جامعة البعث
كلية هـ.م.ك
قسم التحكم
سنة أولى

سلم تصحيح امتحان مقرر رياضيات 1 . ٦/٢/٢٠٢٠ . م

$\frac{1}{4}$

10 ج1 : يجري الطالب بعض التحويلات الأولية على المصفوفة $[A \vdots I]$ فيحصل على:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{5}{4} \end{bmatrix}$$

10 ج2: ننشر وفق عناصر السطر الرابع فنجد:

$$|A| = 5\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 5 \\ 4 & 6 & 0 \end{vmatrix} = 5(20+12)+5(-30+0) = \cancel{5(62)}10$$

$\cancel{= 310}$

م. هـ ١٠.

خمس درجات

15 ج3 : $|A|=0$ لتطابق عناصر السطرين الثاني والخامس

$|B|=0$ ~~لوجود السطر~~ كافة عناصر السطر الثاني أصفار

$|C|=0$ عناصر السطرين الأول والثاني متناسبة

$$\frac{4}{8} = \frac{5}{10} = \frac{6}{12} = \frac{7}{14} = \frac{1}{2}$$

15 ج4

$$x_i = \frac{\Delta_i}{\Delta} \quad , \quad \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \\ 4 & 9 & 16 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ a_1^2 & a_2^2 & a_3^2 \end{vmatrix}$$

$$= (a_3-a_1)(a_3-a_2)(a_2-a_1)$$
$$= (4-2)(4-3)(3-2) =$$
$$= 2$$

$$x_1 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 4 \\ 9 & 9 & 16 \end{vmatrix} = 0$$

لتطابق العمودين الأول والثاني

إذاً يكون $x_1 = \frac{0}{\Delta} = 0$

$$x_2 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \\ 4 & 9 & 16 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{2}{2} = 1 \quad , \quad x_3 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 4 & 9 & 9 \end{vmatrix}}{2} = \frac{0}{2} = 0$$

وهنا لتطابق العمود الثاني والثالث وهو المطلوب

20 ج5: دراسة استمرار الدالة:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x} & ; x \neq 0 \\ -1 & ; x = 0 \end{cases}$$ كما يلي

يكفي الدراسة بإيجاد النهايتين فقط

$$\lim_{x \to 0^-} f(x) = \lim_{x \to 0^-} \frac{-x}{x} = -1 = f(0)$$

لكل تابع عشر علامات

$$\lim_{x \to 0^+} f(x) = \lim_{x \to 0^+} \frac{x}{x} = 1$$

د. محمد عباس

م. هـ. ع.

(اختياري) ج٤ ...

٣١

$\frac{2}{4}$

/ /

إذاً الدالة غير مستمرة عند النقطة $x=0$. وبالتالي غير قابلة للإشتقاق في النقطة $x=0$

• دراسة استمرار $f_2(x)=|x|$ عند النقطة $x=0$ كما يلي:

$$\lim_{x \overset{>}{\to} 0} f(x) = \lim_{x \overset{>}{\to} 0} x = 0 \quad \& \quad \lim_{x \overset{<}{\to} 0} f(x) = \lim_{x \overset{<}{\to} 0} -x = 0$$

فالدالة مستمرة لأن النهايتان من اليمين ومن اليسار موجودتان وكل منهما تساوي قيمة الدالة المفروضة عند النقطة $x=0$. ولكن هل تقبل الاشتقاق عند $x=0$ لنناقش ذلك:

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0+\Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

ومنه إذن

نحسب النهاية من اليمين

$$\lim_{x \overset{>}{\to} 0} \frac{|x|-|0|}{x-0} = 1$$

ونحسب النهاية من اليسار:

$$\lim_{x \overset{<}{\to} 0} \frac{|x|-0}{x-0} = \lim_{x \overset{<}{\to} 0} \frac{-x}{x} = -1$$

وبما أن النهاية من اليمين لا تساوي النهاية لـ $\frac{\Delta f_2}{\Delta x}$ من اليسار فإن الدالة (التابع) غير قابلة للاشتقاق عند النقطة $x=0$

• دراسة استمرار الدالة (التابع):
$$f_3(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{2x} ; & x \neq 0 \\ 2 ; & x = 0 \end{cases}$$

نحسب النهاية من اليمين:

$$\lim_{x \overset{>}{\to} 0} \frac{\sin x}{2x} = 1 .$$

ومن اليسار
$$\lim_{x \overset{<}{\to} 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

فنلاحظ أن النهاية من اليمين والنهاية من اليسار موجودتان ومتساويتان لكن

$$\lim_{x \overset{>}{\to} 0} f_3(x) = \lim_{x \overset{<}{\to} 0} f_3(x) = 1 \neq f(0) = 2$$

فالدالة غير مستمرة في النقطة $x=2$ ومنه فإنها غير قابلة الإشتقاق في هذه النقطة.

Nehad S A B B A G H

وجه: ٤ .

(اختبار نوني) $\sum_{n=1} \left(\frac{\quad}{5n+1}\right)$ ... وبعا: ...

٣/٤

يكفي حساب المشتق لتابعين فقط

لكل تابع خمس درجات

$$y_1 = \tan x \Rightarrow y' = \frac{1}{\cos^2 x} = 1+\tan^2 x$$

$$y_2 = \ln \tan x \Rightarrow y_2' = \frac{(\tan x)'}{\tan x} = \frac{1+\tan^2 x}{\tan x}$$

$$y_3 = e^{\left(\frac{x-1}{x+1}\right)} \Rightarrow y_3' = \left(\frac{x-1}{x+1}\right)' \cdot e^{\left(\frac{x-1}{x+1}\right)}$$

$$= \frac{2}{(x+1)^2} \cdot e^{\left(\frac{x-1}{x+1}\right)}$$

ه . ٢ ، ٥

$\boxed{20}$ ج٧ : نكفي دراسة تقارب سلسلتين فقط :

أولاً : دراسة التقارب حسب ليبنز : نجد أن $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n!}$

لكل سلسلة عشر علامات

تحقق بشرطي ليبنز وهما ١- $a_n = \frac{1}{n!} > 0$ و $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$

٢- إن $a_n = \frac{1}{n!}$ متناقصة لأن $a_{n+1} = \frac{1}{(n+1)!} < a_n = \frac{1}{n!}$

وبهذا فالسلسلة متقاربة.

ثانياً: لدراسة تقارب السلسلة $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ وفق اختبار المقارنة الأول

نختار سلسلة معروفة صفاتها في التقارب والتباعد مثل السلسلة :

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n(n+1)} = 3$ وهي متقاربة ومن جهة أخرى فإن: $\frac{3}{n(n+1)} > \frac{1}{n^2}$

وبما أن متتالية الحد العام النوني للسلسلة المتقاربة أكبر من متتالية الحد العام للسلسلة $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ فإن هذه السلسلة متقاربة

ثالثاً : لدراسة تقارب السلسلة $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{2+2n}$ نأخذ السلسلة المتباعدة $\sum_{=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ ونطبق اختبار التقارب الثاني

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\frac{3}{2+2n}}{\frac{1}{n}} = \frac{3n}{2+2n} = \frac{3}{2} \neq 0$$

Nehad S A B B A G H

وبالتالي فإن السلسلتين من نوع واحد. وهما متباعدتان.

رابعاً: دراسة تقارب السلسلة $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n}{5n+1}\right)^n$

نطبق اختبار الجذر النوني (كوشي) فنجذر متتالية الحد العام جذراً نونياً ونحسب $\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}$ فنجد أن:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{2n}{5n+1}=\frac{2}{5}=K<1$$

وبالتالي فهذه السلسلة متقاربة

انتهت الإجابة.

د. كامل محمد محمد

امتحان مقرر: ١٧/٦/٢٠٢٠م
هندسة التحكم

... الأسئلة التالية:

س١: استخدم التحويلات (العمليات) الأولية على المصفوفة الموسعة $[A \vdots I_3]$ وذلك في إيجاد A^{-1} حيث:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -2 \\ -4 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & -2 \end{bmatrix}$$

و I_3 مصفوفة الواحدة.

س٢: استخدم طريقة النشر وفق عناصر السطر المناسب تختاره في حساب قيمة المحدد (المعيّن) التالي:

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & 5 \\ 4 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

س٣: استخدم خواص المحددات (المعيّنات) في إيجاد قيم المحددات التالية:

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ 6 & 5 & 4 & 3 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \end{vmatrix} \quad \text{و} \quad |B| = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 7 & 8 & 9 & 10 \\ 11 & 12 & 12 & 14 \end{vmatrix} \quad \text{و} \quad |C| = \begin{vmatrix} 4 & 5 & 6 & 7 \\ 10 & 8 & 14 & 21 \\ 8 & 10 & 12 & 14 \\ 8 & 9 & 10 & 11 \end{vmatrix}$$

س٤: استخدم طريقة كرامر في حل المعادلات الجبرية الخطية:

$$x_1 + x_2 + x_3 = 1$$
$$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 3$$
$$4x_1 + 9x_2 + 16x_3 = 9$$

وذلك بطريقة كرامر.

س٥: ادرس استمرار وقابلية الاشتقاق لتابعين فقط مما يلي:

$$f_1(x) = \begin{cases} \dfrac{|x|}{x} & ; x \neq 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$$ وذلك في النقطة $x=0$؛

$$f_2(x) = |x|$$ وذلك في النقطة $x=0$

$$f_3(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin x}{2x} & ; x \neq 0 \\ 2 & ; x = 0 \end{cases}$$

س٦: اشتق تابعين فقط مما يلي: $y_1 = \tan x$ و $y_2 = \ln \tan x$ و $y_3 = e^{\left(\frac{x-1}{x+1}\right)}$

س٧: ادرس تقارب سلسلتين فقط مما يلي:

أولاً: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n!}$ (اختبار ليبنز). ثانياً: $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n^2}\right)$ (اختبار المقارنة الأول)

ثالثاً: $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3}{2n+3}\right)$ (اختبار المقارنة الثاني). رابعاً: $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{5n+1}\right)^n$ (اختبار كوشي)