سلم تصحيح مقرر الرياضيات 1
قسم المحاذ سنة أولى

السؤال الأول | 25 درجة

$x = A_{21} = (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}$

$= 5$ (5)

$y = A_{33} = (-1)^{3+3} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -1 \end{vmatrix} = 5$ (5)

$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -3 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 \\ -3 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{vmatrix}$ بالجمع

$= 5 \begin{vmatrix} -3 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 5(-1) = -5 \neq 0$ (5)

ويقبل حساب المحدد بطريقة لابلاس أو ساروس

$|A| = 1 \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} -3 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} -3 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}$

$= (1-1) - 2(3-2) + 3(-3+2)$

$= 0 - 2 - 3 = -5$ (5)

$\Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{|A|} \Gamma(A) = -\frac{1}{5} \begin{bmatrix} 0 & 5 & 5 \\ -1 & -7 & -10 \\ -1 & 3 & 5 \end{bmatrix}$ (5)

السؤال الثاني | 15 درجة

$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 3 \end{bmatrix} \xrightarrow[r_1+r_2]{-r_1+r_3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 3 & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{-r_2+r_3}$ (5) (5)

$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow r(A) = 2$ (5)

لأن عدد الأسطر غير الصفرية هو (2).

السؤال الثالث | 30 درجة

$[A:B] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 & -9 \\ 1 & -1 & 3 & 2 \\ 3 & -6 & -1 & 25 \end{bmatrix} \xrightarrow[-3r_1+r_3]{-r_1+r_2}$ (5)

$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 & -9 \\ 0 & -3 & -2 & 11 \\ 0 & -12 & -16 & 52 \end{bmatrix} \xrightarrow{-4r_2+r_3}$ (5)

$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 & -9 \\ 0 & -3 & -2 & 11 \\ 0 & 0 & -8 & 8 \end{bmatrix}$ (5)

$x_1 + 2x_2 + 5x_3 = -9$

$\Rightarrow \quad -3x_2 - 2x_3 = 11$ (5)

$-8x_3 = 8 \Rightarrow x_3 = -1$

(2) نبدل في $-3x_2 + 2 = 11 \Rightarrow x_2 = -3$ (5)

(1) نبدل في $x_1 - 6 - 5 = -9 \Rightarrow x_1 = 2$ (5)

السؤال الرابع | 30 درجة

(1) $\lim_{x\to\infty} \left(\frac{x+2}{x-3}\right)^x = \lim_{x\to\infty} \frac{\left[x\left(1+\frac{2}{x}\right)\right]^x}{\left[x\left(1-\frac{3}{x}\right)\right]^x}$

$= \lim_{x\to\infty} \frac{\left(1+\frac{2}{x}\right)^x}{\left(1+\left(\frac{-3}{x}\right)\right)^x} = \frac{e^2}{e^{-3}} = e^5$ (15)

(2) • $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1+\frac{1}{n}\right)^n$: (5)

$\lim_{n\to\infty} \left(1+\frac{1}{n}\right)^n = e \neq 0$

$\Rightarrow$ متباعدة.

• $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{2^n}$ (10)

بتطبيق اختبار دالامبير:

$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{(n+1)\,n!}{2.\,2^n}}{\frac{n!}{2^n}} = \lim_{n\to\infty} \frac{n+1}{2}$

$= +\infty > 1$

$\Rightarrow$ المتسلسلة متباعدة.

مدرسة المقرر

د. سلمى عطي سلامة