$\frac{100}{100}$

سلم تصحيح مقرر{الرياضيات(٤)} ثانية:<معادن > الفصل الثاني لعام/ ٢٠٢٣ / م

60

20

:(١-١)

$$f(x)=\begin{cases} x(1-x); 0\le x\le 1\\ 0 \quad ;-1\le x\le 0\end{cases}, a_0=\int_0^1 x(1-x)dx=\frac{1}{6}, a_n=\int_0^1 \underbrace{x(1-x)}_{u,du=(1-2x)dx}\underbrace{\cos(n\pi x)dx}_{dv,v=\frac{\sin(n\pi x)}{n\pi}}=\begin{cases}0 & ;n=2m+1\\ \frac{-1}{2m^2\pi^2} & ;n=2m\end{cases}, b_n=\int_0^1 \underbrace{x(1-x)}_{u,du=(1-2x)dx}\underbrace{\sin(n\pi x)dx}_{dv,v=\frac{-\cos(n\pi x)}{n\pi}}=\begin{cases}\frac{4}{(2m+1)^3\pi^3} & ;n=2m+1\\ 0 & ;n=2m\end{cases}$$

10

$$\to f(x)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}\left[a_n\cos(2m\pi x)+b_n\sin((2m+1)\pi x)\right]=\frac{1}{12}+\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{-1}{2m^2\pi^2}\cos(2m\pi x)+\frac{4}{(2m+1)^3\pi^3}\sin((2m+1)\pi x)\right]$$

10

20

$$I=\int_0^{\infty}\frac{x^2dx}{\sqrt{2-x}}=\frac{1}{\sqrt{2}}\int_{x=0}^{\infty}\frac{x^2dx}{\sqrt{1-\frac{x}{2}}}\overset{y=\frac{-x}{2},dx=2dy}{\underset{y;0\to\infty}{=}}\frac{8}{\sqrt{2}}\int_{y=0}^{\infty}\frac{y^2dx}{\sqrt{1+y}}=$$

(٢-١):

$$=\frac{8}{\sqrt{2}}\int_{y=0}^{\infty}\frac{y^2dx}{(1+y)^{\frac{1}{2}}}\overset{m-1=2,m=3}{\underset{m+n=\frac{1}{2},n=\frac{1}{2}-3=\frac{-5}{2}}{=}}\frac{8}{\sqrt{2}}B\left(3,\frac{-5}{2}\right)=\frac{8}{\sqrt{2}}\frac{\Gamma(3)\Gamma\left(\frac{-5}{2}\right)}{\underbrace{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}_{\sqrt{\pi}}}$$

10 10

$$\begin{cases}x'+3x+y'=1\\ x'-x+y'=e^t\end{cases}; x(0)=y(0)=0\xrightarrow{L}\begin{cases}L(x')+3L(x)+L(y')=L(1)\\ L(x')-L(x)+L(y')=L(e^t)\end{cases}, \begin{cases}SL(x)-x(0)+3L(x)+SL(y')-y(0)=\frac{1}{S}\\ SL(x)-x(0)-L(x)+SL(y')-y(0)=\frac{1}{S-1}\end{cases}$$

10

$$\begin{cases}(s+3)L(x)+sL(y)=\frac{1}{s}\\ (s-1)L(x)+sL(y)=\frac{1}{s-1}\end{cases}\xrightarrow{K}\begin{cases}L(x)=\dfrac{\begin{vmatrix}\frac{1}{s} & s\\ \frac{1}{s-1} & s\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}s+3 & s\\ s-1 & s\end{vmatrix}}=\dfrac{1-\frac{s}{s-1}}{4s}=\frac{1}{4s}-\frac{1}{4(s-1)}\xrightarrow{L^{-1}}x(t)=\frac{1}{4}-\frac{e^t}{4}\\ L(y)=\dfrac{\begin{vmatrix}s+3 & \frac{1}{s}\\ s-1 & \frac{1}{s-1}\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}s+3 & s\\ s-1 & s\end{vmatrix}}=\frac{-1}{s}+\frac{1}{s-1}+\frac{1}{4s^2}\xrightarrow{L^{-1}}x(t)=-1+e^t+\frac{t}{4}\end{cases}; \forall t>0$$

20

10

:(٣-١)

40

ج٢):(١-٢): 20

$$J=\int_0^1(x^3+1)dx=\left[\frac{x^4}{4}+x\right]_0^1=\frac{1+4}{4}=\frac{5}{4}=1.25; n=2, h=\frac{b-a}{n}=\frac{1-0}{2}=\frac{1}{2}, I_2\overset{s}{=}\frac{h}{3}\left[f(x_0)+4f(x_1)+2f(x_2)\right]=\frac{0.5}{3}\left[0+4(0.5)=+2(1)\right]=\frac{2}{3}=0.666$$

10

$$E=|1.25-0.666|=0.584$$

10

20

(٢-٢): لنشكل جدول فروق نيوتن و نكتب حدودية فروق نيوتن التراجعية من الدرجة الثانية:

x_n	y_n	Δy_n	$\Delta^2 y_n$
2	0.5		
		-0.1	
2.5	0.4		-0.05
		-0.15	
3	0.25		

$$N_2P(x)=y_n+n\Delta y_n+\frac{n(n+1)}{2!}\Delta^2 y_n;$$

$$h=2.5-2=0.5, n=\frac{x-x_n}{h}=\frac{(x-3)}{0.5}=0.5, n+1=\frac{(x-2.5)}{0.5}$$

$$N_2P(3)=0.25-(0.15)\frac{(x-3)}{0.5}+\frac{(-0.05)}{2}\frac{(x-3)}{0.5}\frac{(x-2.5)}{0.5}=0.25$$

10 10

مع تمنياتي بالنجاح والتوفيق **مدرس المقرر : د.عصام عبد الرزاق**