

السؤال الأول. (40 درجة).

1. (30 = 5 × 6 درجة).

$$I_1 = \int \frac{1}{x^2 + 3} dx = \frac{1}{\sqrt{3}} \arctan\left(\frac{x}{\sqrt{3}}\right) + c$$

$$I_2 = \int \frac{1}{x^2 - 3} dx = \frac{1}{2\sqrt{3}} \ln \left| \frac{x - \sqrt{3}}{x + \sqrt{3}} \right| + c$$

$$I_3 = \int \frac{1}{\sqrt{x^2 + 4}} dx = \ln \left| x + \sqrt{x^2 + 4} \right| + c$$

$$I_4 = \int \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4}} dx = \ln \left| x + \sqrt{x^2 - 4} \right| + c$$

$$I_5 = \int \cos x \operatorname{sh}(\sin x) dx = \operatorname{ch}(\sin x) + c$$

$$I_6 = \int \frac{e^x}{e^x - 3} dx = \ln |e^x - 3| + c$$

2. (10 درجات).

2.

$$u = e^x \Rightarrow du = e^x dx \quad dv = \sin x dx \Rightarrow v = -\cos x \quad \text{نفرض أن:}$$

$$I = -\cos x e^x + \int \cos x e^x dx \quad (*) \quad \text{وبتطبيق دستور التكامل بالتجزئة نجد:}$$

$$u_1 = e^x \Rightarrow du_1 = e^x dx \quad dv_1 = \cos x dx \Rightarrow v_1 = \sin x \quad \text{لنفرض أن: } I_1 = \int \cos x e^x dx$$

وبتطبيق دستور التكامل بالتجزئة نجد:

$$I_1 = \sin x e^x - \int \sin x e^x dx = \sin x e^x - I$$

نعوض في (\*) فنجد أن:

$$I = \frac{1}{2} e^x (\sin x - \cos x) + c$$

نفرض أن  $y = -x$  فنجد أن:

$$J = \int e^y \sin(-y) d(-y) = \int e^y \sin y dy = \frac{1}{2} e^y (\sin y - \cos y) + c = \frac{-1}{2} e^{-x} (\sin x + \cos x) + c$$

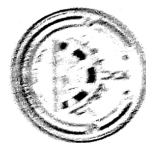
السؤال الثاني. (30 = 15 + 15 درجة).

بعد القسمة الاقليدية وتفریق الكسور، نجد أن:

$$\frac{x^4}{(x^2 - 1)(x + 2)} = x - 2 + \frac{1}{6} \frac{1}{x - 1} - \frac{1}{2} \frac{1}{x + 1} + \frac{16}{3} \frac{1}{x + 2}$$

وبالتالي:

$$I_1 = \frac{1}{2} x^2 - 2x + \frac{1}{6} \ln|x - 1| - \frac{1}{2} \ln|x + 1| + \frac{16}{3} \ln|x + 2| + c$$



سليم فهميح مقر الرياضيات (2) - السنة الأولى الكرون - الدورة المصاحبة المادة لعام 2024-2023 .

الفرض أن  $x = t^6$  عندئذ يكون  $dx = 6t^5 dt$  ويكون:

$$I = \int_1^4 \frac{t}{t+1} dt = \int_1^4 t^2 - t + 1 - \frac{1}{t+1} dt = 2\sqrt{x} - 3\sqrt{x} + 6\sqrt{x} - 6 \ln|\sqrt{x} + 1| + c$$

السؤال الثالث. (15+15=30 درجة). يكفي أن يجيب الطالب من سؤالين فقط من أصل ثلاثة.

$$I = \pi \int_0^2 x^2 dx = \frac{8}{3} \pi - 1$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} (x + \cos y) dx dy = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x + \cos y) dx dy = \frac{3}{2} \pi - 2$$

3- نلاحظ أن الدالة  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$  غير معرفة عند  $x_0 = 0$  وأن  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  غير موجودة. بما أن  $f(x) = \frac{3}{2} \sqrt{x^2}$  هي الدالة

الأصلية للدالة  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$  وهي مستمرة عند  $x_0 = 0$  لذلك فإن:

$$I = \frac{3}{2} \left[ \sqrt{x^3} \right]_1^8 = \frac{9}{2}$$

أي أن التكامل المفروض مقارب.

مدرس المقرر

د. عدنان الطيبي

حمص

نهاية المسام

2024/8/8

- في النموذج (B) ينتبه الى أن:

- السؤال الأول في النموذج (B) هو السؤال الثالث في النموذج (A).
- السؤال الثاني في النموذج (B) هو السؤال الأول في النموذج (A).
- السؤال الثالث في النموذج (B) هو السؤال الثاني في النموذج (A).