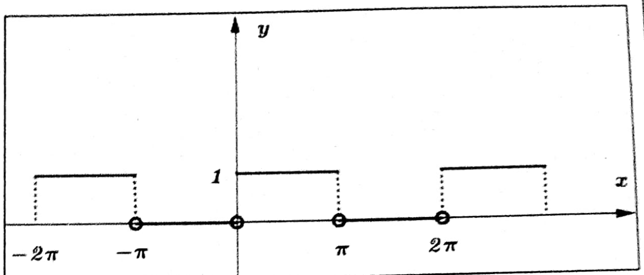
جامعة البعث
كلية الهندسة الميكانيكية والكهربائية
قسم العلوم الأساسية

سلم تصحيح مقرر الرياضيات (4) – السنة الثانية إلكترون – الدورة الفصلية الثانية للعام 2024–2023 م

السؤال الأول. (40 درجة).

أولاً. (10+5+5=20 درجة).

1−



2−

$$f(x)=\begin{cases}1 & ;\ 0\le x\le \pi\\ 0 & ;\ \pi<x<2\pi\end{cases}$$

3− إنَّ الدالة المفروضة دالة دورية دورها $2T=2\pi$ ، وإنَّ منشور فورييه الموافق للدالة f يعطى بالشكل:

$$f(x)\sim\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}\left[a_n\cos\left(\frac{2n\pi}{2T}x\right)+b_n\sin\left(\frac{2n\pi}{2T}x\right)\right]$$

حيث إنَّ:

$$a_0=\frac{1}{T}\int_{\alpha}^{\alpha+2T}f(x)\,dx\qquad a_n=\frac{1}{T}\int_{\alpha}^{\alpha+2T}f(x)\cos\left(\frac{2n\pi}{2T}x\right)dx\qquad b_n=\frac{1}{T}\int_{\alpha}^{\alpha+2T}f(x)\sin\left(\frac{2n\pi}{2T}x\right)dx$$

$$a_0=\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}1\,dx=1$$

$$a_n=\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\cos(nx)\,dx=0$$

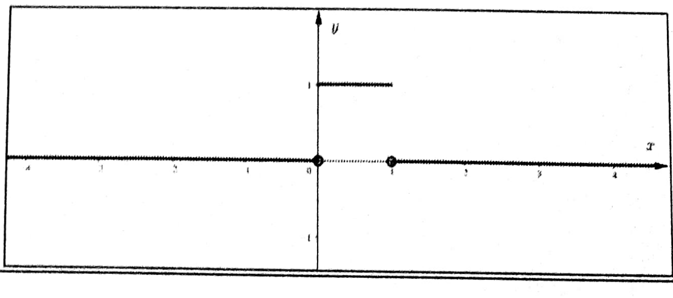
$$b_n=\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\sin(nx)\,dx=\frac{1-\cos(n\pi)}{n\pi}=\begin{cases}0 & ;\text{if } n \text{ is an even number}\\ \dfrac{2}{n\pi} & ;\text{if } n \text{ is an odd number}\end{cases}$$

وبالتالي:

$$f(x)\sim\frac{1}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{2}{(2n-1)\pi}\sin\left((2n-1)x\right)\right]$$

ثانياً. (5+10+5=20 درجة).

1−



2– إنَّ تكامل فورييه للدالة المفروضة يعطى بالشكل:

$$f(x) \sim \frac{1}{\pi}\int_0^{+\infty}\left\{\int_{-\infty}^{+\infty}\left[f(u)\cos\alpha(u-x)\right]du\right\}d\alpha$$

$$I=\int_{-\infty}^{+\infty}\left[f(u)\cos\alpha(u-x)\right]du=\int_0^1\cos\alpha(u-x)\,du$$

$$=\left[\frac{1}{\alpha}\sin\alpha(u-x)\right]_0^1=\frac{1}{\alpha}\left[\sin\alpha(1-x)+\sin\alpha(x)\right]$$

وبالتالي فإنَّ تكامل فورييه للدالة المفروضة يعطى بالشكل:

$$f(x) \sim \frac{1}{\pi}\int_0^{+\infty}\frac{\sin\alpha(1-x)+\sin\alpha(x)}{\alpha}d\alpha$$

3– إنَّ النقطة $x_1=0$ تشكل نقطة انقطاع من النوع الأول للدالة المفروضة وبالتالي:

$$\frac{f(0^{+0})+f(0^{-0})}{2}=\frac{1}{2}=\frac{1}{\pi}\int_0^{+\infty}\frac{\sin(\alpha)}{\alpha}d\alpha$$

ومنه فإنَّ:

$$\int_0^{+\infty}\frac{\sin(\alpha)}{\alpha}d\alpha=\frac{\pi}{2}$$

السؤال الثاني. (20 درجة). يكفي أن يحسب الطالب تكاملاً واحد فقط.

1– نفرض أنَّ $u=2x$ وبالتالي:

$$x=\frac{1}{2}u \Rightarrow dx=\frac{1}{2}du$$

$$x \xrightarrow{>} 0 \Rightarrow u \xrightarrow{>} 0 \qquad x \longrightarrow +\infty \Rightarrow u \longrightarrow +\infty$$

وبالتالي فإنَّ:

$$I_1=\frac{1}{2}\int_0^{+\infty}(\frac{u}{2})^6 e^{-u}du=\frac{1}{2^7}\int_0^{+\infty}u^6 e^{-u}\,du=\frac{\Gamma(7)}{2^7}=\frac{6!}{2^7}=\frac{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{2^7}=\frac{3\cdot5\cdot3}{2^3}=\frac{45}{8}$$

2– $\begin{bmatrix} n-1=3 \Rightarrow n=4 \\ m-1=2 \Rightarrow m=3 \end{bmatrix}$

$$I_2=\int_0^1 x^3(1-x)^2\,dx=\beta(4,3)=\frac{\Gamma(4)\cdot\Gamma(3)}{\Gamma(7)}=\frac{3!\cdot2!}{6!}=\frac{1}{60}$$

د. عدنان الطيباني

سلم تصحيح مقرر الرياضيات (4) – السنة الثانية إلكترون – الدورة الفصلية الثانية للعام 2024–2023 م

السؤال الثالث. (40 درجة).

أولاً. **(10 درجات).**

نشكل جدول الفروق التقدمية للدالة المفروضة:

x_i	y_i	Δy_i	$\Delta^2 y_i$	$\Delta^3 y_i$	$\Delta^4 y_i$
1	$y_0=1$				
		$\Delta y_0=-0.6667$			
2	0.3333		$\Delta^2 y_0=0.5334$		
		-0.1333		$\Delta^3 y_0=-0.4573$	
3	0.2		0.0761		$\Delta^4 y_0=0.4067$
		-0.0572		-0.0506	
4	0.1428		0.0255		
		-0.0317			
5	0.1111				

نلاحظ أنّ:

$$\mathrm{s}=\frac{x-x_0}{h}=\frac{x-1}{1}=x-1$$

$$p_4(x)=y_0+\mathrm{s}\,\Delta y_0+\frac{\mathrm{s(s-1)}}{2!}\Delta^2 y_0+\frac{\mathrm{s(s-1)(s-2)}}{3!}\Delta^3 y_0+\frac{\mathrm{s(s-1)(s-2)(s-3)}}{4!}\Delta^4 y_0$$

$$p_4(x)=1-(x-1)\ 0.6667+\frac{(x-1)(x-2)}{2!}0.5334-\frac{(x-1)(x-2)(x-3)}{3!}0.4573+$$
$$+\frac{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}{4!}0.4067$$

ثانياً. **(30 درجة).**

لنفرض أنّ $Y(p)=L[\,y(x)\,]$، عندئذ فإنّ:

$$L[\,y'\,]=pY-y(0)=pY-1$$
$$L[\,y''\,]=p^2Y-p\,y(0)-y'(0)=p^2Y-p-2$$

نأخذ تحويل لابلاس لطرفي المعادلة المفروضة فنجد أنّ:

$$p^2Y-p-2-pY+1-6Y=\frac{2}{p}\Rightarrow Y(\,p^2-p-6\,)=\frac{2}{p}+p+1$$

$$Y=\frac{p^2+p+2}{p(\,p^2-p-6\,)}=\frac{p^2+p+2}{p(\,p-3)(\,p+2)}$$

$$\frac{p^2+p+2}{p(p-3)(p+2)}=\frac{A}{p}+\frac{B}{p-3}+\frac{C}{p+2}=\frac{p^2(A+B+C)+p(-A+2B-3C)-6A}{p(p-3)(p+2)}$$

بالمقارنة بين الطرفين نجد أنَّ:

$$\left.\begin{array}{l} A+B+C=1 \\ -A+2B-3C=1 \\ -6A=2 \end{array}\right\}\Rightarrow A=\frac{-1}{3},\ B=\frac{14}{15},\ C=\frac{2}{5}$$

وبالتالي فإنَّ:

$$Y=\frac{-1}{3}\frac{1}{p}+\frac{14}{15}\frac{1}{p-3}+\frac{2}{5}\frac{1}{p+2}$$

بأخذ تحويل لابلاس العكسي للطرفين نجد أنَّ:

$$y(x)=L^{-1}[Y(p)]=\frac{-1}{3}+\frac{14}{15}e^{3x}+\frac{2}{5}e^{-2x}$$

الخميس
2024/8/1

نهاية السلم

مدرس المقرر
د. عدنان الطيباني

جامعة البعث
كلية الهندسة الميكانيكية والكهربائية
قسم العلوم الأساسية

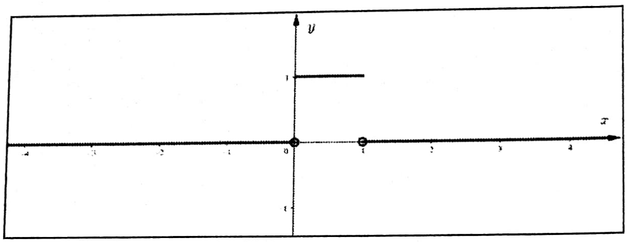
النموذج (B)

سلم تصحيح مقرر الرياضيات (4) – السنة الثانية إلكترون – الدورة الفصلية الثانية للعام 2023–2024 م

السؤال الأول: (40 درجة)

أولاً:

1– (20=5+10+5 درجة)



2– إنَّ تكامل فوريه للدالة المفروضة يعطى بالشكل:

$$f(x) \sim \frac{1}{\pi}\int_{0}^{+\infty}\left\{\int_{-\infty}^{+\infty}\left[f(u)\cos\alpha\left(u-x\right)\right]du\right\}d\alpha$$

$$I=\int_{-\infty}^{+\infty}\left[f(u)\cos\alpha\left(u-x\right)\right]du=\int_{0}^{1}\cos\alpha\left(u-x\right)du$$

$$=\left[\frac{1}{\alpha}\sin\alpha\left(u-x\right)\right]_{0}^{1}=\frac{1}{\alpha}\left[\sin\alpha\left(1-x\right)+\sin\alpha\left(x\right)\right]$$

وبالتالي فإنَّ تكامل فوريه للدالة المفروضة يعطى بالشكل:

$$f(x) \sim \frac{1}{\pi}\int_{0}^{+\infty}\frac{\sin\alpha\left(1-x\right)+\sin\alpha\left(x\right)}{\alpha}d\alpha$$

3– إنَّ النقطة $x_1=0$ تشكل نقطة انقطاع من النوع الأول للدالة المفروضة وبالتالي:

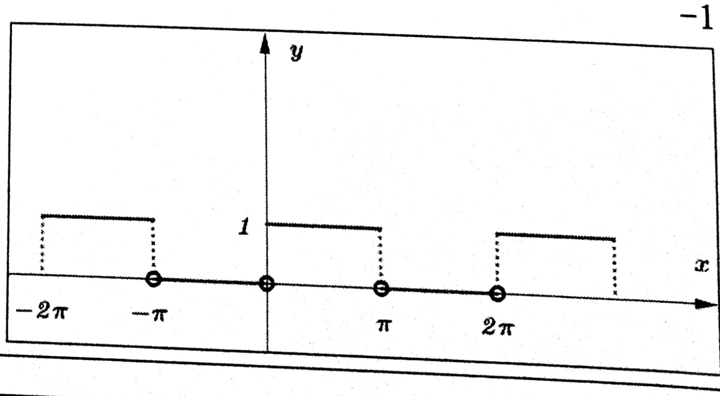
$$\frac{f(0^{+0})+f(0^{-0})}{2}=\frac{1}{2}=\frac{1}{\pi}\int_{0}^{+\infty}\frac{\sin(\alpha)}{\alpha}d\alpha$$

ومنه فإنَّ:

$$\int_{0}^{+\infty}\frac{\sin(\alpha)}{\alpha}d\alpha=\frac{\pi}{2}$$

ثانياً: (20=5+5+10 درجة)

1–



2–

$$f(x)=\begin{cases}1 & ;\ 0\le x\le \pi\\ 0 & ;\ \pi<x<2\pi\end{cases}$$

د. عدنان الطيباني

3– إنَّ الدالة المفروضة دالة دورية دورها $2T = 2\pi$ ، وإنَّ منشور فورييه الموافق للدالة f يعطى بالشكل:

$$f(x) \sim \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}\left[a_n \cos\left(\frac{2n\pi}{2T}x\right) + b_n \sin\left(\frac{2n\pi}{2T}x\right)\right]$$

حيث إنَّ:

$$a_0 = \frac{1}{T}\int_{\alpha}^{\alpha+2T} f(x)\,dx \qquad a_n = \frac{1}{T}\int_{\alpha}^{\alpha+2T} f(x)\cos\left(\frac{2n\pi}{2T}x\right)dx \qquad b_n = \frac{1}{T}\int_{\alpha}^{\alpha+2T} f(x)\sin\left(\frac{2n\pi}{2T}x\right)dx$$

$$a_0 = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} 1\,dx = 1$$

$$a_n = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} \cos(nx)\,dx = 0$$

$$b_n = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} \sin(nx)\,dx = \frac{1-\cos(n\pi)}{n\pi} = \begin{cases} 0 & ;\textit{if } n \textit{ is an even number} \\ \dfrac{2}{n\pi} & ;\textit{if } n \textit{ is an odd number} \end{cases}$$

وبالتالي:

$$f(x) \sim \frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{2}{(2n-1)\pi}\sin((2n-1)x)\right]$$

السؤال الثاني. (20 درجة). يكفي أن يحسب الطالب تكاملاً واحد فقط.

1–

$$I_1 = \int_0^1 x^3(1-x)^2\,dx = \beta(4,3) = \frac{\Gamma(4)\cdot\Gamma(3)}{\Gamma(7)} = \frac{3!\cdot 2!}{6!} = \frac{1}{60} \qquad \begin{bmatrix} n-1=3 \Rightarrow n=4 \\ m-1=2 \Rightarrow m=3 \end{bmatrix}$$

2– نفرض أنَّ $u = 2x$ وبالتالي:

$$x = \frac{1}{2}u \Rightarrow dx = \frac{1}{2}du$$

$$x \xrightarrow{>} 0 \Rightarrow u \xrightarrow{>} 0 \qquad x \longrightarrow +\infty \Rightarrow u \longrightarrow +\infty$$

وبالتالي فإنَّ:

$$I_2 = \frac{1}{2}\int_0^{+\infty}\left(\frac{u}{2}\right)^6 e^{-u}\,du = \frac{1}{2^7}\int_0^{+\infty} u^6 e^{-u}\,du = \frac{\Gamma(7)}{2^7} = \frac{6!}{2^7} = \frac{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{2^7} = \frac{3\cdot5\cdot3}{2^3} = \frac{45}{8}$$

السؤال الثالث. (40 درجة)

أولاً. (30 درجة).

لنفرض أنَّ $Y(p) = L[y(x)]$ ، عندئذ فإنَّ:

$$L[y'] = pY - y(0) = pY - 1$$
$$L[y''] = p^2Y - p\,y(0) - y'(0) = p^2Y - p - 2$$

نأخذ تحويل لابلاس لطرفي المعادلة المفروضة فنجد أنَّ:

$$p^2Y - p - 2 - pY + 1 - 6Y = \frac{2}{p} \Rightarrow Y(p^2 - p - 6) = \frac{2}{p} + p + 1$$

$$Y = \frac{p^2 + p + 2}{p(p^2 - p - 6)} = \frac{p^2 + p + 2}{p(p-3)(p+2)}$$

$$\frac{p^2 + p + 2}{p(p-3)(p+2)} = \frac{A}{p} + \frac{B}{p-3} + \frac{C}{p+2} = \frac{p^2(A+B+C) + p(-A+2B-3C) - 6A}{p(p-3)(p+2)}$$

بالمقارنة بين الطرفين نجد أنَّ:

$$\left.\begin{array}{l} A+B+C=1 \\ -A+2B-3C=1 \\ -6A=2 \end{array}\right\} \Rightarrow A = \frac{-1}{3},\ B = \frac{14}{15},\ C = \frac{2}{5}$$

وبالتالي فإنَّ:

$$Y = \frac{-1}{3}\frac{1}{p} + \frac{14}{15}\frac{1}{p-3} + \frac{2}{5}\frac{1}{p+2}$$

بأخذ تحويل لابلاس العكسي للطرفين نجد أنَّ:

$$y(x) = L^{-1}[Y(p)] = \frac{-1}{3} + \frac{14}{15}e^{3x} + \frac{2}{5}e^{-2x}$$

جامعة ...
كلية الهندسة الميكانيكية والكهربائية
قسم العلوم الأساسية

النموذج (B)

سلم تصحيح مقرر الرياضيات (4) – السنة الثانية إلكترون – الدورة الفصلية الثانية للعام 2023–2024 م

ثانياً.

نشكل جدول الفروق التقدمية للدالة المفروضة: **(10 درجات).**

x_i	y_i	Δy_i	$\Delta^2 y_i$	$\Delta^3 y_i$	$\Delta^4 y_i$
1	$y_0 = 1$				
		$\Delta y_0 = -0.6667$			
2	0.3333		$\Delta^2 y_0 = 0.5334$		
		-0.1333		$\Delta^3 y_0 = -0.4573$	
3	0.2		0.0761		$\Delta^4 y_0 = 0.4067$
		-0.0572		-0.0506	
4	0.1428		0.0255		
		-0.0317			
5	0.1111				

نلاحظ أنَّ:

$$s = \frac{x - x_0}{h} = \frac{x-1}{1} = x - 1$$

$$p_4(x) = y_0 + s\,\Delta y_0 + \frac{s(s-1)}{2!}\Delta^2 y_0 + \frac{s(s-1)(s-2)}{3!}\Delta^3 y_0 + \frac{s(s-1)(s-2)(s-3)}{4!}\Delta^4 y_0$$

$$p_4(x) = 1 - (x-1)\,0.6667 + \frac{(x-1)(x-2)}{2!}0.5334 - \frac{(x-1)(x-2)(x-3)}{3!}0.4573 +$$

$$+\frac{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}{4!}0.4067$$

الخميس | مدرس المقرر
2024/8/1 | د. عدنان الطيباني

نهاية السلم