سلم تصحيح مادة الرياضيات (٤)
لطلاب السنة الثانية اختصاص تحكم
آلي وحواسيب للعام الدراسي 2023-2024
الدورة الفصلية الثانية

السؤال الأول: (50 درجة) أ- 20 درجة، ب- 30 درجة

أ-
$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\tan\theta}\, d\theta = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{\sin\theta}{\cos\theta}\right)^{\frac{1}{2}} d\theta$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\theta^{\frac{1}{2}} \cdot \cos\theta^{-\frac{1}{2}}\, d\theta \quad 3$$

بالمقارنة مع الشكل الثاني (المثلثي) لدالة بيتا

$$2\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\theta^{2m-1} \cdot \cos\theta^{2n-1}\, d\theta \quad 7$$

نضرب التكامل السابق بـ 2، نقسم على 2

$$I = \frac{1}{2}\left[2\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\theta^{\frac{1}{2}} \cos\theta^{-\frac{1}{2}}\, d\theta\right]$$

$$2m-1 = \frac{1}{2} \Rightarrow 2m = \frac{3}{2} \Rightarrow m = \frac{3}{4}$$
$$2n-1 = -\frac{1}{2} \Rightarrow 2n = \frac{1}{2} \Rightarrow n = \frac{1}{4} \quad 5$$

$$\Rightarrow I = \frac{1}{2}\beta(m,n) = \frac{1}{2}\beta\left(\frac{3}{4}, \frac{1}{4}\right) =$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{\sin\frac{\pi}{4}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt{2}\,\pi}{2} = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \quad 5$$

ب-
$$y' = 1 + 2\int_0^t e^{-(t-u)} \cdot y(u)\, du$$

5 نأخذ تحويل لابلاس الطرفين

د. محمد عباس

السؤال الثا

أ

$$L y' = L1 + 2L\int_0^t e^{-(t-u)}\, y(u)\, du$$

$$sLy - y(0) = \frac{1}{s} + 2Le^{-t} * y$$ 5

$$sLy = \frac{1}{s} + 2\cdot\frac{1}{s+1}Ly$$ 5

نعزل Ly لطرف والباقي بطرف

$$Ly = \frac{s+1}{s(s^2+s-2)} = \frac{s+1}{s(s+2)(s-1)}$$

نأخذ لابلاس العكسي للطرفين 5

$$y = L^{-1}\frac{s+1}{s(s+2)(s-1)}$$

نفرق الكسر الى كسور جزئية بسيطة

$$y = L^{-1}\frac{-\frac{1}{2}}{s} + L^{-1}\frac{-\frac{1}{6}}{s+2} + L^{-1}\frac{\frac{2}{3}}{s-1}$$ 5

$$y = -\frac{1}{2}L^{-1}\frac{1}{s} - \frac{1}{6}L^{-1}\frac{1}{s+2} + \frac{2}{3}L^{-1}\frac{1}{s-1}$$

$$y = -\frac{1}{2} - \frac{1}{6}e^{-2t} + \frac{2}{3}e^{t}$$ 5

(٤)

السؤال الثاني (50 درجة) أ- 30 درجة ب- 20 درجة

أ)

$f(-x) = -x = -f(x)$

فردية (3)

(3) $a_0 = a_n = 0$ / $2w = T = \pi - (-\pi) = 2\pi$

$\Rightarrow w = \pi$

(7)

$$b_n = \frac{2}{w}\int_0^w f(x)\sin n\frac{\pi x}{w}\,dx$$

$$b_n = \frac{2}{\pi}\int_0^\pi x\sin nx\,dx$$

$$b_n = \frac{2}{\pi}\left[I\right] \quad , I = \int_0^\pi x\sin nx\,dx$$

بعوض $u = x, dv = \sin nx$

u	dv
x	$\sin nx$
(+) 1	$-\frac{1}{n}\cos nx$
(−) 0	$-\frac{1}{n^2}\sin nx$

$$I = \left[-\frac{1}{n}x\cos nx + \frac{1}{n^2}\sin nx\right]_0^\pi$$

$$= -\frac{\pi}{n}(-1)^n = \frac{\pi}{n}(-1)^{n+1}$$

$$\Rightarrow b_n = \frac{2}{\pi}\cdot\frac{\pi}{n}(-1)^{n+1} = \frac{2}{n}(-1)^{n+1}$$ (7)

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2}{n}(-1)^{n+1}\sin nx$$

استنتاج مجموع السلسلة

نطبق مطابقة بارسيفال

$$\frac{1}{w}\int_{-w}^{+w} f^2(x)\,dx = \frac{a_0^2}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}\left[a_n^2 + b_n^2\right]$$ (5)

$$S = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}$$

5

$a_0 = 0,\ a_n = 0,\ b_n = \frac{2}{n}(-1)^{n+1}$

$f(x) = x,\ \omega = \pi$

نعوض في المطابقة

$$\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{+\pi} x^2\,dx = \sum_{n=1}^{\infty} b_n^2$$

$$\frac{1}{\pi}\left[\frac{x^3}{3}\right]_{-\pi}^{+\pi} = \sum_{n=1} \frac{4}{n^2}(1) \Rightarrow 4\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2} = \frac{2\pi^2}{3}$$

5

$$\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$$

X_i	y_i	X_i^2	X_iy_i
-2	1	4	-2
-1	-1	1	1
0	-1	0	0
1	1	1	1
2	5	4	10
3	11	9	33

$\sum X_i = 3$

$\sum y_i = 16$

$\sum X_iy_i = 43$ 5

$\sum X_i^2 = 19$

$n = 6$

$P_1(x_i) = \alpha + \beta x$

نعوض في المعادلتين

$\sum y_i = n\alpha + \beta\sum x_i$

$\sum X_iy_i = \alpha\sum x_i + \beta\sum x_i^2$ 10

$$\left.\begin{aligned} 6\alpha + 3\beta &= 16 \\ 3\alpha + 19\beta &= 43 \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} \alpha &= 1.667 \\ \beta &= 2 \end{aligned}$$

5

تم حدود الإستيفاء

$$P_1(x_i) = 1.667 + 2X$$

انتهى سلم التصحيح

ورود ابراهيم