times (0.128)^3}{(0.362)^3}$$

$$APF = 0.74 \qquad [\text{علامات } 3]$$

- لحساب الكثافة النظرية للنحاس:

عدد الذرات 4 ، $V = a^3$ ، $4R = \sqrt{2}\, a$ ، $V = (\frac{4R}{\sqrt{2}})^3$ وبالتالي:

$$\rho = \frac{N\, A_w}{V\, N_A}$$

$$\rho = \frac{4 \times 63.5}{(\frac{4 \times 0.128 \times 10^{-7}}{\sqrt{2}})^3 \times 6.023 \times 10^{23}}$$

$$\rho = 8.89 \frac{g}{cm^3} \qquad [\text{علامات } 5]$$

ت.

$$q_1 = \text{N e} = 6 \times 10^{12} \times 1.6 \times 10^{-19} = 9.6 \times 10^{-7}\, C$$

$$q_2 = \sigma A = \sigma \times (4\pi R^2) = 5 \times 10^{-3} \times 4 \times 3.14 \times (0.01)^2 = 6.28 \times 10^{-6}\, C$$

$$F = K\frac{q_1 q_2}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{9.6 \times 10^{-7} \times 6.28 \times 10^{-6}}{(0.05)^2} = 21.7\, N \qquad [\text{علامات } 5]$$

د. محمد القيسي

إجابة السؤال الثالث [5+5+5+5=20 درجة]

أ.

1. يشبه غاز الإلكترونات الحرة الغاز العادي في كثير من الأوجه منها : أنه يمكن إهمال حجم مكوناته (حجم الإلكترونات، مقارنة بالحجم الكلي الذي يشغله الغاز ، ويمكن إهمال القوى المتبادلة بين الإلكترونات الحرة).
2. يمكن وصف حركة كل جسيم (كل إلكترون (بالإحداثيات ومركبات السرعة).
3. يكون الغاز الإلكتروني في حالة اتزان حراري مع الشبكة البلورية .[5علامات]

ب.

أولا: يكون غاز الإلكترون الحر مشحوناً على خلاف الغاز العادي (الذي يكون عبارة عن جزيئات متعادلة).
ثانياً: يكون تركيز الإلكترونات في المعادن كبيراً جداً، $N = 10^{29}\ electron/cm^3$ بينما يكون الغاز العادي في حدود $N = 10^{25}\ electron/cm^3$ وبمقارنة حجم عدد الإلكترونات أو (الجزيئات (مع حجم البلورة) أو الإناء في حالة الغاز العادي نجد أنه يمكن إهمال حجم الإلكترونات .[5علامات]

ت.

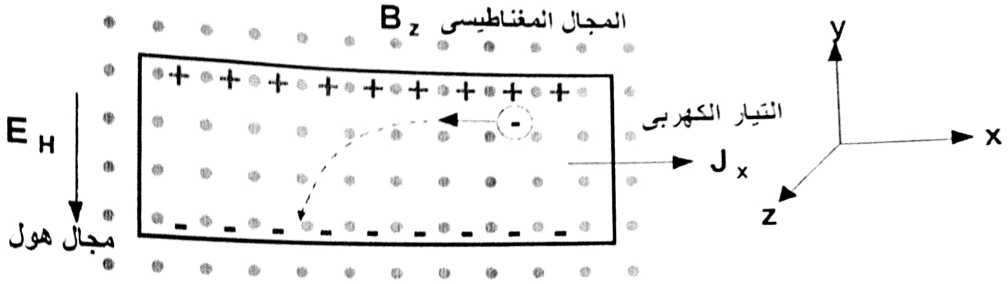
بالرغم من أن الإلكترون يتفاعل مع الأيون من خلال الجذب الكولومي، إلا أن التأثيرات الكمية تدخل جهدا تنافريا إضافيا يحاول إلغاء الجذب الكولومي، الأمر الذي معه يكون الجهد الكلي الناتج والذي يعرف بالجهد- الزائف (pseudopotential) ضعيفاً وخاصة في حالة المعادن القلوية.

الطريقة الأخرى لتوضيح ذلك وهى ملاحظة أنه، عندما يمر إلكترون بأيون فإن سرعته تتزايد بشكل فجائي في المنطقة المجاورة للأيون، نتيجة التناقص في الجهد،

لهذا السبب، فإن الإلكترون يقضى جزءا صغيرا من الوقت بالقرب من الأيون، حيث يكون الجهد قوياً، بينما يقضي معظم الوقت حيث يكون الجهد ضعيفاً وبذلك يتصرف الإلكترون كما لو كان حرا .هذا بالإضافة إلى أنه، عندما يكون الإلكترون بعيداً جداً عن الأيون فأنه يكون محجوباً عنه بواسطة تأثير الإلكترونات الأخرى والتي يمكن القول بأنها تشكل قناعاً يحجب الإلكترون عن النواة .[5علامات]

مفعول هول

عندما يمر تيار كهربائي J_x في سلك في اتجاه محور x تحت تأثير حقل مغناطيسي عمودي على هذا الاتجاه، شدته B_z يتولد حقل كهربائي عمودي على كل من التيار الكهربائي والحقل المغناطيسي، أي في اتجاه المحور y. تعرف الظاهرة السابقة بمفعول هول ويمكن توضيحها بالشكل التالي:



رسم تخطيطي لتأثير ومجال هول.

لفهم هذا التأثير نفترض أولا حالة ما قبل تطبيق الحقل المغناطيسي . في هذه الحالة يتدفق التيار الكهربائي في الاتجاه الموجب لمحور x، وهذا يعنى أن إلكترونات التوصيل تتحرك بسرعة ازاحية $\vec{v}$ في الاتجاه السالب لمحور x .

عند تطبيق الحقل المغناطيسي فإن الإلكترونات تقع في نفس الوقت تحت تأثير قوة لورنتز يعطى مقدارها بالعلاقة:

$$\vec{F} = e(\vec{v} \times \vec{B})$$

وتسبب هذه القوة انحناء لحركة الإلكترونات في الاتجاه الأسفل كما هو مبين بالشكل أعلاه . ومع مرور الوقت تتكدس الإلكترونات على السطح السفلي وتتولد بالاستقطاب شحنات موجبة مساوية على السطح العلوي . يولد تراكم الشحنات السالبة والموجبة على السطحين السفلي والعلوي حقلاً كهربيا يسمى حقل (مجال) هول.

لحساب حقل هول نفترض أن قوة لورنتز التي تؤدي إلى تراكم الشحنات في المكان الأول تكون في الاتجاه السالب للمحور y وتعطى بالعلاقة:

$$F_L = ev_x B_z$$

ينتج الحقل المتكون بالشحنة الموجودة على السطح قوة تعاكس قوة لورنتز . تستمر عملية تراكم الشحنة حتى تتساوى قوة هول (F_H) تماما مع قوة لورنتز، ونحصل على حالة اتزان. عند هذه الحالة تكون $F_H = F_L$ وبالتالي نحصل على:

$$-F_H = -ev_x B_z \longrightarrow E_H = v_x B_z$$

ويسمى هذا الحقل حقل هول.

أحيانا يكون من المفيد التعبير عن هذا الحقل بكميات قابلة للقياس ولذلك يتم التعبير عن السرعة v_x بدلالة كثافة التيار $J_x = N(-e)v_x$ ، وهذا يؤدى إلى:

$$E_H = -\frac{1}{Ne} J_x B_z$$

يتضح من العلاقة السابقة أن حقل هول يتناسب طرديا مع كل من كثافة التيار وشدة الحقل المغناطيسي، ويعرف ثابت التناسب $(\frac{E_H}{J_x B_z})$ هذا بثابت هول، ويرمز له عادة بالرمز R_H . وهكذا يعطى ثابت هول على النحو :

$$R_H = -\frac{1}{Ne}$$

تعتبر النتيجة السابقة مهمة جداً من الناحية العملية . وبما أن ثابت هول يتناسب عكسيا مع كثافة الإلكترونات (N) فإن هذا يعنى أننا يمكننا تعيين N بواسطة قياس كمون هول عمليا وتعتبر هذه الطريقة هي الطريقة القياسية لتعيين تركيز الإلكترونات في المادة.

ومن الناحية العملية فان هذه التقنية ذات قيمة لأنه، بخلاف N، فان الكمية الأخرى التي يعتمد عليها ثابت هول هي شحنة الإلكترون (e −) وهو ثابت فيزيائي أساسي وقيمته معروفة بدقة [5**علامات**] .

وبالتوفيق للجميع

د. محمد الغنسي **9-7-2023**