النموذج (٨)

جامعـــــــة البعـــــث
كلية الهندسة الميكانيكية والكهربائية
قسم الـــــعلوم الأساسيـــة

سلم تصحيح مقرر الـرياضيات (2) – السنـة الأولى إلكترون – الـدورة الفـصـلية الثانية للعام 2024–2023 م

السؤال الأول. ( 40 درجة ).

.1 ( $6\times5=30$ درجة ).

$$I_1=\int\frac{1}{x^2+3}dx=\frac{1}{\sqrt3}\arctan(\frac{x}{\sqrt3})+c \qquad I_2=\int\frac{1}{x^2-3}dx=\frac{1}{2\sqrt3}\ln\left|\frac{x-\sqrt3}{x+\sqrt3}\right|+c$$

$$I_3=\int\frac{1}{\sqrt{x^2+4}}dx=\ln\left|x+\sqrt{x^2+4}\right|+c \qquad I_4=\int\frac{1}{\sqrt{x^2-4}}dx=\ln\left|x+\sqrt{x^2-4}\right|+c$$

$$I_5=\int\cos x\,sh(\sin x)\,dx=ch(\sin x)+c \qquad I_6=\int\frac{e^x}{e^x-3}dx=\ln\left|e^x-3\right|+c$$

.2 ( 10 درجات ).

لنفرض أنَّ: $u=e^x \Rightarrow du=e^x dx \qquad dv=\sin x dx \Rightarrow v=-\cos x$

وبتطبيق دستور التكامل بالتجزئة نجد: $I=-\cos x\,e^x+\int\cos x\,e^x\,dx \quad (*)$

لنضع $I_1=\int\cos x\,e^x\,dx$ ولنفرض أنَّ: $u_1=e^x \Rightarrow du_1=e^x dx \qquad dv_1=\cos x dx \Rightarrow v_1=\sin x$

وبتطبيق دستور التكامل بالتجزئة نجد:

$$I_1=\sin x\,e^x-\int\sin x\,e^x\,dx=\sin x\,e^x-I$$

نعوض في (*) فنجد أنَّ:

$$I=\frac{1}{2}e^x(\sin x-\cos x)+c$$

نفرض أنَّ $y=-x$ فنجد أنَّ:

$$J=\int e^y\sin(-y)\,d(-y)=\int e^y\sin y\,dy=\frac{1}{2}e^y(\sin y-\cos y)+c=\frac{-1}{2}e^{-x}(\sin x+\cos x)+c.$$

السؤال الثاني. ( $15+15=30$ درجة ).

بعد القسمة الاقليدية وتفريق الكسور، نجد أنَّ:

$$\frac{x^4}{(x^2-1)(x+2)}=x-2+\frac{1}{6}\frac{1}{x-1}-\frac{1}{2}\frac{1}{x+1}+\frac{16}{3}\frac{1}{x+2}$$

وبالتالي:

$$I_1=\frac{1}{2}x^2-2x+\frac{1}{6}\ln|x-1|-\frac{1}{2}\ln|x+1|+\frac{16}{3}\ln|x+2|+c$$

 د. عدنان الطيباني

لنفرض أنَّ $x = t^6$ عندئذ يكون $dx = 6t^5 dt$ ويكون:

$$I = 6\int \frac{t^3}{t+1} dt = 6\int t^2 - t + 1 - \frac{1}{t+1} dt = 2\sqrt{x} - 3\sqrt[3]{x} + 6\sqrt[6]{x} - 6\ln\left|\sqrt[6]{x} + 1\right| + c$$

السؤال الثالث. ($15+15=30$ درجة ). يكفي أن يجيب الطالب عن سؤالين فقط من أصل ثلاثة.

1- $V = \pi \int_0^2 x^2 dx = \frac{8}{3}\pi$.

2- $\iint_D (x + \cos y)\, dx\, dy = \int_0^{\pi}\int_1^2 (x + \cos y)\, dx dy = \frac{3}{2}\pi$.

3- نلاحظ أنَّ الدالة $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$ غير معرفة عند $x_0 = 0$ وأنَّ $\lim_{x\to 0} f(x)$ غير موجودة، بما أنَّ $F(x) = \frac{3}{2}\sqrt[3]{x^2}$ هي الدالة الأصلية للدالة $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$ وهي مستمرة عند $x_0 = 0$ لذلك فإنَّ:

$$I = \frac{3}{2}\left[\sqrt[3]{x^2}\right]_{-1}^{8} = \frac{9}{2}$$

أي إنَّ التكامل المفروض متقارب.

حمص

2024/8/8

نــهايــــة الســــلم

مدرس المقرر

د. عدنان الطيباني

- في النموذج ($B$) ننتبه إلى أنَّ:

السؤال الأول في النموذج ($B$) هو السؤال الثالث في النموذج ($A$).

السؤال الثاني في النموذج ($B$) هو السؤال الأول في النموذج ($A$).

السؤال الثالث في النموذج ($B$) هو السؤال الثاني في النموذج ($A$).