100 درجة

السؤال الأول :

20 درجة

[1] : أوجد مقلوب احدى المصفوفتين :

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} \quad , \quad A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$|A_1| = -12$; (4)

$\tilde{A}_1 = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix}$; $A_{11} = 2$, $A_{12} = -6$, $A_{13} = 2$, $A_{21} = -7$, $A_{22} = 3$, $A_{23} = -1$, $A_{31} = +3$, $A_{32} = -5$, $A_{33} = -3$ (4)

$$\tilde{A}_1 = \begin{bmatrix} 2 & -6 & 2 \\ -7 & 3 & -1 \\ 3 & -5 & -3 \end{bmatrix} \Rightarrow (\tilde{A}_1)^T = \begin{bmatrix} 2 & -7 & 3 \\ -6 & 3 & -5 \\ 2 & -1 & -3 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$A_1^{-1} = \frac{1}{|A_1|} \cdot (\tilde{A}_1)^T = \left(\frac{-1}{12}\right) \cdot \begin{bmatrix} 2 & -7 & 3 \\ -6 & 3 & -5 \\ 2 & -1 & -3 \end{bmatrix} \quad (4)$$

(4)

$$A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow |A_2| = 16 \quad (4)$$

$\tilde{A}_2 = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix}$; $A_{11} = 2$, $A_{12} = 6$, $A_{13} = -2$, $A_{21} = -7$, $A_{22} = 3$, $A_{23} = -1$, $A_{31} = 3$, $A_{32} = 1$, $A_{33} = 5$ (4)

$$\tilde{A}_2 = \begin{bmatrix} 2 & 6 & -2 \\ -7 & 3 & -1 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow (\tilde{A}_2)^T = \begin{bmatrix} 2 & -7 & 3 \\ 6 & 3 & 1 \\ -2 & -1 & 5 \end{bmatrix} \quad (4)$$

أو

$$A_2^{-1} = \frac{1}{|A_2|} \cdot (\tilde{A}_2)^T = \frac{1}{16} \begin{bmatrix} 2 & -7 & 3 \\ 6 & 3 & 1 \\ -2 & -1 & 5 \end{bmatrix} \quad (4)$$

أو

أو (4)

جامعة البعث
كلية هندسة

التمرين (20)

2) نكتب المصفوفة الموسعة لجملة المعادلات الخطية ونجري عليها تحويلات

$$\overline{A}=\begin{bmatrix}1&-1&2&-1&1\\2&2&-1&2&-1\\-4&4&-8&4&-4\end{bmatrix}\begin{matrix}1\\0\\-4\end{matrix}\xrightarrow[R_3+4R_1]{R_2-2R_1}\begin{bmatrix}1&-1&2&-1&1\\0&4&-5&4&-3\\0&0&0&0&0\end{bmatrix}\begin{matrix}1\\-2\\0\end{matrix}$$ (4)

A

$\text{Rank}\,A=\text{Rank}\,\overline{A}=2<(5)$ عدد المجاهيل

بما أن الجملة متوافقة وغير محددة فإن الحل يتعلق بمجاهيل ثانوية عددها $5-2=3$ وهي

x_3, x_4, x_5 (4) ونكون x_1, x_2 المجاهيل الأساسية

نعيد كتابة المصفوفة الأخيرة بعد إجراء التحويلات الأولية على شكل معادلات:

$$x_1-x_2=1-2x_3+x_4-x_5 \quad \dots(1)$$ (4)
$$4x_2=-2+5x_3-4x_4+3x_5 \quad \dots(2)$$

$$x_2=\frac{-1}{2}+\frac{5}{4}x_3-x_4+\frac{3}{4}x_5 \quad \dots(3)$$ (4) من (2)

$$x_1=\frac{1}{2}-\frac{3}{4}x_3-\frac{1}{4}x_5$$ (4) من (1) و (3)

$\forall x_3, x_4, x_5 \in \mathbb{R}$

التمرين (20)

3) $\lim_{x\to\infty}\frac{e^x}{x^4}=\frac{\infty}{\infty}$ حالة عدم تعين (5) $\overset{\text{لوبيتال}}{=}\lim_{x\to\infty}\frac{e^x}{4x^3}=\frac{\infty}{\infty}$ (5) $\overset{\text{لوبيتال}}{=}\lim_{x\to\infty}\frac{e^x}{12x^2}=\frac{\infty}{\infty}$ (5) $\overset{\text{لوبيتال}}{=}\lim_{x\to\infty}\frac{e^x}{24x}=\frac{\infty}{\infty}\overset{\text{لوبيتال}}{=}$

$\therefore \lim_{x\to\infty}\frac{e^x}{x^4}=\lim_{x\to\infty}\frac{e^x}{24}=\infty$ (5)

التمرين (20)

4) لدراسة تقارب السلسلة نكتب متتالية المجاميع الجزئية $\{S_n\}$:

$$S_n=\sum_{k=1}^{n}\text{Ln}\left(\frac{k}{k+1}\right)$$ (4)

$$=\sum_{k=1}^{n}\left[\text{Ln}\,k-\text{Ln}(k+1)\right]=[\text{Ln}\,1-\text{Ln}\,2]+[\text{Ln}\,2-\text{Ln}\,3]+\dots+[\text{Ln}(n-1)-\text{Ln}\,n]+[\text{Ln}\,n-\text{Ln}(n+1)]$$ (4)

$$=-\text{Ln}(n+1)$$ (4)

$\lim_{n\to\infty}S_n=-\infty$ (4)

علامة الدرجة (20)

4 : أوجد مشتقة التابع الضمني :

$$\cos(x \cdot y) = x$$

نشتق الطرفين : (8)

$$-[y + xy'] \sin(x \cdot y) = 1 \Rightarrow$$

$$-xy' \sin(x \cdot y) = 1 + y \sin(x \cdot y) \Rightarrow \quad (8)$$

$$y' = \frac{1 + y \sin(x \cdot y)}{-x \sin(x \cdot y)} \quad (4)$$

انتهى السلم

د. فيصل غندر