

مجلة جامعة البعث

سلسلة العلوم الأساسية



مجلة علمية محكمة دورية

المجلد 45 . العدد 18

1445 هـ - 2023 م

الأستاذ الدكتور عبد الباسط الخطيب

رئيس جامعة البعث

المدير المسؤول عن المجلة

رئيس هيئة التحرير	أ. د. محمود حديد
رئيس التحرير	أ. د. درغام سلوم

عضو هيئة التحرير	د. محمد هلال
عضو هيئة التحرير	د. فهد شريباتي
عضو هيئة التحرير	د. معن سلامة
عضو هيئة التحرير	د. جمال العلي
عضو هيئة التحرير	د. عباد كاسوحة
عضو هيئة التحرير	د. محمود عامر
عضو هيئة التحرير	د. أحمد الحسن
عضو هيئة التحرير	د. سونيا عطية
عضو هيئة التحرير	د. ريم ديب
عضو هيئة التحرير	د. حسن مشرقي
عضو هيئة التحرير	د. هيثم حسن
عضو هيئة التحرير	د. نزار عبشي

تهدف المجلة إلى نشر البحوث العلمية الأصيلة، ويمكن للراغبين في طلبها

الاتصال بالعنوان التالي:

رئيس تحرير مجلة جامعة البعث

سورية . حمص . جامعة البعث . الإدارة المركزية . ص . ب (77)

. هاتف / فاكس : ++ 963 31 2138071

. موقع الإنترنت : www.albaath-univ.edu.sy

. البريد الإلكتروني : [magazine@ albaath-univ.edu.sy](mailto:magazine@albaath-univ.edu.sy)

ISSN: 1022-467X

شروط النشر في مجلة جامعة البعث

الأوراق المطلوبة:

- 2 نسخة ورقية من البحث بدون اسم الباحث / الكلية / الجامعة) + CD / word من البحث منسق حسب شروط المجلة.
 - طابع بحث علمي + طابع نقابة معلمين.
 - إذا كان الباحث طالب دراسات عليا:
يجب إرفاق قرار تسجيل الدكتوراه / ماجستير + كتاب من الدكتور المشرف بموافقة على النشر في المجلة.
 - إذا كان الباحث عضو هيئة تدريسية:
يجب إرفاق قرار المجلس المختص بإنجاز البحث أو قرار قسم بالموافقة على اعتماده حسب الحال.
 - إذا كان الباحث عضو هيئة تدريسية من خارج جامعة البعث :
يجب إحضار كتاب من عمادة كليته تثبت أنه عضو بالهيئة التدريسية و على رأس عمله حتى تاريخه.
 - إذا كان الباحث عضواً في الهيئة الفنية :
يجب إرفاق كتاب يحدد فيه مكان و زمان إجراء البحث ، وما يثبت صفته وأنه على رأس عمله.
 - يتم ترتيب البحث على النحو الآتي بالنسبة لكليات (العلوم الطبية والهندسية والأساسية والتطبيقية):
عنوان البحث .. ملخص عربي و إنكليزي (كلمات مفتاحية في نهاية الملخصين).
- 1- مقدمة
 - 2- هدف البحث
 - 3- مواد وطرق البحث
 - 4- النتائج ومناقشتها .
 - 5- الاستنتاجات والتوصيات .
 - 6- المراجع.

- يتم ترتيب البحث على النحو الآتي بالنسبة لكليات (الآداب - الاقتصاد - التربية - الحقوق - السياحة - التربية الموسيقية وجميع العلوم الإنسانية):
- عنوان البحث .. ملخص عربي و إنكليزي (كلمات مفتاحية في نهاية الملخصين).
- 1. مقدمة.
- 2. مشكلة البحث وأهميته والجديد فيه.
- 3. أهداف البحث و أسئلته.
- 4. فرضيات البحث و حدوده.
- 5. مصطلحات البحث و تعريفاته الإجرائية.
- 6. الإطار النظري و الدراسات السابقة.
- 7. منهج البحث و إجراءاته.
- 8. عرض البحث و المناقشة والتحليل
- 9. نتائج البحث.
- 10. مقترحات البحث إن وجدت.
- 11. قائمة المصادر والمراجع.
- 7- يجب اعتماد الإعدادات الآتية أثناء طباعة البحث على الكمبيوتر:
 - أ- قياس الورق 25×17.5 B5.
 - ب- هوامش الصفحة: أعلى 2.54- أسفل 2.54 - يمين 2.5- يسار 2.5 سم
 - ت- رأس الصفحة 1.6 / تذييل الصفحة 1.8
 - ث- نوع الخط وقياسه: العنوان . Monotype Koufi قياس 20
- . كتابة النص Simplified Arabic قياس 13 عادي . العناوين الفرعية Simplified Arabic قياس 13 عريض.
- ج . يجب مراعاة أن يكون قياس الصور والجداول المدرجة في البحث لا يتعدى 12سم.
- 8- في حال عدم إجراء البحث وفقاً لما ورد أعلاه من إشارات فإن البحث سيهمل ولا يرد البحث إلى صاحبه.
- 9- تقديم أي بحث للنشر في المجلة يدل ضمناً على عدم نشره في أي مكان آخر، وفي حال قبول البحث للنشر في مجلة جامعة البعث يجب عدم نشره في أي مجلة أخرى.
- 10- الناشر غير مسؤول عن محتوى ما ينشر من مادة الموضوعات التي تنشر في المجلة

11- تكتب المراجع ضمن النص على الشكل التالي: [1] ثم رقم الصفحة ويفضل استخدام التهميش الإلكتروني المعمول به في نظام وورد WORD حيث يشير الرقم إلى رقم المرجع الوارد في قائمة المراجع.

تكتب جميع المراجع باللغة الانكليزية (الأحرف الرومانية) وفق التالي:

آ . إذا كان المرجع أجنبياً:

الكنية بالأحرف الكبيرة . الحرف الأول من الاسم تتبعه فاصلة . سنة النشر . وتتبعها معترضة (-) عنوان الكتاب ويوضع تحته خط وتتبعه نقطة . دار النشر وتتبعها فاصلة . الطبعة (ثانية . ثالثة) . بلد النشر وتتبعها فاصلة . عدد صفحات الكتاب وتتبعها نقطة . وفيما يلي مثال على ذلك:

-MAVRODEANUS, R1986- Flame Spectroscopy. Willy, New York, 373p.

ب . إذا كان المرجع بحثاً منشوراً في مجلة باللغة الأجنبية:

. بعد الكنية والاسم وسنة النشر يضاف عنوان البحث وتتبعه فاصلة، اسم المجلد ويوضع تحته خط وتتبعه فاصلة . المجلد والعدد (كتابة مختزلة) وبعدها فاصلة . أرقام الصفحات الخاصة بالبحث ضمن المجلة . مثال على ذلك:

BUSSE,E 1980 Organic Brain Diseases Clinical Psychiatry News , Vol. 4. 20 – 60

ج . إذا كان المرجع أو البحث منشوراً باللغة العربية فيجب تحويله إلى اللغة الإنكليزية و التقيد

بالبنود (أ و ب) ويكتب في نهاية المراجع العربية: (المراجع In Arabic)

رسوم النشر في مجلة جامعة البعث

1. دفع رسم نشر (40000) ل.س أربعون ألف ليرة سورية عن كل بحث لكل باحث يريد نشره في مجلة جامعة البعث.
2. دفع رسم نشر (100000) ل.س مئة الف ليرة سورية عن كل بحث للباحثين من الجامعة الخاصة والافتراضية .
3. دفع رسم نشر (200) مئتا دولار أمريكي فقط للباحثين من خارج القطر العربي السوري .
4. دفع مبلغ (6000) ل.س ستة آلاف ليرة سورية رسم موافقة على النشر من كافة الباحثين.

المحتوى

الصفحة	اسم الباحث	اسم البحث
30-11	أريج يوسف د. إبراهيم أسعد اسماعيل	اصطناع مركب كوبالتيت الزنك $ZnCo_2O_4$ بطريقة الاصطناع الصلب و دراسة خصائصه البنيوية
56-31	محمد عرابي د. وردة خليل د. خالد الزبر	اصطناع وتوصيف مشتقات جديدة للإيميدازول انطلاقاً من الإندوميتاسين والكلورفينيرامين ودراسة خصائصهما الحيوية
92-57	عاصم جبر د. منتجب الحسن	سلوكا تشفير- لامى الهوكي الصرف والدقيق الصرف لأجل الحالة المستوية الأولى لانفعالات الجسم الصلب المرن دقيق الاستقطاب الذي يشغل R^2 بوجود مصادر حرارية وعزم حجمي
132-93	د. حسن المقدم نبيل رومية	تغيرات الطاقة والسعة الحرارية في المواد المغناطيسية اعتماداً على النمذجة
146-133	زينة جبر د. عصام ديبان د. ياسين خلوف	التموضع المتبادل للأغلفة الخطية لمدارات مناحي التناظر الأربعة والمتقاطعة بأربعة مستقيمات مختلفة (II)

اصطناع مركب كوبالتيت الزنك $ZnCo_2O_4$

بطريقة الاصطناع الصلب ودراسة

خصائصه البنيوية

أريج يوسف*، إبراهيم أسعد اسماعيل**

ملخص البحث

تم في هذا البحث تحضير مركب كوبالتيت الزنك $ZnCo_2O_4$ بطريقة الاصطناع الصلب Solid state انطلاقاً من أكسيد الزنك ZnO وأكسيد الكوبالت المختلط Co_3O_4 . حيث أخذت نسبة مولية محددة (2:3) من الأكسيدين ومزجت بشكل تام ثم حرقت العينات عند درجات حرارة مختلفة بين ($800 - 1100^\circ C$) لتحديد درجة الحرارة الأفضل للحصول على البلورات المطلوبة. درست الخصائص البنيوية للأكسيد المحضّر باستخدام تقنية انعراج الأشعة السينية (XRD) وجهاز التحليل الحراري التفاضلي (DTA)، ومطيافية تحت الأحمر (IR). حيث تم تحديد درجة حرارة الاصطناع عند الدرجة $900^\circ C$. بينت دراسة مخططات انعراج الأشعة السينية أن المركب يتبلور وفق بنية بلورية مكعبية متمركزة الوجوه FCC من نمط السباينل ومجموعة تناظر فراغية S.G هي Fd3m. كما أظهر منحنى التحليل الحراري التفاضلي وجود قمة ناشرة للحرارة عند الدرجة ($800^\circ C$) تعود إلى تشكل المركب المطلوب. يؤكد مخطط الطيف تحت الأحمر (IR) الحصول على المركب المطلوب من خلال القمم العائدة لاهتزازات الروابط (Co-O) و (Zn-O).

كلمات مفتاحية : كوبالتيت الزنك ، $ZnCo_2O_4$ ، Solid state ، أكسيد مختلط.

(* طالبة دكتوراة في الكيمياء اللاعضوية - قسم الكيمياء - كلية العلوم - جامعة البعث - حمص - سوريا.

(**) أستاذ دكتور في الكيمياء اللاعضوية - قسم الكيمياء - كلية العلوم - جامعة البعث - حمص - سوريا.

Preparing of Zinc Cobaltite $ZnCo_2O_4$ by solid state method and studying its structural properties

Areej Yousef*, Ibrahem Ismaeel**

ABSTRACT

Zinc cobaltite was prepared started of mixed cobalt oxide Co_3O_4 and Zinc oxide ZnO by solid state method. The prepared samples were calcinated at different temperatures range (800-1000°C) to determine the synthesis optimum temperature. The structural properties of synthesis compounds were studied by X-ray diffraction (XRD) technique, Differential thermal analysis (DTA), Fourier transform infra-Red spectroscopy (FT-IR). Optimum synthesis temperature was determined at 900°C. X-ray diffraction patterns showed that the $ZnCo_2O_4$ spinel was crystallized with a face-centered cubic crystal (FCC) and belongs to $Fd3m$ space group. The IR spectroscopy encourage our results during the bonding vibrations of Co-O, Zn-O

Keywords: Zinc cobaltite, $ZnCo_2O_4$, solid state, mixed oxide.

*) PHD Student, Department of chemistry-Faculty of science-Al-baath university Homs-Syria.

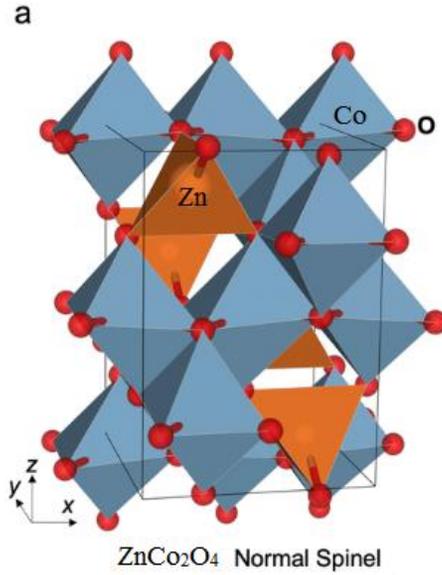
***) professor of inorganic chemistry , Department of chemistry -Faculty of science- Al-baath university Homs-Syria.

1. مقدمة:

تسمى الأكاسيد المختلطة التي تمتلك الصيغة AB_2O_4 باسم السباينل (Spinel) وهي تأخذ بنية بلورية مكعبية، إذ تمثل A و B كاتيونات ثنائية وثلاثية التكافؤ تشغل مواقع رباعية وثمانية الوجوه ضمن البلورة حسب نوع السباينل بحيث تكون الطاقة الحرة للشبكة البلورية في نهايتها الصغرى، وتحتوي وحدة خلية السباينل على 56 أيوناً منها 32 أيون أكسجين و 8 كاتيونات ثنائية التكافؤ و 16 كاتيوناً ثلاثي التكافؤ [1، 2].

تشكل الكوبالتيت MCo_2O_4 حيث (M= Cu, Zn, Mg, Ni.....) فئة مهمة من الأكاسيد المختلطة ذات نمط تبلور السباينل والتي تظهر العديد من الخصائص الفيزيائية والكيميائية الفريدة من نوعها بجانب الخصائص الحرارية والميكانيكية. وقد أُنشغل الباحثون في السنوات القليلة الماضية في البحث عن طرائق تحضير هذه المركبات واستخداماتها المخبرية والصناعية [3، 4].

يعد كوبالتيت الزنك $ZnCo_2O_4$ أكسيد نصف ناقل من النوع p مع هيكل من نوع السباينل العادي Normal spinel الشكل (1) حيث يحاط فيه كل أيون من أيونات العناصر ثنائية التكافؤ Zn^{2+} بأربع ذرات أكسجين مشكلة بذلك إحاطة رباعية الوجوه بينما تحاط الأيونات ثلاثية التكافؤ Co^{3+} بست ذرات أكسجين مشكلة إحاطة ثمانية الوجوه، وقد جذب هذا الأكسيد العديد من مجموعات البحث نظراً لتطبيقاته المختلفة كقطب كهربائي لبطاريات الليثيوم أيون واستخدامه كحفاز في العديد من الصناعات، وفي المكثفات الفائقة وفي مجال مستشعرات الغاز [5-7].



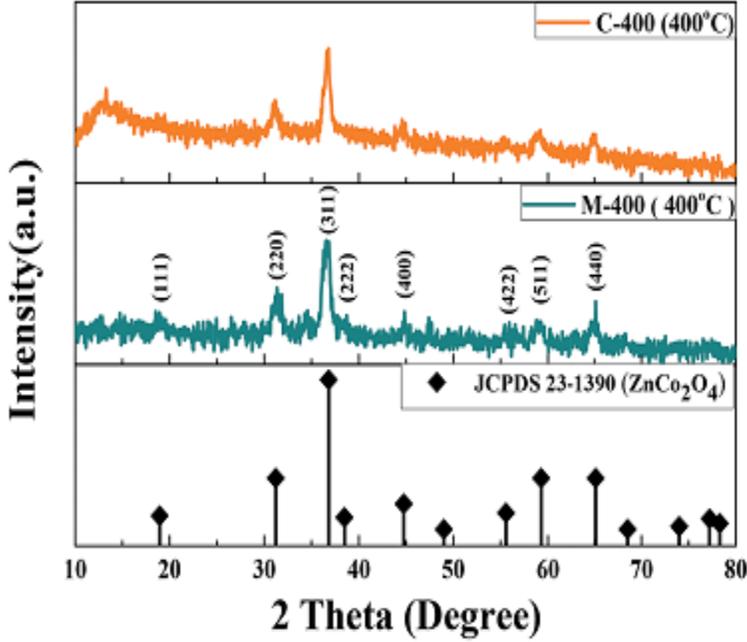
شكل (1) بنية السباينل الطبيعي لكوبالتيت الزنك $ZnCo_2O_4$

تناولت العديد من الأبحاث الطرائق المختلفة (طريقة الاصطناع الصلب، الترسيب المشترك، Sol-Gel، الترسيب بالليزر، التحلل الحراري المائي....) لتحضير هذه المركبات وسنستعرض فيما يلي بعض هذه الأبحاث.

◀ تم تصنيع جسيمات نانوية من $ZnCo_2O_4$ من قبل (J.P Morán-Lázaro,2016) وآخرون بالطريقة الغروية باستخدام الميكرويف ودوديسيل أمين كعامل خافض للتوتر السطحي حيث تم تصنيع المركب عند درجة حرارة ترميد $500^{\circ}C$ وكان حجم الجسيمات الناتجة يتراوح بين 49-75nm [6].

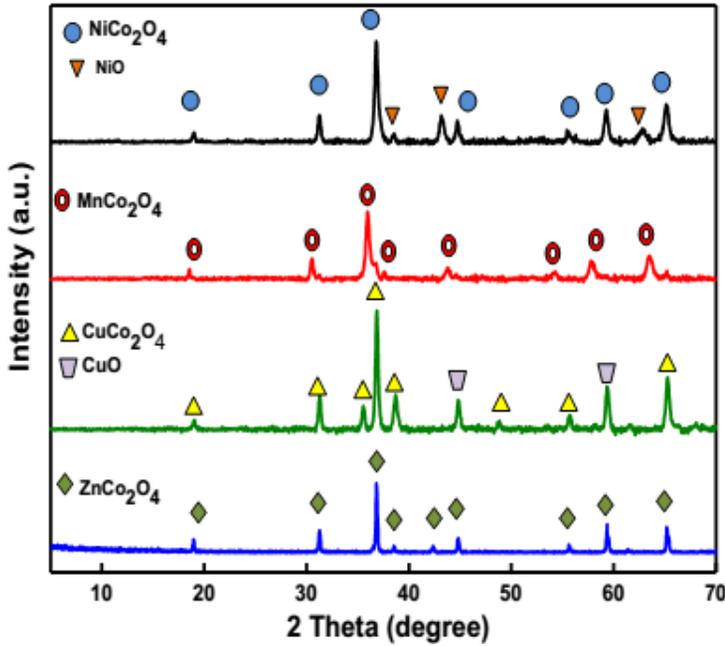
◀ كما حضر المركب $ZnCo_2O_4$ من قبل الباحث (G.H. Shih, 2017) بالطريقة الهدروحرارية انطلاقاً من نترات الزنك المائية ونترات الكوبالت بوجود حمض الآزوت المركز، حيث عولج المزيج بهيدروكسيد الأمونيوم لضبط قيمة $pH=7$ ثم نقل إلى مفاعل مغلق ووضع في فرن الميكرويف للتسخين عند درجة حرارة لمدة 15min

ليحصل الباحث على راسب بلون وردي يرشح ويجفف عند درجة حرارة 80° رمد المركب بعدها عند الدرجة 400° مدة ثمان ساعات وتم توصيف الناتج باستخدام تقنية XRD ويبين الشكل (2) المخطط الناتج [8].



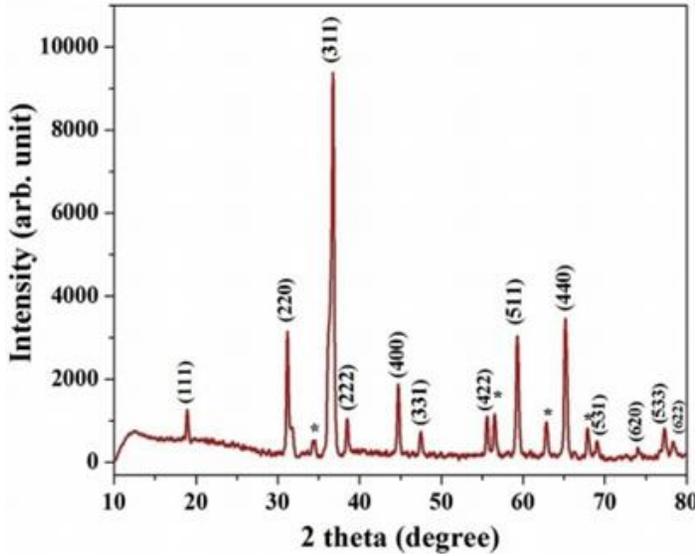
شكل (2) مخطط انعراج الأشعة السينية لمركب $ZnCo_2O_4$ المحضر بالطريقة الهيدروحرارية

◀ كما حضرت مركبات MCo_2O_4 ($M = Zn, Ni, Mn$ and Cu) من نمط السباينل من قبل (L.Merabet,2018) بطريقة الـ Sol-gel انطلاقاً من نترات الكوبالت المائية ونترات المعادن المائية باستخدام مثبت حمض الستريك. تم ترشيح الجل المتشكل وتجفيفه عند الدرجة $110^{\circ}C$ ثم ترميده عند الدرجة $550^{\circ}C$ مدة خمس ساعات ويبين الشكل (3) مخططات انعراج الأشعة السينية للمركبات المحضرة [9].

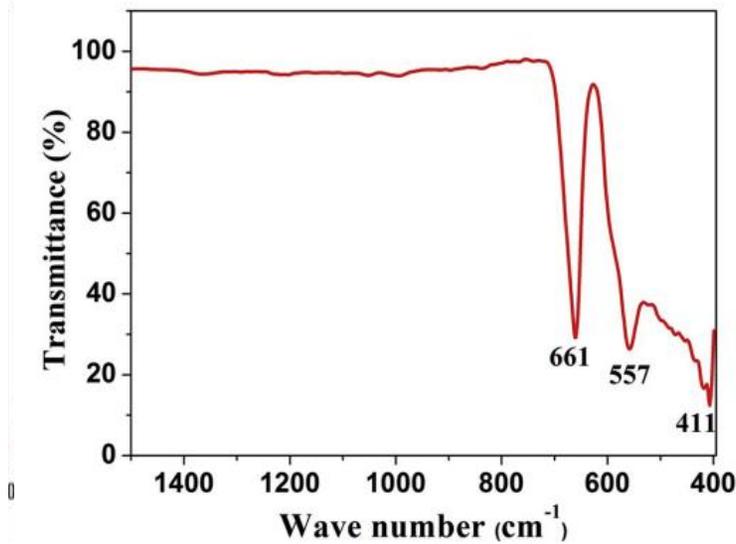


شكل (3) مخططات XRD للمركب MCo_2O_4 حيث $M=Zn,Cu,Mn,Ni$ المحضرة بطريقة الـ Sol-gel والمرمدة عند الدرجة $550^\circ C$

◀ قام (L.S Lobo,2019) وزملائه بتحضير كوبالتيت الزنك $ZnCo_2O_4$ بطريقة الـ Sol-gel وباستخدام الجلايسين كمثبت، تم ترميد المركب عند الدرجة $800^\circ C$ والتحقق من تشكله باستخدام جهاز الـ XRD ومطيافية الأشعة تحت الحمراء IR، حيث لوحظ أثر لمرحلة ثانوية من ZnO نتيجة الترميد عند درجة حرارة عالية، كما أظهر طيف الأشعة تحت الحمراء عصابتي امتصاص عند $661cm^{-1}$ و $557cm^{-1}$ تعود إلى اهتزازات رابطة الأكسجين المعدنية للمادة في موقعي رباعي وثمانى السطوح للسباينل المحضر وعند الـ $411cm^{-1}$ تعزى إلى وجود أكسيد الزنك، الشكل (4) يبين مخطط انعراج الأشعة السينية والشكل (5) يبين طيف الأشعة تحت الحمراء للعينة المحضرة [10].



شكل (4) مخطط XRD لمركب $ZnCo_2O_4$ المحضر بطريقة الـ Sol-gel والمرمد عند الدرجة $800^\circ C$



شكل (5) طيف FT-IR لمركب $ZnCo_2O_4$ المحضر بطريقة الـ Sol-gel والمرمد عند الدرجة $800^\circ C$

تعدّ طريقة الاصطناع الصلب "Solid State Reaction" من أهم طرائق الحصول على هذه المركّبات لما تتمتع به من سهولة في العمل حيث لا تتطلب مهارات خاصة. بما أن بعض المواد صعبة الانحلال في الماء فإن هذه الطريقة توفر حلاً لهذه المشكلة من ناحية تحضير المركبات المرغوبة بدون الحاجة إلى حلها في أي محل وهذا من ناحية أخرى يشكل جدوى اقتصادية عالية لطريقة الحالة الصلبة، حيث أن المادة الوحيدة المستخدمة في أغلب تفاعلاتها هي الأسيتون الذي يستعمل للمساعدة على تجانس المركبات الصلبة أثناء عملية تحضير العينات وبكميات صغيرة نسبياً. تتميز هذه الطريقة بإعطائها مزيجاً عالي النقاوة لما تطلبه من أكاسيد ذات نقاوة عالية بدون وجود أي شوائب من مواد مختلفة للاصطناع عند الخلط بالمقارنة مع طرائق الاصطناع الأخرى، يتم أخذ نسب استيكمترية من المواد الأولية بصورتها النقية لضمان اكتمال التفاعل والحصول على طور واحد للمادّة الجديدة نقيّة بدون وجود أطوار أخرى لشوائب أو للمواد الأولية [11، 12].

2. هدف البحث:

يهدف هذا البحث إلى تحضير المركب $ZnCo_2O_4$ انطلاقاً من أكسيدي الكوبالت والزنك بطريقة الاصطناع الصلب ومن ثم دراسة بنيته البلورية والتغيرات البنيوية التي تطرأ على الجملة أثناء الحرق في محاولة لتحضير هذا المركب وفق أفضل الصفات وبأقل التكاليف الممكنة.

3. الجزء العملي:

1.3. الأجهزة والمواد المستخدمة:

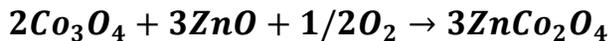
- ميزان تحليلي حساس بدقة 0.0001gr.
- أدوات زجاجية مختلفة.
- هاون عقيق لطحن العينات وبوتقات خزفية تتحمل درجات حرارة عالية.

- مرمدة لحرق العينات من شركة (Carbolite) يصل مجالها حتى الدرجة 1100°C .
- جهاز انعراج الأشعة السينية X-Ray Powder Diffractometer (PW 1840) ذو مصعد من الكوبالت Co بطول موجة $\lambda = 1.7889\text{\AA}$ إنتاج شركة (PHILIPS)- جامعة البعث.
- جهاز التحليل الحراري التفاضلي (Differential Thermal Analysis) وهو من نوع Shimadzu- جامعة تشرين.
- جهاز طيف ماتحت الأحمر IR-spectrometer من شركة Jascoo- جامعة البعث
- مواد كيميائية نقية: أكسيد الكوبالت Co_3O_4 نقاوته 99.9% وأكسيد الزنك ZnO نقاوته 99.3% وأسيبتون (Extra Pure) نقاوته 99.0%.

2.3. طريقة العمل:

تم تحضير ZnCo_2O_4 بطريقة الاصطناع الصلب Solid State Reaction على شكل مساحيق بخلط كميات مناسبة من أكسيد الكوبالت Co_3O_4 وأكسيد الزنك ZnO بنسبة تفاعل 2:3 من Co:Zn. تم طحن المواد السابقة وخلطها بواسطة هاون عقيق لضمان الحصول على خليط متجانس بعد إضافة كمية من الأسيبتون بهدف تحسين عملية الخلط المتجانس لها ولمدة 15 دقيقة تقريباً حتى جفاف الأسيبتون، أعيدت هذه العملية ثلاث مرات متتالية لكل عينة من العينات. بعد ذلك تم تجفيف الخليط الناتج بتسخينه إلى درجة الحرارة 100°C لفترة زمنية كافية لضمان التخلص من الرطوبة. تم كبس المسحوق على شكل أقراص بقطر 1cm وسماكة 2mm بهدف تقريب الجسيمات المتفاعلة من بعضها البعض وزيادة إمكانية التفاعل والتأثير المتبادل بين الجسيمات.

تم حساب كتل المواد الداخلة في تشكيل الجملة ZnCo_2O_4 من خلال التفاعل التالي:



يبين الجدول التالي كتل الأكاسيد الداخلة في تشكيل الجملة المطلوبة للاصطناع من أجل كمية مقدارها 5gr من العينة المدروسة و وفق النسب المولية المطلوبة

جدول (1) النسب المولية وأوزان المواد الأولية اللازمة لتحضير مركب $(ZnCo_2O_4)$

Co:Zn	2:3			
المادة الأولية	الكتلة الجزيئية (g/mol)	الكتلة المستخدمة (g)	النقاوة	الشركة المصدر
Co_3O_4	240.8	3.2466	99.9%	Sigma-Aldrich
ZnO	81.38	1.6458	99.3%	VWR international Ltd

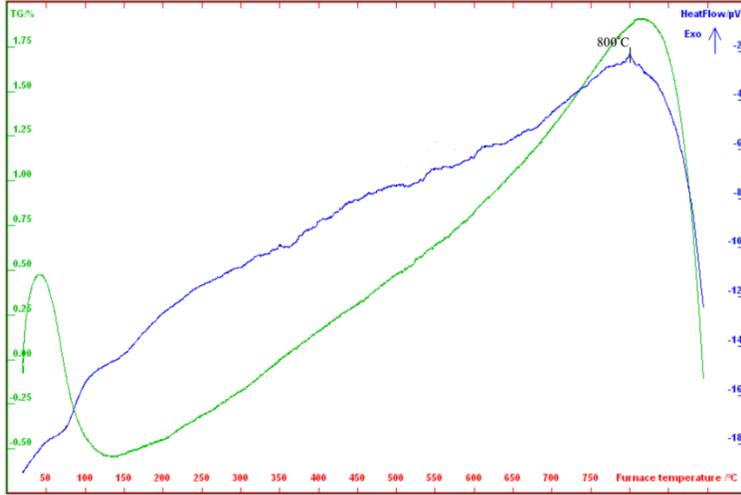
وضعت الأفراس المضغوطة في بواتق خزفية وتم ترميدها بالتدريج في مجال من درجات حرارة تتراوح بين $(800-1100)^\circ C$ ولفترات زمنية قدرها 6 ساعات. يستدل على انتهاء التفاعل وتشكل المركب المطلوب من خلال الحصول على طور وحيد. إن الاستدلال على تشكل طور وحيد هو أن تكون قيم d للمخططات الطيفية بالأشعة السينية متطابقة جميعها أو أكثر من 95% من قرائن ميللر المقترحة و الموافقة لنمط التبلور المقترح أثناء الحسابات الرياضية لإيجاد ثوابت الشبكة البلورية. في حال عدم تطابق عدد معين من الخطوط يجب استبدال الفرض بفرض آخر من التبلور حيث دائماً نبدأ بفرض التبلور الأعلى تناظراً (المكعبة).

4. النتائج والمناقشة:

4.1. دراسة السلوك الحراري باستخدام تقنية (TG-DTA):

عندما يتم تسخين المركب فإنه يخضع لتفاعلات كيميائية وتغيرات فيزيائية تتجلى على شكل امتصاص أو نشر للحرارة لذلك كان الضروري قبل البدء بترميد العينة المحضرة القيام بدراسة السلوك الحراري لها باستخدام جهاز التحليل الحراري التفاضلي حيث تعطي هذه الدراسة فكرة عن التغيرات الحرارية للمركب أثناء ترميده، يبين المنحني في

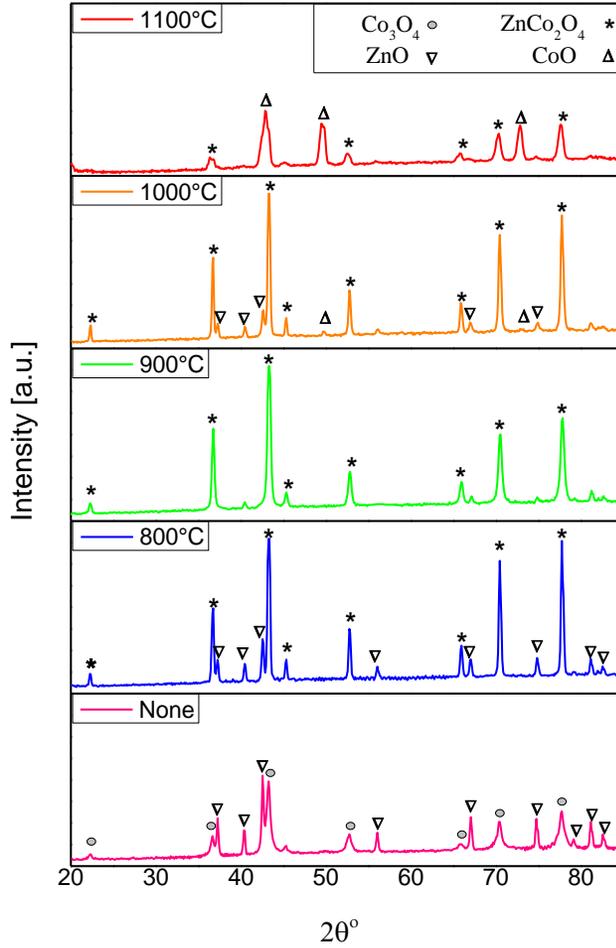
الشكل (6) السلوك الحراري للمركب حيث تم المسح في مجال درجات الحرارة (0-900°C) يظهر المنحني قمة ناشرة للحرارة عند الدرجة (800°C) تعود إلى تشكل المركب المطلوب $ZnCo_2O_4$.



شكل (6) منحني التحليل الحراري التفاضلي لعينة $ZnCo_2O_4$ المحضرة بطريقة الاصطناع الصلب

4.2. تحديد درجة الاصطناع المثلى باستخدام تقنية (XRD):

تم دراسة الخصائص البنيوية للعينات المحضرة باستخدام تقنية انعراج الأشعة السينية بغية التحقق من تشكل المركب $ZnCo_2O_4$ وتحديد درجة الحرارة المثلى لاصطناعه ولأجل ذلك تم سحب طيف انعراج الأشعة السينية للعينات المحضرة والمكبوسة على شكل أقراص قبل الترميد وبعده ضمن مجال حراري $(800 - 1100)^\circ\text{C}$ وخلال زمن قدرة ست ساعات. يبين الشكل (7) مخططات انعراج الأشعة السينية للمركب المحضر بطريقة الاصطناع الصلب. بمقارنة شدات ومواقع قمم الانعراج في المخططات التي تم الحصول عليها مع البطاقات المرجعية تبين أنّ المركب المطلوب بدأ بالتشكل عند الدرجة 800°C واكتمل تشكله عند الدرجة 900°C .



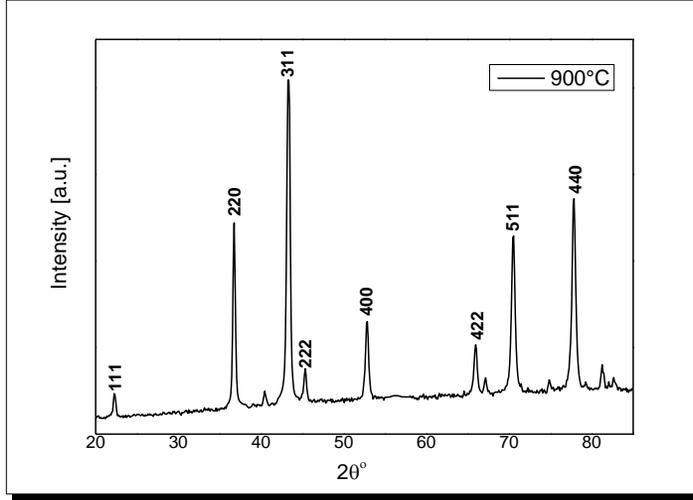
شكل (7) مخططات انعراج الأشعة السينية لمركب $ZnCo_2O_4$ عند درجات حرارة مختلفة

نلاحظ من الشكل (7) قبل عملية الترميد أنّ كل القمم تعود إلى الأكاسيد الأولية والمسحوق عبارة عن خليط من المواد غير متفاعلة. بترميم المركب عند الدرجة $800^\circ C$ لوحظ ظهور قمم تعود إلى المركب المراد تحضيره بشدات واضحة عند الزوايا ($2\theta = 36.59, 43.2, 52.7, 70.36, 77.6$) مقارنة مع القمم التي تعود للأكاسيد الأولية إلا أنّ المسحوق لا يزال يحتوي على العديد من الأطوار الأخرى مما يشير إلى عدم اكتمال اتحاد الأكاسيد حرارياً عند هذه الدرجة وهذا ما دفعنا إلى رفع

درجة حرارة الترميد إلى درجات حرارة أعلى من 800°C . تمّ ترميد المركّب عند الدرجة 900°C لمدة ست ساعات حيث لوحظ اختفاء كل القمم التي تعود إلى الأكاسيد الأولية وظهر قمم انعراج كلها تعود للمركب المطلوب. مما يمكننا القول أن المركّب ZnCo_2O_4 تمّ اصطناعه عند درجة الحرارة 900°C وزمن ترميد 6h. أما عند زيادة درجة حرارة الترميد عن الدرجة 900°C لاحظنا عودة ظهور قمم تعود إلى الأكاسيد الأولية ZnO و CoO بالإضافة إلى تناقص شدات القمم المميزة العائدة لمركب كوبالتيت الزنك مما يدل على بدء تفكك المركّب عند ترميده عند درجات حرارة أكبر من 900°C .

4.3. دراسة الخصائص البنيوية للمركب ZnCo_2O_4 :

يبين الشكل (8) مخطط انعراج السينية للمركب ZnCo_2O_4 المحضر بطريقة الاصطناع الصلب والمرد عند درجة الحرارة 900°C مدة ست ساعات، حيث قمنا بمعالجة المخطط الطيفي لهذا المركب كما يلي:



شكل (8) مخطط انعراج الأشعة السينية للمركب $ZnCo_2O_4$ المحضّر بطريقة الاصطناع الصلب والمرمد عند الدرجة $900^\circ C$ مدة ست ساعات

تمّ تحديد قرائن ميلر للمركب المحضّر بمقارنة مخطط الانعراج في الشكل (8) الذي تمّ الحصول عليه مع البطاقة المرجعية ذات الرقم (ICDD No#231390) وتبيّن أن المركب يتبلور وفق البنية المكعبية وينتمي إلى مجموعة التناظر الفراغية $Fd3m$.

تم حساب البعد بين المستويات البلورية d من زوايا الانعراج عند كل خط طيفي باستخدام قانون براغ $n\lambda = 2d \sin \theta$ ، حيث λ طول موجة الأشعة السينية (1.7889 \AA) و θ زاوية الانعراج. ومن ثم تم تعيين قيم ثوابت الشبكة البلورية a و b و c بالاستفادة من قيم d حيث يعطى البعد بين المستويات البلورية d_{hkl} في حالة البنية

$$\frac{1}{d^2} = \frac{h^2 + k^2 + \ell^2}{a^2} \quad \text{البلورية المكعبية بالعلاقة الآتية:}$$

تم حساب حجم وحدة الخلية أيضاً الذي يعطى بالعلاقة: $V = a^3$

وبالنظر لجميع قيم hkl في الجدول (3) نلاحظ أن هذه القيم مطابقة للعلاقة

$$h + \ell = 2n \quad , \quad k + \ell = 2n \quad , \quad h + k = 2n$$

وهذا يدل أن الشبكة البلورية ذات خلية مكعبية متمركزة الوجوه F. أما فيما يتعلق بمجموعة التناظر الفراغية فإذا أمعنا النظر إلى قيم hkl في مخطط الانعراج سنلاحظ أنها جميعاً تطابق القاعدة التالية:

$$hkl \rightarrow h + k + \ell = 2n \text{ أو } 2n + 1$$

$$hk0 \rightarrow h + k = 4n$$

$$h00 \rightarrow h = 4n$$

وبالعودة لجداول مجموعات التناظر نلاحظ أنها متفقة مع مجموعة التناظر الفراغية $Fd3m$

$$SG (227) Fd3m$$

ومن معرفة الوزن الجزيئي للمادة $ZnCo_2O_4$ وبعد حساب الكثافة التجريبية للمادة باستخدام ورق الكثافة **picknometer** وبتطبيق القانون $Z = \frac{\rho \cdot N_A \cdot V}{M}$ نحسب عدد الصيغ في الخلية الواحدة Z ويحول إلى أقرب عدد صحيح.

$$Z = \frac{6.022 \times 10^{23} \times 6.230 \times 525.6 \times 10^{-24}}{247.236} \approx 8$$

حيث M الوزن الجزيئي للمادة، Na عدد أفوغادرو، V حجم الخلية البلورية الأساسية $(cm)^3$. وبالتالي يمكننا أن نكتب الصيغة العامة لمحتوى الخلية الأساسية بالشكل التالي: $Zn_8Co_{16}O_{32}$ أي إن الخلية الواحدة تحتوي على ثماني ذرات زنك وست عشرة ذرة كوبالت و 32 ذرة أوكسجين. وباستبدال قيمة Z كعدد صحيح في المعادلة السابقة ينتج لدينا قيمة الكثافة النظرية وكانت القيمة المحسوبة قريبة جداً من القيمة التجريبية مما يثبت دقة حساباتنا النظرية ودقة اختيارنا لوحد الخلية الأساسية.

$$\rho_T = 6.249g/cm^3$$

وأخيراً تم حساب حجم التبلور من معادلة ديبياي شرر scherrer's formula:

$$L = \frac{K \lambda}{\beta \cos \theta} = 25.2 \text{ nm}$$

L: هو حجم التبلور للمادة مقدراً بـ (nm)

K: ثابت الشبكة ويكون ضمن المجال 0.89-0.93 وعادة تؤخذ وسيطاً 0.9

λ : طول موجة جهاز الأشعة السينية المستخدم مقدراً بـ (nm)

θ : هي زاوية انعراج الأشعة السينية للقمة الأعلى شدة

β : مقدار يعبر عن كامل عرض القمة الأكثر شدة في الطيف عند منتصف هذه القمة

ويمكن حسابه من مخطط انعراج الأشعة السينية للمركب.

تفيد هذه المعادلة في حساب حجم التبلور في حال غياب جهاز انعراج الأشعة السينية للبلورة الوحيدة وهي تعطي فكرة بسيطة عن حجم التبلور أو حجم الدقيقة للمسحوق الموجود وبالتالي تسهل التأكد من النتائج التجريبية التي يتم الحصول عليها حول بنية المركب الناتج ومقارنتها بالنتائج التي تم الحصول عليها باستخدام طرق أخرى. يبين الجدول (2) والجدول (3) قيم كل من 2θ و d_{hkl} وقرائن ميلر وجميع الحسابات البنيوية التي اجريناها للمركب $ZnCo_2O_4$ المرمد عند الدرجة 900°C .

جدول (2) قيم $(hkl, d, a, 2\theta)$ للمركب $ZnCo_2O_4$ المرمد عند الدرجة 900°C مدة 6h

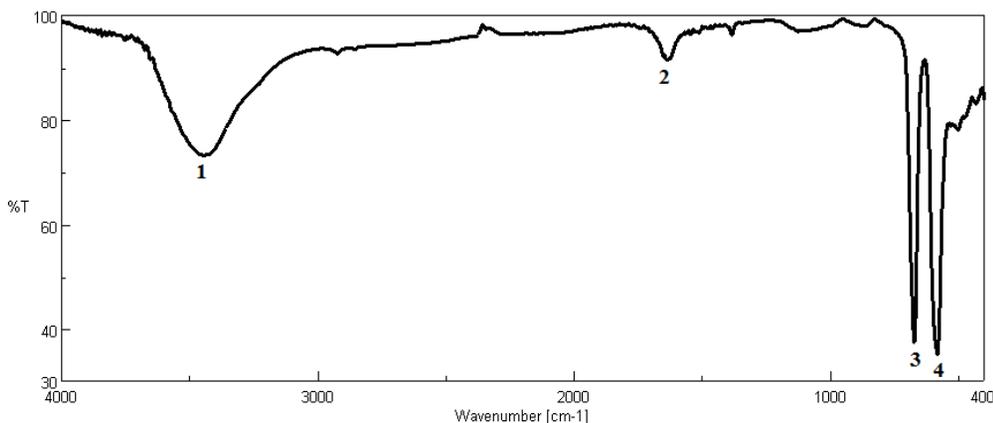
Peak	$2\theta^\circ$	I%	$d_{exp}(A^\circ)$	$d_{card}(A^\circ)$	hkl	$a (A^\circ)$
1	22.13	7	4.661	4.676	111	8.073
2	36.56	42	2.851	2.863	220	8.066
3	43.15	100	2.433	2.440	311	8.068
4	45.18	10	2.328	2.337	222	8.066
5	52.61	24	2.018473	2.024	400	8.074
6	65.85	15	1.645663	1.857	422	8.062
7	70.27	49	1.554261	1.652	511	8.076
8	77.58	59	1.427823	1.557	440	8.077
$a=8.070 \text{ \AA}$						

جدول (3) الحسابات البنوية لمركب $ZnCo_2O_4$ المرمد عند الدرجة $900^\circ C$ مدة 6h

$ZnCo_2O_4$	الحسابات البنوية					
	ثابت الشبكة البلورية	حجم الخلية الأساسية	الكثافة التجريبية	Z	الكثافة النظرية	حجم التبلور
	a (Å)	V (Å^3)	ρ_E (gr/cm^3)		ρ_T (gr/cm^3)	L (nm)
	8.070	525.6	6.230	8	6.249	25.2

4.4. دراسة طيف الأشعة تحت الحمراء FT-IR:

يعتبر التحليل الطيفي لامتناص أشعة الـ (IR) من الطرق الأساسية المستخدمة في التحليل النوعي الآلي الذي يتم من خلاله التعرف على تركيب الجزيئات و تحديد الزمر الوظيفية والروابط الكيميائية ونوعية الاهتزاز. وقد تمت دراسة طيف الـ (IR) للعينة المحضرة وذلك لتأكد بنية المركب المصطنع وتأكيد النتائج التي كنا قد حصلنا عليها من مخطط انعراج الاشعة السينية. يبين الشكل (9) طيف الأشعة تحت الحمراء لعينة كوبالتيت الزنك المحضرة والمرمدة عند الدرجة $900^\circ C$.



شكل (9) طيف الأشعة تحت الحمراء لمركب كوبالتيت الزنك المرمد عند الدرجة $900^\circ C$

حيث يظهر الطيف وجود أربع عصابات امتصاص والجدول (4) يبين هذه العصابات والأعداد الموجية الموافقة لكل منها.

جدول (4) عصابات الامتصاص في طيف (IR) لمركب كوبالتيت الزنك

العدد الموجي Cm^{-1}	نمط الاهتزاز	عصابة الامتصاص
3442	امتطاط الرابطة O-H	1
1633	حني جزيئات الماء ضمن الشبكة البلورية	2
673	امتطاط الرابطة $Zn-O$ لـ ZnO_4	3
581	امتطاط الرابطة $Co-O$ لـ CoO_6	4

5- الخلاصة والاستنتاجات:

تم اصطناع مركب كوبالتيت الزنك ($ZnCo_2O_4$) بطريقة الـ (Solid-state) انطلاقاً من الأكاسيد الأولية، ودراسة بنيته البلورية بتقنية التحليل الحراري التفاضلي وحيود الأشعة السينية ومطيافية الأشعة تحت الحمراء، أظهرت النتائج أن تشكل المركب عند الدرجة $900^{\circ}C$ وتفككه إلى الأكاسيد الأولية عند درجات الحرارة الأعلى من ذلك، حسبت قرائن ميلر للمركب الناتج ووجد أنه يتبلور ببنية مكعبية من نمط السباينل ويتمتع بمجموعة تناظر فراغية ($Fd3m$) تم تأكيد الحصول على الناتج المطلوب عن طريق طيف الأشعة تحت الحمراء من خلال ظهور عصابات امتصاص تعود الى امتطاط الروابط ($Co-O$) و ($Zn-O$) الموجودة في المركب المصنع.

- [1] Sagayaraj R. Role of Annealing Temperature in Tuning Magnetic Properties of Fe-Co- Al₂O₄ Spinel Aluminates. Epub ahead of print 2023. DOI: 10.14233/ajchem.2023.27625.
- [2] Ali S, Ullah H. Crystal field splitting , half metallic ferromagnetism , structural , mechanical and magneto-electronic properties of spinels type structure compounds MgX₂ O₄ (X Fe and Co) for spintronic applications. *Eur Phys J Plus*; 123. Epub ahead of print 2021. DOI: 10.1140/epjp/s13360-021-01737-w.
- [3] Ding R, Qi L, Wang H. A facile and cost-effective synthesis of mesoporous NiCo₂ O₄ nanoparticles and their capacitive behavior in electrochemical capacitors. 2012; 3621–3633.
- [4] Rakkiyasamy M, Kalimuthu K, Rangasamy S. SYNTHESIS AND CHARACTERIZATION OF NICKEL COBALT CINNAMATE HYDRAZINATE : A PRECURSOR FOR COBALTITE NANOPARTICLES. 2012; 2: 597–601.
- [5] Saidani GRA, Habi FHS, Hariz B. Characterization of the hetero - system - ZnCo₂O₄ / ZnO prepared by sol gel : application to the degradation of Ponceau 4R under solar light. *Appl Phys A* 2020; 1–8.
- [6] Morán-lázaro JP, López-urías F, Muñoz-sandoval E. Synthesis, Characterization, and Sensor Applications of Spinel ZnCo₂O₄ Nanoparticles. Epub ahead of print 2016. DOI: 10.3390/s16122162.
- [7] Morán-lázaro JP, López-urías F, Muñoz-sandoval E, et al. Synthesis Characterization of Nanostructured ZnCo₂O₄ with High Sensitivity to CO Gas.
- [8] Shih G, Liu W. RSC Advances A facile microwave-assisted

- approach to the synthesis of flower-like $ZnCo_2O_4$ anode materials for Li-ion batteries. 2017; 42476–42483.
- [9] Merabet L, Rida K, Boukmouche N. Sol-gel Synthesis, Characterization, and Supercapacitor Applications of MCo_2O_4 (M=Ni, Mn, Cu, Zn) Cobaltite Spinel. *Ceram Int.* Epub ahead of print 2018. DOI: 10.1016/j.ceramint.2018.03.171.
- [10] Simon L, Kumar AR. Structural and electrical properties of $ZnCo_2O_4$ spinel synthesized by sol-gel combustion method. *J Non Cryst Solids* 2019; 505: 301–309.
- [11] Smart LE, Moore EA. Solid state chemistry: an introduction. CRC press; 2012 May 29.
- [12] West AR. Solid state chemistry and its applications. John Wiley & Sons; 2014 Mar 17.

اصطناع وتوصيف مشتقات جديدة للإيميدازول انطلاقاً من الإندوميتاسين والكلورفينيرامين

ودراسة خصائصهما الحيوية

طالب الدراسات العليا: محمد درويش عرابي

كلية: العلوم – جامعة: البعث

الدكتورة المشرفة: وردة خليل + د. خالد الزبر

المخلص

تم في هذا البحث اصطناع مركبين جديدين من: 2-1-4- (إيميدازول -1 يل) (بنزويل) 5-ميتوكسي 2-ميتيل 3-إندويل) حمض الخل (INIM) وذلك انطلاقاً من تفاعل الإيميدازول مع الإندوميتاسين باعتباره مُضاد التهاب لاستيروئيدي كما تم اصطناع المركب 3-4- (إيميدازوليل) فينيل-N,N-دي ميتيل 3- (بيريدينيل-2) بروبان أمين (CLPHIM) وذلك انطلاقاً من تفاعل الإيميدازول مع الكلورفينيرامين الذي يعتبر مضاد للحساسية باستخدام حفاز أساسي من (K_2CO_3) وباستخدام مذيب مناسب من الـ THF وذلك عند درجة حرارة $70^\circ C$ وزمن قدره 8 ساعات لاصطناع المركبين بانتقائية ومردود مرتفعين.

تمت دراسة الفعالية الحيوية على نمطين من الجراثيم إيجابية وسلبية الغرام حيث تبين نتيجة الدراسة امتلاك المركبين المُحضرين لفعالية كبيرة تجاه نمطي الجراثيم المُستخدمة وفق التراكيز المُحضرة.

تم تتبع التفاعل باستخدام كروماتوغرافيا الطبقة الرقيقة (T.L.C) وفصل الناتج بالطرائق الكروماتوغرافية (أعمدة وصفائح كروماتوغرافيا تحضيرية)، أخيراً حُددت البنية الكيميائية للمركب المُحضر باستخدام التقنيات الطيفية المناسبة: FT-IR ، ^1H-NMR ، $^{13}C-NMR$

الكلمات المفتاحية: إندوميتاسين، كلورفينيرامين، إيميدازول، الفعالية الحيوية.

Synthesis and Characterization of a new Derivatives of Imidazole from Indomethacin and Chlorpheniramine and Study of its Biological Properties

Abstract

In this paper, a new two compounds were synthesized from 2-(1-(4-imidazole-1-yl)benzoyl) 5-methoxy-2-methyl-3-indolyl)acetic acid (INIM) by reacted imidazole (IM) with indomethacin as an "NSAID,s", also 3- (-4- (imidazolyl)phenyl) -N,N- dimethyl 1-3-(pyridinyl-2) propane amine (CLPHIM) by reacted imidazole (IM) with chlorpheniramine as a "hypoallergenic" by using potassium carbonate as a homogeneous base catalyst (K_2CO_3) and also studied using THF as a solvent in the reaction at a time of eight hours and a temperature of 70 °C to synthesis the aim compound.

After that, the biological activity was studied on two types of Gram-positive and Gram-negative bacteria.

The reaction followed by thin layer chromatography (T.L.C). The structures have been determinate by spectroscopy methods: FT-IR, 1H -NMR, ^{13}C -NMR.

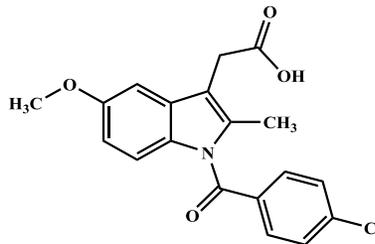
Key words: Biological Properties, Imidazole, Indomethacin Acid, Chlorpheniramine.

1 – المقدمة:

تتمتع مشتقات الإيميدازول بأثر دوائي فعال [1,2,3]، كما يصنف الإيميدازول ضمن المركبات الحلقية غير المتجانسة [4,5] تم اصطناع الكيلات الإيميدازول عن طريق استخدام الأمواج فوق الصوتية بوجود حفاز قلوي وذلك بتفاعل الإيميدازول مع 1- برومو البوتان تبين من خلال الدراسة التجريبية ازدياد الانتقائية والمردود من خلال استخدام حفازات قلوية حيث تم اختبار العديد من الحفازات الصلبة من كربونات البوتاسيوم وكربونات الصوديوم كمحفزات قلوية للإيميدازول كما تم اصطناع العديد من المركبات المهمة صيدلانياً التي تبين أنها تستخدم كمضادات للاختلاج وكمبيدات للجراثيم وللفطريات كما أنها تملك نشاطاً مضاداً لأنواع معينة من البكتريا [6,7,8]. تلعب المعقدات العضوية المعدنية للمرتبطات الحاوية على حلقة الإيميدازول دور حفازات في تفاعلات عديدة منها تفاعلات البلمرة [9,10].

يُعد الاندوميتاسين أحد أهم المركبات الدوائية التي يتم العمل عليها في الآونة الأخيرة ومن أهم الخصائص التي يمتلكها هذا المركب اعتباره كمضاد التهاب لاستيروئيدي "NSAIDs" وهو نواة أساسية في العديد من المركبات الدوائية.

تم اكتشافه في منتصف القرن الماضي حيث أنه يحتوي على ثلاث زمر وظيفية بالإضافة إلى حلقة الاندول التي تجعله أكثر ثباتاً وحلقة البنزن والتي يرتبط بها الكلور الذي يعتقد أنه من أحد الأسباب التي تؤثر في زيادة الحامضية وتخريش المعدة مع وجود الزمرة الكربوكسيلية [11]، يوضح الشكل الآتي الصيغة العامة للإندوميتاسين [12]:



الشكل (1) : الصيغة الكيميائية للإندوميتاسين

يوجد العديد من الآثار الضارة المحتملة للأدوية المضادة للالتهابات غير الستيرويدية على المعدة نتيجة وجود زمر حمضية حرة في بنيتها، حيث تقوم هذه الزمر بتنشيط المفعول الموضعي لعمل البروستاغلاندين على الغشاء المخاطي في المعدة. إن إحدى أهم الطرائق والآليات الفعالة المتبعة للحصول على طلائع أدوية Prodrugs من مضادات الالتهاب غير الستيرويدية هو تحضير مشتقات أليفاتية وعطرية مختلفة للإندوميتاسين فهي تقل بشكل ملحوظ من الآثار الجانبية التقرحية لبعض هذه المركبات الدوائية القوية [13].

الكلورفينيرامين هو أحد علاجات مضادات الهستامين، يُستعمل للعلاج بحالات الحساسية مثل حمى القش والتهاب تحسسي بالملتحمة والشرى، كما يظهر الكلورفينيرامين كمركب بعلاجات عدة حيث يخفف الكلورفينيرامين كباقي مضادات الهستامين من العوارض الحسية بالجلد كالحكة والانتفاخ والاحمرار، بالإضافة لذلك يُخفف من حدة نزلة البرد والعطاس والحكة بالعينين، كما توجد له آثار بسيطة مضادة للكولين (Anticholinergic) تُقلل من إفراز البلغم وقد دخل حيز الاستخدام الطبي في عام 1949 [14].

كانت بعض مضادات الهستامين القديمة عبارة عن مثبطات انتقائية لاسترداد السيروتونين الذي له دور مهم في تنظيم حركة الأمعاء ومضادات اكتئاب حيث كان الكلورفينيرامين أكثر الأدوية التي تم اختبار نشاطها وهو يقارن بشكل إيجابي مع أميتريبتيلين وإيميبرامين فيما يتعلق بالتأثيرات على كل من الخلايا العصبية السيروتونينية والنورادرينالية حيث يعد الكلورفينيرامين أول دواء آمن وغير سام للقلب ومضاد للاكتئاب جيد التحمل [15].

2-هدف البحث:

يهدف هذا البحث إلى:

- 1- تحضير مُشتقين جديدين للإيميدازول انطلاقاً من الإندوميتاسين والكلورفينيرامين.
- 2- دراسة بنية المشتقين الجديدين الناتجين بالمطيافيات المتاحة.
- 3- دراسة الخصائص الحيوية للمركبين الناتجين على جرثومتي الكوليفورم والمكورات العنقودية المذهبة.

3 - الجزء العملي:

3-1 - الأجهزة والأدوات المستخدمة:

- جهاز طيف الطنين النووي المغناطيسي البروتوني والكربوني نموذج 400MHz من شركة Bruker السويسرية (هيئة الطاقة الذرية - دمشق).
- جهاز طيف الامتصاص الضوئي للأشعة تحت الحمراء نموذج FT-IR-4100 من شركة Jasco اليابانية .
- صفائح كروماتوغرافيا الطبقة الرقيقة من الألمنيوم مطلية بالسليكا جل 60F₂₅₄ قياس 20 X 20 من شركة Merck الألمانية.
- صفائح كروماتوغرافيا الطبقة الرقيقة تحضيرية من الزجاج مطلية بالسليكا جل 60F₂₅₄ قياس 20 X 20 من شركة Merck الألمانية.

3-2- المواد الكيميائية المستخدمة :

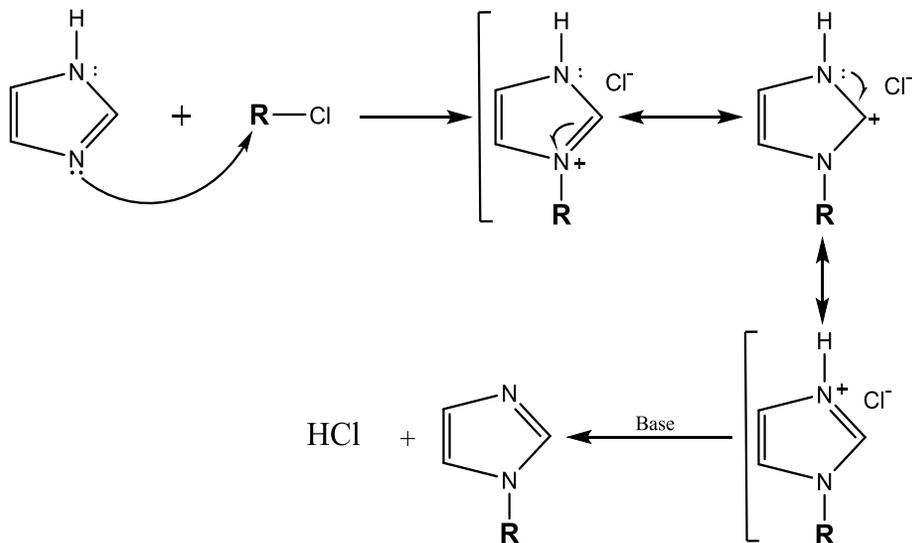
الاندوميتاسين، الكلورفينيرامين، الإيميدازول، K_2CO_3 ، TBA-OH، خلات الايتيل، ميتانول، ايتانول، كلوروفورم، هكسان، تولوين، حمض الخل، جميعها من إنتاج شركة: PDH، MERCK & SIGMA ALDRICH.

4- طريقة العمل:

أولاً: تحضير المرتبطات NHC:

الآلية العامة لتحضير المرتبطات NHC:

تحضير ألكيل إيميدازول:

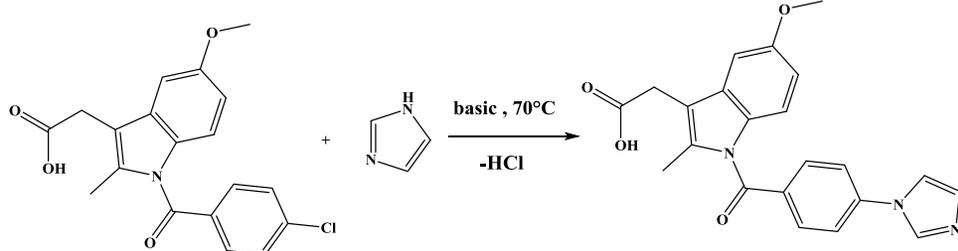


ثانياً: اصطناع المركب INIM :

2-(1-(4-1H-imidazol-1-yl) benzoyl) -5-methoxy-2-methyl-1H-indol-3-yl) acetic acid

2-(1-(4-1H-imidazol-1-yl) benzoyl) -5-methoxy-2-methyl-1H-indol-3-yl) acetic acid

اصطنع المركب INIM وفق المخطط الآتي:



تفاعل (1): تفاعل ألكلة الإيميدازول مع الاندوميتاسين.

تم مراقبة سير التفاعل باستخدام كروماتوغرافيا الطبقة الرقيقة T.L.C وفُصل الناتج باستخلاصه وتنقيته بالطرائق الكروماتوغرافية (كروماتوغرافيا العمود).

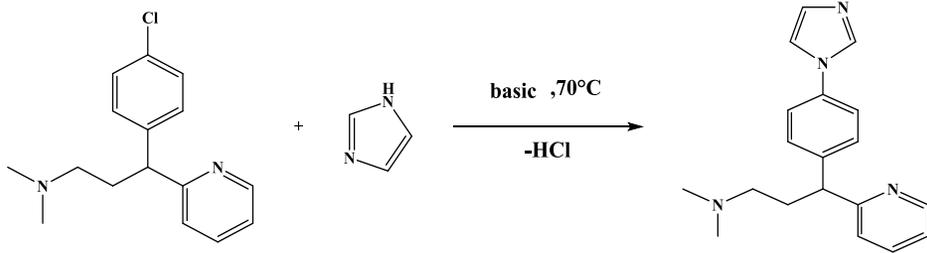
يُضاف في حوجلة كروية مصنفة مجهزة بمحرك مغناطيسي (0.0014mol ، 0.1gr) من الإيميدازول ثم يُضاف (10%mol) من الحفاز الأساسي بعدها يُضاف (10mL) من مذيب رباعي هيدروفوران مع التحريك عند درجة حرارة 70°C مدة 30 min ثم يتم حل (0.494 gr، 0.0014 mol) من الاندوميتاسين في (10mL) مذيب رباعي هيدروفوران ويضاف إلى حوجلة التفاعل ثم يُحرك مزيج التفاعل عند درجة حرارة 70°C مع مراقبة سير التفاعل بوساطة كروماتوغرافيا الطبقة الرقيقة T.L.C باستخدام جملة جرف مكونة من (خلات الإيثيل:إيثانول) (70:30) فاستغرق التفاعل زمن 8 hours بعدها يُترك المزيج ليبرد ويُبخر تحت الضغط المخفف وينقى الناتج كروماتوغرافياً (كروماتوغرافيا العمود) لنحصل على منتج صلب القوام أصفر اللون (وزنه 0.312gr، 0.0008mol) بمردود (58%).

ثالثاً: اصطناع المركب CLPHIM :

3-(4-(إيميدازوليل)فينيل)-N,N-دي ميثيل-3-(بيريدينيل-2) بروبان أمين
3-(4-(imidazolyl)phenyl)-N,N-dimethyl-3-(pyridinyl-2)propan amine

اصطنع المركب CLPHIM وفق المخطط الآتي:

اصطناع وتوصيف مشتقات جديدة للإيميدازول انطلاقاً من الإندوميتاسين والكلورفينيرامين ودراسة خصائصهما الحيوية



تفاعل (2): تفاعل ألكلة الإيميدازول مع الكلورفينيرامين.

تم مراقبة سير التفاعل باستخدام كروماتوغرافيا الطبقة الرقيقة T.L.C وفصل الناتج باستخلاصه وتنقيته بالطرائق الكروماتوغرافية (كروماتوغرافيا العمود).

يُضاف في حوجلة كروية مصنفة مجهزة بمحرك مغناطيسي (0.1gr ، 0.0014mol) من الإيميدازول ثم يُضاف (10%mol) من الحفاز الأساسي بعدها يُضاف (10mL) من مذيب رباعي هيدروفوران مع التحريك عند درجة حرارة 70°C مدة 30 min ثم يتم حل (0.0014 mol ، 0.404 gr) من الكلورفينيرامين في (10mL) مذيب رباعي هيدروفوران ويضاف إلى حوجلة التفاعل ثم يُحرك مزيج التفاعل عند درجة حرارة 70°C مع مراقبة سير التفاعل بواسطة كروماتوغرافيا الطبقة الرقيقة T.L.C باستخدام جملة جرف مكونة من (خلات الإيثيل:إيتانول) (70:30) فاستغرق التفاعل زمن 8 hours . بعدها يُترك المزيج ليبرد ويُبخر تحت الضغط المخفف وينقى الناتج كروماتوغرافياً (كروماتوغرافيا العمود) لنحصل على منتج زيتي القوام أصفر اللون (وزنه 0.342gr ، 0.0011mol) بمردود (67%).

رابعاً: الفعالية الحيوية:

حضر محلول من المركب المدروس بتركيز 50/100 $\mu\text{g.mL}^{-1}$ لتحديد الفعالية الحيوية ضد جرثومة المكورات العنقودية المذهبة الإيجابية الغرام وجرثومة الكوليفورم السلبية الغرام .

بداية تم محلول من TSB وذلك بحل 1.5 غرام منه في 50 مل ماء مقطر ومن ثم تسخينه حتى درجة الغليان وتركه حتى تصبح درجة حرارته 45 °C، بعد نمو الأحياء

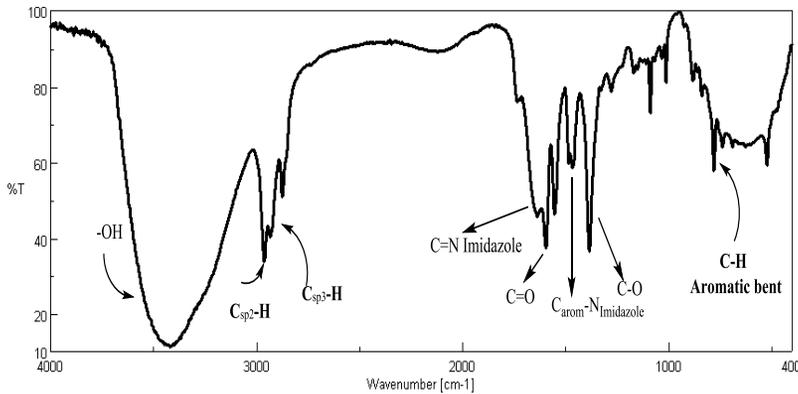
الدقيقة حضر وسط الزرع Nutrient Agar وذلك بحل 5.6 غرام في 200 مل ماء مقطر للحصول على محلول تركيزه 0.028 غرام/مل ثم يسخن المحلول حتى الغليان ويترك ليبرد ثم يصب في أطباق بيتري ويترك حتى يتحول إلى جلاتين ليتم بعدها إجراء عملية الزرع للبكتريا، بعد ذلك يتم حقن التراكيز المحضرة للمركب المدروس بشكل منفصل ومقارنتها مع المادة المرجعية ليتم حضن الأطباق مدة 24 ساعة على درجة حرارة 37 °C ثم يقاس قطر هالة التثبيط المتشكلة، حيث يبين الشكل نتائج الزرع الجرثومي للمركب المدروس على نمطين من الجراثيم إيجابية وسلبية الغرام.

5- النتائج والمناقشة :

1-5- دراسة المركب 2-1-4- (إيميدازول -1 يل) بنزويل) 5-ميتوكسي 2-ميتيل 3-إندوليل) حمض الخل :

1- دراسة طيف ال FT-IR:

سجل طيف الأشعة تحت الحمراء لناتج التفاعل حيث تبين وجود عصابات امتصاص مميزة للزمر الوظيفية الموجودة في بنية المركب الناتج وهي عصابات امتصاص للزمر الوظيفية الكربونيلية والأمينية والألفاتية التي تدل على تشكل الناتج، يوضح الشكل الآتي طيف الأشعة تحت الحمراء للمركب الناتج:

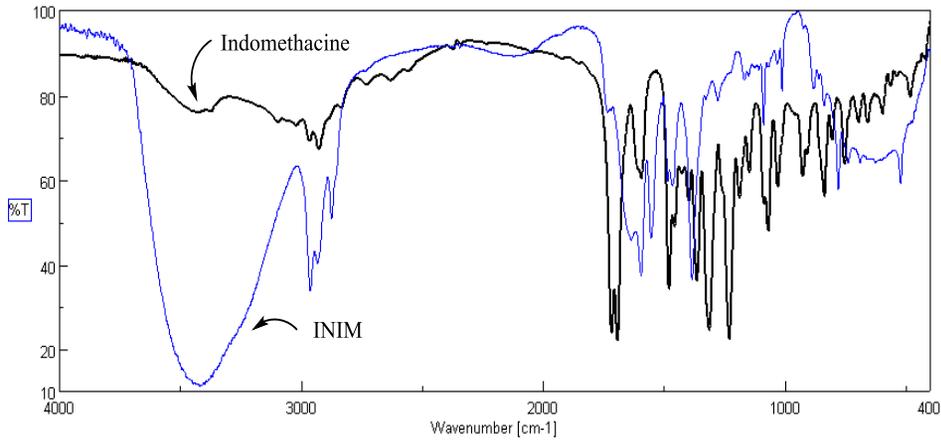


الشكل (2): طيف الأشعة تحت الحمراء للمركب الناتج

الجدول (1): أهم الامتصاصات في طيف الأشعة تحت الحمراء للمركب الناتج

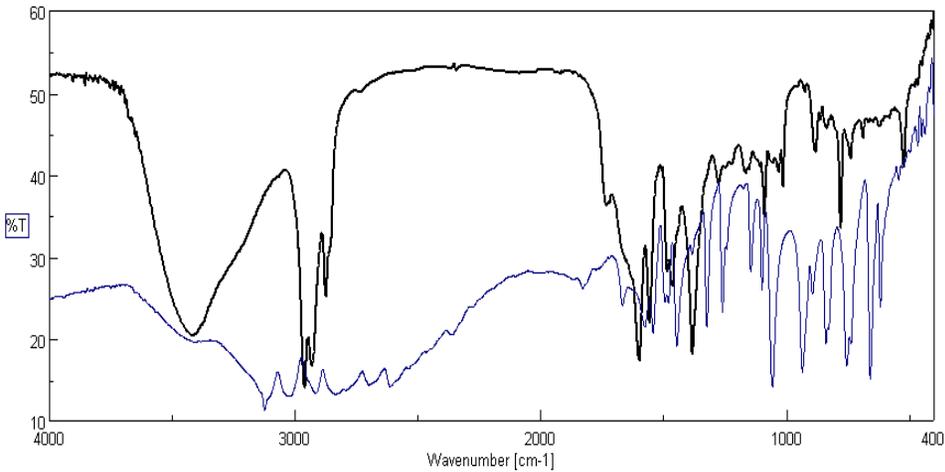
الإمتطاط الموافق "cm ⁻¹ "	الزمرة الوظيفية
780.5	Aromatic bent C-H
1485	C _{arom} -N _{Imidazole}
1636	C=N Imidazole
1384	C-O
1596	C=O
2930	C _{SP³} -H
3020	C _{SP²} -H
3419	O-H

للتأكد من انتهاء التفاعل تم اللجوء إلى مقارنة أطياف الأشعة تحت الحمراء للمركب الناتج مع المواد الأولية فقد تمت المقارنة بين طيفي كلاً من حمض الاندوميتاسين والناتج INIM وتم الاستدلال على تشكل الناتج من انزياح بعض قيم الامتصاص للزمر في المركب المصنع عما هي عليه في الحمض وتشكل روابط جديدة في المركب من أهمها الرابطة C=N عند الـ 1636 و C-N عند الـ 1485 الشكل(4).



شكل (3): تراكب طيفي IR لكل من حمض الاندوميثاسين و الناتج INIM

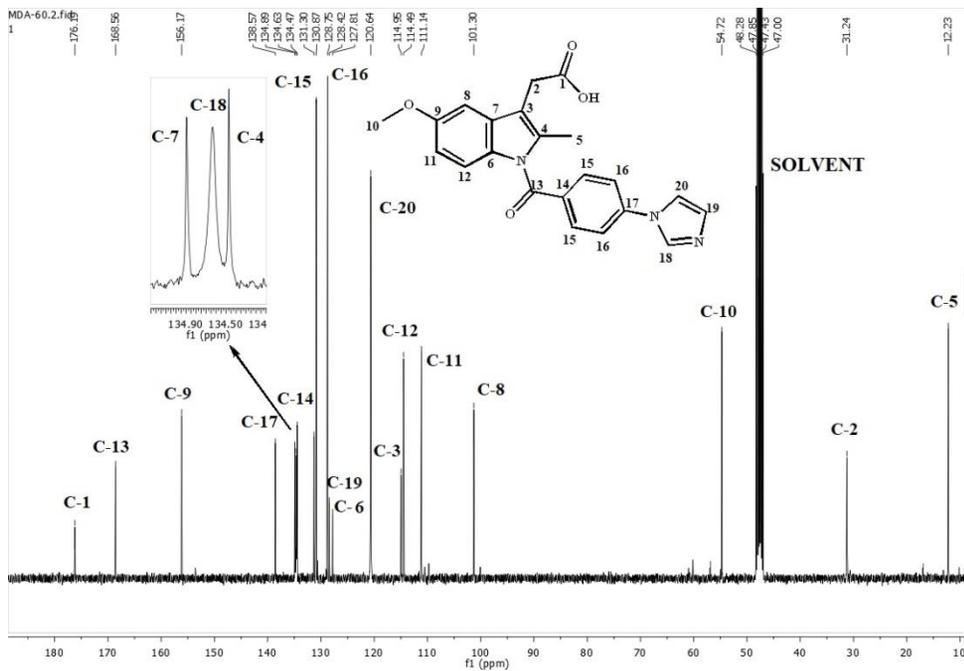
عند مقارنة بيانات طيف FT-IR للمركب الأصلي (الايמידازول) والمستخدم لتحضير المركب الناتج يلاحظ اختفاء حزمة الامتصاص (NH) الأمينية في مركب الايמידازول عند التردد (3124 cm^{-1}).



شكل (4): تراكب طيفي IR لكل من الإيמידازول والمركب الناتج INIM

2- دراسة طيف $^{13}\text{C-NMR}$:

كما تبين من تسجيل طيف الطنين النووي الكربوني $^{13}\text{C-NMR}$ للنتائج INIM في الميثانول المديتر كمحل وجود 22 ذرة كربونية وهو دليل على تشكل المركب المطلوب.



شكل (5): $^{13}\text{C-NMR}$ للمركب INIM

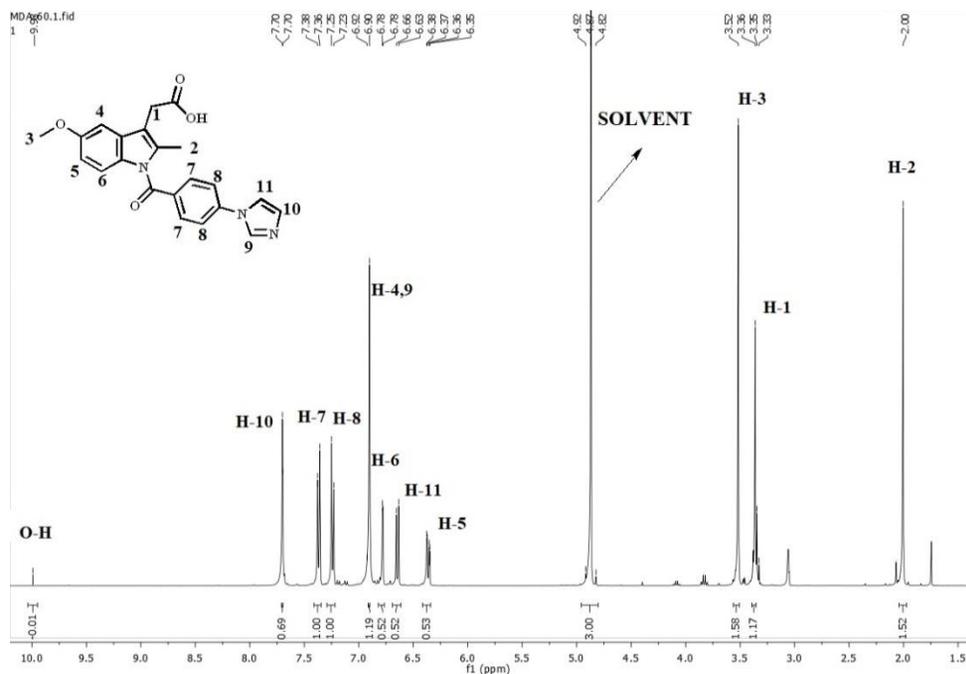
يوضح الجدول (2) الانزياحات الكيميائية لامتصاصات ذرات الكربون في الطيف للمركب

جدول (2): قيم الانزياحات الكيميائية للامتصاصات في طيف $^{13}\text{C-NMR}$ للمركب INIM

رقم ذرة الكربون	الانزياح الكيميائي ppm	رقم ذرة الكربون	الانزياح الكيميائي ppm
1	176.19	11	111.14
2	31.24	12	114.49
3	114.96	13	168.56
4	134.47	14	131.30
5	12.23	15	130.87
6	127.81	16	128.75
7	134.89	17	138.57
8	101.3	18	134.63
9	156.17	19	128.42
10	54.72	20	120.64

3- دراسة طيف $^1\text{H-NMR}$:

تبين من تسجيل طيف الطنين النووي البروتوني $^1\text{H-NMR}$ للنواتج INIM في الميثانول المديتر كمحل وجود ثلاثة مجموعات بروتونية أليفاتية واقعة في الحقل القوي من الطيف وعدة مجموعات بروتونية عطرية واقعة في الحقل الضعيف دليل على تشكل المركب المطلوب .



شكل (6): طيف $^1\text{H-NMR}$ للمركب (INIM)

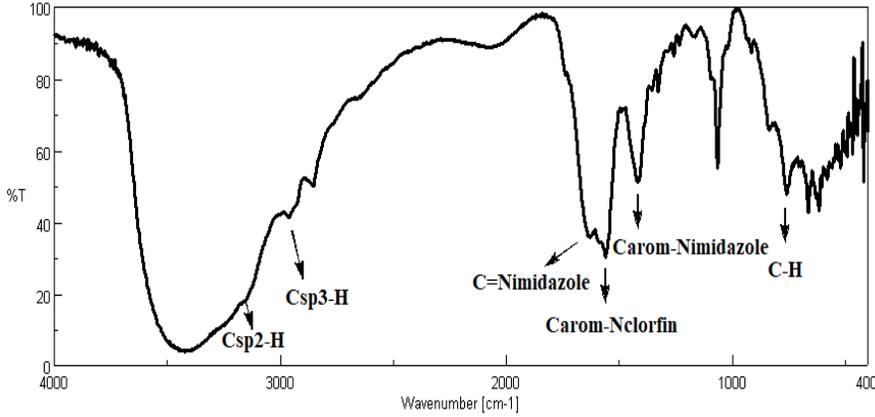
الجدول (3): الانزياحات الكيميائية للامتصاصات في طيف $^1\text{H-NMR}$ للمركب الناتج INIM

نوع ذرة الهيدروجين	$^1\text{H-NMR}$ [δ ,PPm]	No.
ألفاتية	0.92 (S, 3H)	1
ألفاتية	2.00 (S, 2H)	2
ألفاتية	3.36 (S, 3H)	3
عطرية	6.90 (S,3H)	4,9
عطرية	6.35-6.38 (m,1H)	5
عطرية	6.78 (d,1H)	6
عطرية	7.23-7.25 (d,2H)	7
عطرية	7.36-7.38 (d,2H)	8
عطرية	7.70 (d, 1H)	10
عطرية	6.63-6.66 (d,1H)	11
كربوكسيلية	9.96 (S, 1H)	O-H

2-5- دراسة المركب 3-4-(إيميدازوليل)فينيل)-N,N-دي ميثيل-3-(بيريدينيل)-
(2) بروبان أمين :

1- دراسة طيف ال FT-IR :

سجل طيف الأشعة تحت الحمراء لنتائج التفاعل حيث تبين وجود عصابات امتصاص مميزة للزمر الوظيفية الموجودة في بنية المركب الناتج وهي عصابات امتطاط للزمر الوظيفية الأمينية والألفاتية التي تدل على تشكل الناتج، يوضح الشكل الآتي طيف الأشعة تحت الحمراء للمركب الناتج:



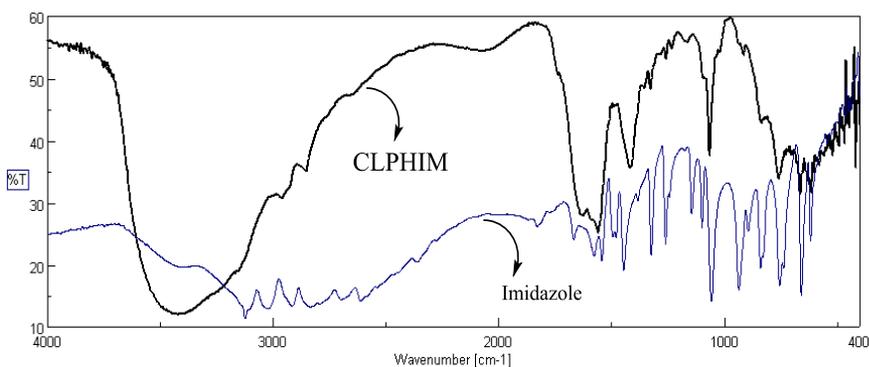
شكل (7): طيف الأشعة تحت الحمراء للمركب الناتج

الجدول (4): أهم الامتصاصات في طيف الأشعة تحت الحمراء للمركب الناتج

الامتصاصات الموافقة "cm ⁻¹ "	الزمرة الوظيفية
758.5	Aromatic bent C-H
1418	C _{arom} -N _{Imidazole}
1555	C _{arom} -N _{CLORFIN}
1626	C=N Imidazole
2962	C _{SP³} -H
3180	C _{SP²} -H

عند مقارنة بيانات طيف FT-IR للمركب الأصلي (الايמידازول) والمستخدم لتحضير المركب الناتج يلاحظ اختفاء حزمة الامتصاص (NH) الأمينية في مركب الايמידازول عند التردد (3124 cm⁻¹).

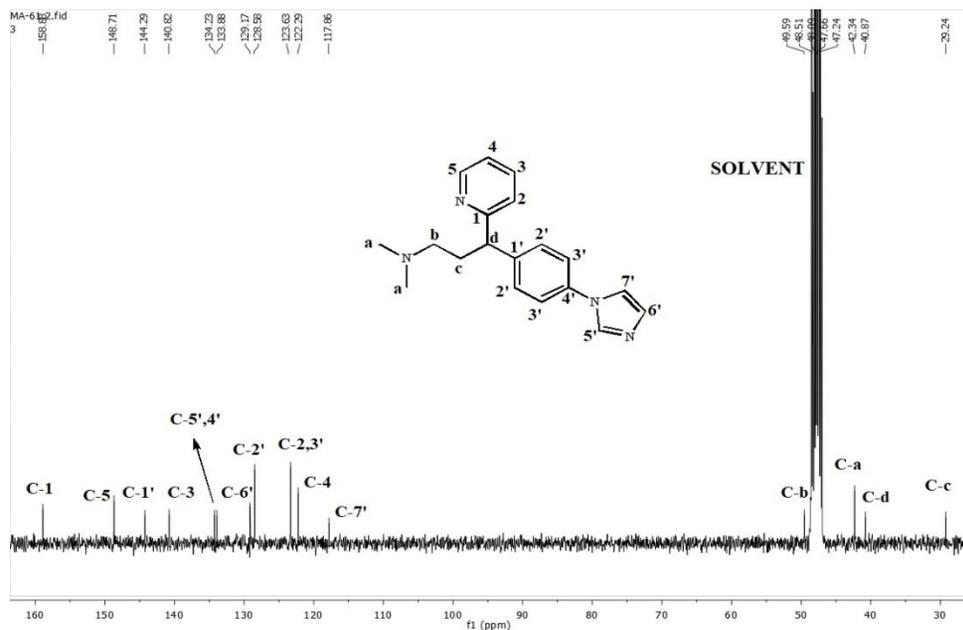
اصطناع وتوصيف مشتقات جديدة للإيميدازول انطلاقاً من الإندوميتاسين والكلورفينيرامين ودراسة خصائصهما الحيوية



شكل (8): تراكب طيفي IR لكل من الإيميدازول والمركب الناتج

2- دراسة طيف $^{13}\text{C-NMR}$:

كما تبين من تسجيل طيف الطنين النووي الكربوني $^{13}\text{C-NMR}$ للنتائج في CLPHIM في الميثانول المديتر كمثل وجود 19 ذرة كربونية وهو دليل على تشكل المركب المطلوب.



شكل (9): $^{13}\text{C-NMR}$ للمركب CLPHIM

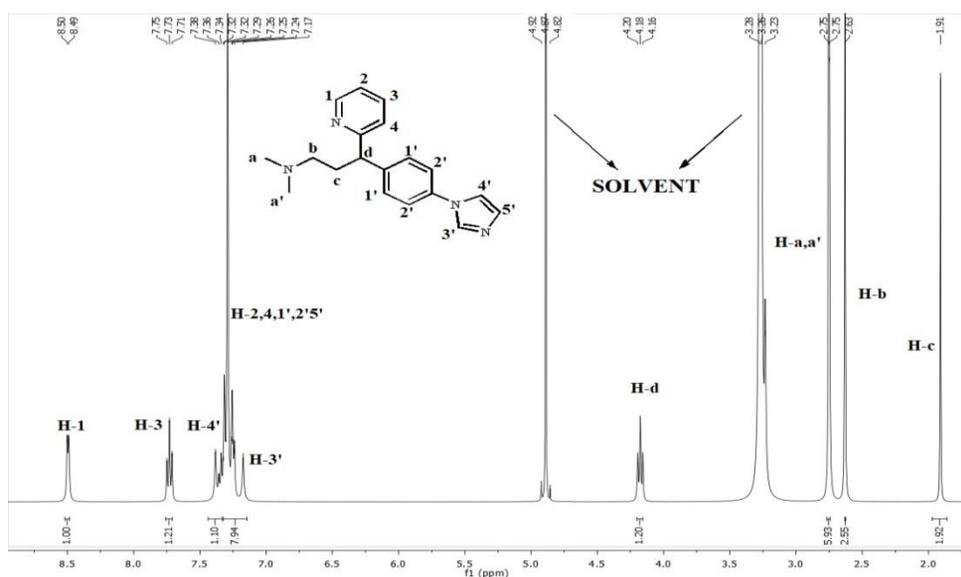
يوضح الجدول التالي الانزياحات الكيميائية لامتصاصات ذرات الكربون في الطيف للمركب

جدول (5): قيم الانزياحات الكيميائية لامتصاصات في طيف $^{13}\text{C-NMR}$ للمركب CLPHIM

رقم ذرة الكربون	الانزياح الكيميائي ppm	رقم ذرة الكربون	الانزياح الكيميائي ppm
1	158.88	5'	134.23
2,3'	123.63	6'	129.17
3	140.82	7'	117.86
4	122.29	a	42.34
5	148.71	b	49.59
1'	144.29	c	29.24
2'	128.58	d	40.87
4'	133.88	-	-

3- دراسة طيف $^1\text{H-NMR}$:

تبين من تسجيل طيف الطنين النووي البروتوني $^1\text{H-NMR}$ للنواتج CLPHIM في الميثانول المديتر كمحل وجود أربع مجموعات بروتونية أليفاتية واقعة في الحقل القوي من الطيف وعدة مجموعات بروتونية عطرية واقعة في الحقل الضعيف دليل على تشكل المركب المطلوب .



شكل (10): طيف $^1\text{H-NMR}$ للمركب CLPHIM

الجدول (6): الانزياحات الكيميائية للامتصاصات في طيف $^1\text{H-NMR}$ للمركب الناتج CLPHIM

نوع ذرة الهيدروجين	$^1\text{H-NMR}$ [δ ,PPm]	No.
ألفاتية	2.75 (S, 6H)	a,a'
ألفاتية	2.63 (S, 2H)	B
ألفاتية	1.91 (S, 2H)	C
أليفاتية	4.18(tri, 1H)	D
عطرية	8.49-8.50 (d, 1H)	1
عطرية	7.71-7.75(tri, 1H)	3
عطرية	7.17(S, 1H)	3'
عطرية	7.36-7.38(d, 1H)	4'
عطرية	7.24-7.32(m, 8H)	2,4,1',2',5'

6- دراسة الفعالية الحيوية:



شكل (11) : تثبيط ناتج INIM للجراثيم العنقودية والكوليفورم.



شكل (12) : تثبيط ناتج CLPHIM للجراثيم العنقودية والكوليفورم

الجدول (7) : قيم أقطار التثبيط للناتج بالمقارنة مع المادة المرجعية الأوغمنتين

Compound		التركيز (C μ g/ml)	قطر التثبيط (mm)
Bacteria (+)	AUG	-	32
	INIM	100	20
		50	10
	CLPHIM	100	28
50		16	
Bacteria (-)	AUG	-	28
	INIM	100	15
		50	12
	CLPHIM	100	20
		50	15

نلاحظ من النتائج أن الفعالية البيولوجية للمركبات التي تم تحضيرها قد أبدت فعالية جيدة ضد الجراثيم العنقودية والكوليفورم التي تم العمل عليها.

7- الإستنتاجات:

- 1- استخدمت حفازات أساسية حيث أدى ذلك إلى زيادة مردود الأصدناع وانتقائيته والتقليل من النواتج الثانوية .
- 2- صنع مشتق ألكيلي جديد للحمض الدوائي (حمض الاندوميثاسين) مع الإيميدازول باستخدام حفاز أساسي بمردود قدره 58% للمركب الناتج، وُحددت بنية الناتج بالطرائق الطيفية الحديثة
- 3- صنع مشتق ألكيلي جديد للكورفينيرامين مع الإيميدازول باستخدام حفاز أساسي بمردود 67% وُحددت بنية المركب الناتج بالطرائق الطيفية الحديثة.
- 4- درست الخصائص الحيوية للمركبين الناتجين على نوعين من الجراثيم إيجابية وسلبية الغرام حيث تبين نتيجة الدراسة أن للمركب الناتج قدرة جيدة على تثبيط نمو الجراثيم الإيجابية والجراثيم السلبية عند التراكيز المحضرة بالمقارنة مع المادة المرجعية (الأوغمنتين).

- **References:**

- 1-Yekaterina R, Nicholas EG, Vladimir S, Lifetimes and Reaction Pathways of Guanine Radical Cations and Neutral Guanine Radicals in an Oligonucleotide in Aqueous Solutions. (2012) Journal of the American Chemical Society; 4955:4962-134.
- 2 -Rita T, Valentina O, Graziella V, Biotin-8-hydroxyquinoline conjugates and their metal complexes:exploring the chemical properties and the antioxidant activity. (2016) Polyhedron; 1:18-16.
- 3-Milan R, Daniel F, Bernd M R, Effect of metal ions(Li+, Na+, K+, Mg²⁺, Ca²⁺, Ni²⁺, Cu²⁺, Zn²⁺) and water coordination on the structure and properties of L-histidine and zwitterionic L-histidine. (2010) original article; 1309:1319-39.
- 4- Ingle RG, Magar DD. Heterocyclic chemistry of benzimidazoles and potential activities of derivatives. Int. J. Drug Res. Tech. 2011;1(1):26-32.
- 5- Simpall K, Dharma K, Sarvesh P, Rajani C, Jaya D, Aakanksha M, Transition metal-free one-pot synthesis of nitrogen-containing heterocycles. (2015) Mol Divers.
- 6- Tahlan S, Kumar S, Narasimhan B. Antimicrobial potential of 1H-benzo [d] imidazole scaffold: a review. BMC chemistry. (2019) Dec 1;13(1):18.

- 7- Ferrera-Escudero S, Perozo-Rondón E, Calvino-Casilda V, Casal B, Martín-Aranda RM, López-Peinado AJ, Durán-Valle CJ. The effect of ultrasound on the N-alkylation of imidazole over alkaline carbons: Kinetic aspects. *Applied Catalysis A: General*. 2010 Apr 15;378(1):26-32.
- 8 - López-Pestaña JM, Díaz-Terán J, Avila-Rey MJ, Rojas-Cervantes ML, Martín-Aranda RM. N-alkylation of imidazole by alkaline carbons. *Microporous and mesoporous materials*. 2004 Jan 8;67(1):87-94.
- 9-JunW W, LinY G, FanH M, Jing J, LingY D, LiF Z, Synthesis, characterization of N-heterocyclic carbene palladium complex and catalytic activities in Suzuki and Heck coupling reaction. (2012) *J Incl Phenom Macrocycl Chem*; 119:128-73.
- 10-Christopher WDG, Ming-Tsz Ch, Oscar N, Sonogashira Couplings Catalyzed by Collaborative (N-Heterocyclic Carbene)-Copper and -Palladium Complexes. (2014) American Chemical Society; ACS Publications; Organic Letters; A:D.
- 11-Shen TY. The discovery of indomethacin and the proliferation of NSAIDs. In *Seminars in Arthritis and Rheumatism* 1982 Nov 1 (Vol. 12, No. 2, pp. 89-93). WB Saunders.
- 12- Kassab SE. Indomethacin from Anti-Inflammatory to Anticancer Agent. In *Medicinal Chemistry* 2018 Nov 5. IntechOpen.

- 13-Kalgutkar AS, Marnett AB, Crews BC, Remmel RP, Marnett LJ. Ester and amide derivatives of the nonsteroidal antiinflammatory drug, indomethacin, as selective cyclooxygenase-2 inhibitors. *Journal of medicinal chemistry*. 2000 Jul 27;43(15):2860-70.
- 14 - Hamid MH, Allen CL, Lamb GW, Maxwell AC, Maytum HC, Watson AJ, Williams JM. Ruthenium-catalyzed N-alkylation of amines and sulfonamides using borrowing hydrogen methodology. *Journal of the American Chemical Society*. 2009 Feb 11;131(5):1766-74.
- 15 - Hellbom E. Chlorpheniramine, selective serotonin-reuptake inhibitors (SSRIs) and over-the-counter (OTC) treatment. *Medical hypotheses*. 2006 Jan 1;66(4):689-90.

سلوكا تشيفير - لامبي الهوكي الصرف والدقيق الصرف لأجل الحالة المستوية الأولى لانفعالات الجسم الصلب المرن دقيق الاستقطاب الذي يشغل R^2 بوجود مصادر حرارية وعزم حجمي

ط . عاصم جابر¹ أ . د. منتجب الحسن²

ملخص البحث:

يهتم البحث بالنموذج الرياضي للحالة الترموديناميكية المستوية الأولى للانفعالات المرنة للجسم الصلب دقيق الاستقطاب، المتجانس والمتماثل المناحي والخاضع لحرارة، والمعين بخمسة ثوابت مادية والمناقش رياضياً من خلال الباحثين إرينغين [2] و نوفاتسكي [3]، والذي يرمز له اختصاراً بـ (E-N:5) 2D.

يُكْمَل هذا المقال مجموعة المقالات [1,11-13]، وتم فيه مايلي: لأجل الجسم الترموديناميكي الصلب دقيق الاستقطاب (E-N:5) 2D، غير المحدود (يشغل R^2)، والذي كلاً من إزاحاته ودوراناته وحرارته، الخارجية، معدمة، فإن: I سلوك تشافير - لامبي الترموديناميكي للجسم الموافق للمصادر الحرارية، فقط، هو سلوك تقليدي صرف (أي متجه الإزاحة الهوكي كموني (محافظ) ويتطابق سلوك تشافير - لامبي الدقيق الصرف للجسم المعتبر مع السلك الصفري)، II سلوك تشيفير - لامبي الترموديناميكي

¹ طالب دكتوراه في قسم الرياضيات - كلية العلوم - جامعة البعث.

² أستاذ في قسم الرياضيات - كلية العلوم - جامعة البعث.

سلوكا تشفير- لامي الهوكي الصرف والدقيق الصرف لأجل الحالة المستوية الأولى لانفعالات الجسم الصلب
المرن دقيق الاستقطاب الذي يشغل R^2 بوجود مصادر حرارية وعزم حجمي

للجسم الموافق للعزم الحجمي فقط، هو سلوك دقيق صرف (أي يتطابق السلوك تشفير-
لامي، التقليدي الصرف للجسم المعتبر مع السلوك الصفري). بعدها تم إيجاد سلوكي
تشفير- لامي، الشاذين؛ الهوكي الصرف والدقيق الصرف، الموافقين، على الترتيب
للمصادر الحرارية المركزة والعزم الحجمي المركز، والمتغيرين توافقياً مع الزمن. من ثم تم
استنتاج سلوكي غرين- تشفير-لامي؛ الهوكي الصرف والدقيق الصرف، الموافقين،
على الترتيب للمصادر الحرارية والعزم الحجمي، النظاميين والمتغيرين توافقياً مع الزمن.
في النهاية تم انتهاء البحث بعدد من المسائل للمناقشة.

الكلمات المفتاحية: سلوكا تشفير - لامي التر وديناميكيان، الهوكي الصرف والدقيق الصرف
للجسم (E-N:5) 2D بوجود مصادر حرارية وعزم حجمي.

The pure Hooke and pure micropolar Schaefer-Lame behaviors for the first plane state of elastic strain of the micropolar body occupying R^2 in the cases of heat sources and body moments

Asem Jaber [†] & Prof. Mountajab Al-Hasan ^{*}

Abstract:

The paper relates to the mathematical model of the first plane state of small elastic strains of micropolar homogeneous and isotropic solid, subjected to temperature field, mathematically propo-sed by Eringen [2] and Nowacki [3], and shortly called 2D (E-N:5).

This paper completes the papers [1,11-13] and has the following results. For the dynamical micropolar thermoelastic unbounded 2D (E-N:5) body (occupying R^2) with vanishing external displacement, rotations and temperature, we prove the following. I) The Lamé- Schaefer thermodynamical behavior of the above mentioned body, corresponding to the only heat sources is pure classical Lamé- Schaefer behavior (which means that the relating classical displacement field vector is potential and the relating pure micropolar behavior, identifies with the zero behavior). II) The

[†] Ph.D. Student At Department of Mathematics–Faculty of Science–Al-Baath University.

^{*} Professor At Department of Mathematics–Faculty of Science–Al-Baath

Key words: The pure Hooke and pure micropolar Schaefer -Lame themodynamical behaviors for the 2D (E-N:5) body in the case of heat sources and body moments.

سلوكا تشفير- لامي الهوكي الصرف والدقيق الصرف لأجل الحالة المستوية الأولى لانفعالات الجسم الصلب
المرن دقيق الاستقطاب الذي يشغل R^2 بوجود مصادر حرارية وعزم حجمي

Schaefer - Lamé thermodynamical behavior of the above mentioned body, corresponding to the only body moments is pure Schaefer - Lamé micropolar behavior (which means that the relating thermodynamical pure classical behavior identifies with the zero behavior). Next, we find the singular, pure Hooke, and pure micropolar Schaefer-Lamé behaviors of the considerable body, corresponding respectively to the case of concentrated heat sources, concentrated body moment, varying harmonically in time. Then, we find the pure Hooke, and pure micropolar Green-Schaefer-Lamé behaviors of the considerable body, corresponding, respectively to the case of regular heat sources, and body moment, varying harmonically in time. We end the paper by suggesting several problems for discussing.

Key words: The pure Hooke and pure micropolar Schaefer -Lamé thermodynamical behaviors for the 2D (E-N:5) body in the case of heat sources and body moments.

1. مقدمة:

في [4] استُخدمت طريقة متجه تشيفر، في حل مسائل القيم الحدية لمعادلات لامي ضمن الحالة المستوية الأولى لانفعالات الجسم $2D (E-N:5)$ ، انطلاقاً من متجه تشيفر:

$$\zeta \equiv \left(0, 0, \frac{1}{2} \in_{\alpha\beta} u_{\beta,\alpha} \right)$$

النسبي مع الوزن $\frac{1}{2}$ ، على الفضاء الاقليدي R^2 . بعدها وبزاوة الطريقة تم، حل مسائل القيم الحدية لمعادلات لامي للحالة ثنائية البعد، ذات التناظر المحوري للانفعالات المرنة للجسم من النموذج $2D (E-N:5)$ ، (انظر مثلاً: [5,7])، كما أشار نفس الباحثين إلى إمكانية حل هذه المسائل، أي مسائل القيم الحدية لمعادلات لامي للحالة ثنائية البعد وكذلك الحالة ثلاثية البعد للانفعالات المرنة للجسم من النموذج $(E-N:6)$ ، بوجود حقل درجات حرارة، وبوجود حقل لدونة. وفي العام 2004 قام الباحث ديشليفيتش [1] باستخدام طريقة متجه تشيفر في حل مسائل القيم الحدية والابتدائية لمعادلات لامي للحالة المستوية الأولى لانفعالات المرنة للجسم من نموذج $2D (E-N:5)$ ، بما يتوافق مع الحالة الديناميكية المتساوية درجات الحرارة لهذا الجسم. وفي [11] تم تعميم طريقة متجه تشيفر إلى حل مسألة لامي للقيم الحدية والابتدائية للجسم $2D (E-N:6)$ ، المتجانس والمتماثل المناحي والخاضع لحرارة، ويشغل في لحظة البدء منطقة Ω بسيطة الترابط في R^2 . وفي [12] تم اثبات أيزوتيرمية (تساوي درجات الحرارة) عملية تشيفر المتممة لأجل الجسم $2D (E-N:6)$ الذي يشغل كامل R^2 ، ضمن الحالة المستوية الأولى لانفعالات المرنة لهذا الجسم، بوجود حمل حجمية ومصادر حرارية. أخيراً في [13]، تم إيجاد صيغ فوربييه التكاملية، التقليدية والمتممة لأجل كلاً من عمليتي تشايفر-لامبي؛ الترموديناميكية، التقليدية، والديناميكية المتممة في الجسم المعتبر $2D (E-N:5)$ ، الذي يشغل كامل R^2 ، ذلك في حال وجود حمل حجمية ومصادر حرارية. بعدها تم إيجاد الحلول الشاذة لأجل كلٍ من عمليتي تشايفر-لامبي السابقتين، وذلك في حال تعرض الجسم المذكور أعلاه لقوة حجمية مركزة، ومتغيرة توافقياً مع الزمن.

2. هدف البحث:

في البحث، من أجل الجسم الترموديناميكي المرن دقيق الاستقطاب ($2D(E-N:6)$)، غير المحدود، والذي كلاً من إزاحاته و دوراناته و حرارته، الخارجية، معدومة، سنبرهن مايلي:
(I) سلوك تشفير- لامي الترموديناميكي للجسم، الموافق، فقط للمصادر الحرارية، هو سلوك تقليدي (هوكي) صرف (أي أن متجه الإزاحة الهوكي كمنوي، والسلوك الدقيق، الصرف، الموافق، يطابق السلوك الصفري)، (II) سلوك تشفير- لامي الترموديناميكي للجسم، و الموافق فقط، للعزم الحجمي، هو سلوك دقيق صرف (أي يتطابق سلوك تشفير- لامي، الترموديناميكي، الهوكي (أو التقليدي)، الصرف للجسم مع السلوك الصفري).
كما يهدف البحث إلى إيجاد سلوكي تشفير- لامي، الشاذين؛ الهوكي الصرف والدقيق الصرف، الموافق، على الترتيب للمصادر الحرارية المركزة والعزم الحجمي المركّز، والمتغيرين توافقياً مع الزمن، ويهدف أيضاً إلى استنتاج سلوكي غرين- تشفير- لامي؛ الهوكي الصرف والدقيق الصرف، الموافق، على الترتيب للمصادر الحرارية والعزم الحجمي، النظاميين والمتغيرين توافقياً مع الزمن، كل ذلك من أجل الجسم الترموديناميكي المرن دقيق الاستقطاب ($2D(E-N:6)$)، غير المحدود، والذي كلاً من إزاحاته و دوراناته و حرارته، الخارجية، معدومة.

3. طرق البحث:

لأجل الحالة الأولى؛ المتمثلة بتأثير المصادر الحرارية، فقط، سنثبت أن عملية تشفير- لامي الترموديناميكية، الدقيقة، الصرفة تطابق العملية الصفرية، وأن حقل الإزاحة، المتجهي، الهوكي، الموافق هو حقل كمنوي. وفي الحالة الثانية؛ أي المتمثلة بوجود العزم الحجمي فقط، سنثبت أن عملية تشفير- لامي الترموديناميكية، التقليدية، الصرفة (أو الهوكية الصرفة) تطابق العملية الصفرية. وفي كلا الحالتين، ومن أجل باقي الأهداف، سنستخدم تهجين طريقة متجه تشفير المطبقة على وصف لامي لـ ($2D(E-N:5)$)، المدروسة في ([11-12])، مع طريقة التحويلات التكاملية ([9])؛ المتمثلة بتطبيق تحويل فورييه التكاملية المضاعف من المرتبة الثالثة على المعادلات المستقلة لأجل كل من الإزاحات والدورانات والحرارة، الهوكية، والإزاحات والدورانات، المتممة، في الجسم المدروس،

والتي في حالتينا هاتين، ستكون هذه أبسط من المعادلات المستقلة لأجل هذه الحقول المذكورة والمستنتجة في [11].

لأجل متطلبات البحث، سنعرض بدايةً بشكل مختصر، تهجين نتائج الأبحاث [11-13]. في البحث سنركز اهتمامنا على النموذج الرياضي، للجسم الصلب دقيق الاستقطاب إيرينغين-نوفاتسكي، ذي الـ 3 درجات حرية و 5 ثوابت مادية (ميكانيكية)، وبوجود مؤثرات حرارية ضمن الحالة المستوية الأولى لانفعالاته المرنة، والمسمى اختصاراً $2D(E-N:6)$ ([11-13])، والذي في بحثنا يشغل $\Omega = R^2$ ، وحقلاً لإزاحاته ودوراناته، وحقل حرارته، الخارجية، جميعها معدومة. أي سنهتم بالجسم المرن دقيق الاستقطاب، والخطي، والمتجانس والمتماثل المناحي، ومركزي التناظر: $(\mu, \lambda, \alpha, \gamma, \varepsilon, \rho, J, \kappa, \eta_0, \nu_T, \Omega)$ ، حيث الرموز الموجودة ما بين قوسين هي الثوابت الميكانيكية-الحرارية للجسم، وهي حقيقية. أيضاً سنفترض أن جميع الحقول الفيزيائية الممثلة للحالة الميكانيكية الحرارية للجسم المرن دقيق الاستقطاب، المعبر، هي دوال حقيقية ملساء بالقدر الكافي، وتتبع للموضع: $\mathbf{x} \equiv (x_1, x_2) \in \Omega$ وللزمن t والزمن. في هذه الحالة، يوصف السلوك الترموديناميكي، المرن، لهذا الجسم من خلال من خلال المقاطع التتسورية: $(\mathbf{u}, \varphi, \theta, \sigma, \mu, \gamma, \kappa)$ ، حيث: \mathbf{u} و φ مقطعان متجهيان مستقلان، وهما على الترتيب، مقطع الإزاحات ومقطع التوجهات، و $\theta := T - T_0$ مقطع سلمي؛ يمثل تغير الحرارة؛ علماً أن: T الحرارة المطلقة في الجسم و T_0 حرارة الحالة الطبيعية له. إضافةً إلى ماتقدم ذكره فإن: $\sigma, \mu, \gamma, \kappa$ ، مقاطع تنسورية من المرتبة الثانية، وغير متناظرة، وهي على الترتيب: مقطع إجهادات القوة، ومقطع إجهادات العزم، ومقطع الانفعالات، ومقطع الانفعالات دقيقة الاستقطاب. وإذا رمزنا الآن بـ $[0, \infty[$ و $T^+ :=]0, \infty[$ ، فيمكن أن تمثل المقاطع التتسورية، السابقة في $\Omega \times T^+$ وفي النظام الإحداثي الديكارتي \mathbf{e}_i ، على الشكل التالي:

$$\mathbf{u} \equiv (u_1, u_2, 0), \quad \varphi \equiv (0, 0, \varphi_3) \quad (3.1)$$

$$\gamma \equiv \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & 0 \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \kappa \equiv \begin{bmatrix} 0 & 0 & \kappa_{13} \\ 0 & 0 & \kappa_{23} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

سلوكاً تشفير- لامي الهوكي الصرف والدقيق الصرف لأجل الحالة المستوية الأولى لانفعالات الجسم الصلب المرن دقيق الاستقطاب الذي يشغل R^2 بوجود مصادر حرارية وعزم حجمي

$$\sigma \equiv \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & 0 \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{33} \end{bmatrix}, \quad \mu \equiv \begin{bmatrix} 0 & 0 & \mu_{13} \\ 0 & 0 & \mu_{23} \\ \mu_{31} & \mu_{32} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

حيث:

$$\sigma_{33} = \nu \sigma_{\alpha\alpha} - \frac{\mu}{\mu + \lambda} \nu_T \theta, \quad \mu_{3\alpha} = \frac{\gamma - \varepsilon}{\gamma + \varepsilon} \mu_{\alpha 3} \quad (3.4)$$

كما أن: $\nu = \frac{\lambda}{2(\mu + \lambda)}$ تمثل نسبة Poisson، و $\nu_T = (3\lambda + 2\mu) a_t$ و a_t هو

معامل التمدد الخطي الحراري للجسم، و $\mu, \lambda, \gamma, \varepsilon \in R_+$ الثوابت المادية الأربع الأولى للجسم المدروس، أخيراً ننوه إلى أن جميع المركبات الموجودة في العلاقات السابقة تتبع للموضع: $\mathbf{x} \equiv (x_1, x_2) \in \Omega$ وللزمن t . سنفترض أن جميع الأدلة الإغريقية $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ تأخذ القيم: 1, 2، حيث نعلم رموز أينشتاين على الفضاء الإقليدي R^2 . في نموذج لامي للجسم $2D(E-N:5)$ ، وفقاً لطريقة متجه تشفير، تم افتراض أن السلوك الترموديناميكي، المرن، دقيق الاستقطاب، للجسم يُكتب في $\Omega \times T^+$ على النحو الآتي [12-13]:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}^0 + \mathbf{u}', \quad \varphi = \varphi^0 + \varphi', \quad \theta = \theta^0 + \theta', \quad (3.5)$$

$$\sigma = \sigma^0 + \sigma', \quad \mu = \mu^0 + \mu', \quad \gamma = \varepsilon^0 + \varepsilon', \quad \kappa = \kappa^0 + \kappa'$$

حيث الحقول الفيزيائية $(\mathbf{u}^0, \varphi^0, \theta^0, \sigma^0, \mu^0, \varepsilon^0, \kappa^0)$ توافق جسم هوك المرن: $\Omega(\mu, \lambda, \rho, \eta_0, \nu_T)$ ، أما $(\mathbf{u}', \varphi', \theta', \sigma', \mu', \varepsilon', \kappa')$ فتمثل الحقول الفيزيائية الدقيقة، المتممة. إن هذه الحقول الفيزيائية التيسورية، المُمثلة لجسم هوك والحقول الفيزيائية التيسورية، الدقيقة، المتممة، الموافقة، تُكتب في $\Omega \times T^+$ وفي $Ox_1x_2x_3$ على الشكل:

$$\mathbf{u}^0 \equiv (u_1^0, u_2^0, 0), \quad \varphi^0 \equiv (0, 0, \varphi_3^0) \quad (3.6)$$

$$\varepsilon^0 \equiv \begin{bmatrix} \varepsilon_{11}^0 & \varepsilon_{12}^0 & 0 \\ \varepsilon_{21}^0 & \varepsilon_{22}^0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \kappa^0 \equiv \begin{bmatrix} 0 & 0 & \kappa_{13}^0 \\ 0 & 0 & \kappa_{23}^0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

$$\sigma^0 \equiv \begin{bmatrix} \sigma_{11}^0 & \sigma_{12}^0 & 0 \\ \sigma_{21}^0 & \sigma_{22}^0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{33}^0 \end{bmatrix}, \quad \mu^0 \equiv \begin{bmatrix} 0 & 0 & \mu_{13}^0 \\ 0 & 0 & \mu_{23}^0 \\ \mu_{31}^0 & \mu_{32}^0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

مع العلم أن: $\varphi^0 = \frac{1}{2} \text{curl } \mathbf{u}^0$ ، وأن: σ^0 و ε^0 متناظرتين، بينما: المصفوفتان μ^0 و κ^0 فغير متناظرتان، حيث:

$$\sigma_{33}^0 = \nu \sigma_{\alpha\alpha}^0 - \frac{\mu}{\mu + \lambda} \nu_T \theta^0, \quad \mu_{3\alpha}^0 = \frac{\gamma - \varepsilon}{\gamma + \varepsilon} \mu_{\alpha 3}^0 \quad (3.9)$$

كما أن:

$$\mathbf{u}' \equiv (u'_1, u'_2, 0), \quad \varphi' \equiv (0, 0, \varphi'_3) \quad (3.10)$$

$$\gamma' \equiv \begin{bmatrix} \gamma'_{11} & \gamma'_{12} & 0 \\ \gamma'_{21} & \gamma'_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \kappa' \equiv \begin{bmatrix} 0 & 0 & \kappa'_{13} \\ 0 & 0 & \kappa'_{23} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

$$\sigma' \equiv \begin{bmatrix} \sigma'_{11} & \sigma'_{12} & 0 \\ \sigma'_{21} & \sigma'_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma'_{33} \end{bmatrix}, \quad \mu' \equiv \begin{bmatrix} 0 & 0 & \mu'_{13} \\ 0 & 0 & \mu'_{23} \\ \mu'_{31} & \mu'_{32} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

حيث:

$$\sigma'_{33} = \nu \sigma'_{\alpha\alpha} - \frac{\mu}{\mu + \lambda} \nu_T \theta', \quad \mu'_{3\alpha} = \frac{\gamma - \varepsilon}{\gamma + \varepsilon} \mu'_{\alpha 3} \quad (3.13)$$

حيث المتجهان: \mathbf{u}' و φ' مستقلان في $\Omega \times T^+$ ، أما باقي المقاطع التتسورية الظاهرة في العلاقات السابقة، فهي من المرتبة الثانية، وغير متناظرة.

انطلاقاً من نموذج لامي لـ $2D(E-N:5)$ [11]، وباستخدام طريقة متجه تشيفير، تم في [11]، تركيب نموذج لامي لـ $2D(E-N:5)$ على شكل مجموع نمودجي لامي؛ النموذج الأول هو نموذج لامي لجسم هوك، أما النموذج الثاني فهو نمودج لامي الدقيق المتمم، الموافق. فيما يلي نعرض أولاً نمودج لامي الأول، المذكور، لأجل $2D(E-N:5)$ ، غير المحدود، والخاضع لمؤثرات حرارية، ويشغل R^2 ، والذي إزاحاته ودوراناته وحرارته، الخارجية، معدومة جميعها (انظر أيضاً [12,13])، ذلك لأجل حالة انعدام القوة الحجمية.

- معادلات وعلاقات تشافير-لامبي، الأساسية، للحقول الهوكية:

معادلات الحركة، المحققة في $\Omega \times T^+$:

سلوكا تشفير- لامي الهوكي الصرف والدقيق الصرف لأجل الحالة المستوية الأولى لانفعالات الجسم الصلب
المرن دقيق الاستقطاب الذي يشغل R^2 بوجود مصادر حرارية وعزم حتمي

$$\square_2^* u_\alpha^0 + (\lambda + \mu) u_{\beta, \beta}^0 - v_T \theta_{, \alpha}^0 = 0 \quad (3.14)$$

$$D \theta^0 - \eta_0 \dot{e}_1^0 = -\frac{Q}{\kappa} \quad (3.15)$$

مع العلم أن ρ تمثل الكثافة الحجمية للجسم المعتبر. نرمز بواسطة الفاصلة الدليلية للمشتق الجزئي بالنسبة للموضع: $f_{, \beta} = \frac{\partial f}{\partial x_\beta}$ ، كما نرمز بالنقطة للمشتق الجزئي بالنسبة للزمن:

كما أن: $f' \equiv \partial f / \partial t$ ، $\square_2^* = \mu \Delta_1 - \rho \partial_t^2$ و $D = \Delta_1 - \frac{1}{\kappa} \partial_t$ هو مؤثر لابلاس الاشتقاقي السلمي ثنائي البعد: $(\Delta_1 = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2})$ ، أما:

$\partial_t f = f' = \partial f / \partial t$ ، كما أن: $\dot{e}_1^0 = \dot{u}_{\varepsilon, \varepsilon}^0$.

إضافةً إلى ماتقدم فإن: $\eta_0 = \frac{v_T T_0}{\lambda_0}$ ، $\kappa = \frac{\lambda_0}{c_\varepsilon}$ ، $Q = \frac{\kappa W}{\lambda_0}$ ، مع العلم أن Q

يمثل المصادر الحرارية في الجسم المعتبر، و W كمية الحرارة المشكّلة في وحدة الحجم ووحدة الزمن و λ_0 معامل التوصيل الحراري، و c_ε تمثل الحرارة النوعية لأجل تشوه ثابت.

إلى ذلك نضيف الشروط الحدية والابتدائية، التقليدية التالية، الناتجة عن الشروط الحدية والابتدائية الأصلية (الكلية لـ u_α^0 و θ^0 [13]³):

الشروط الحدية:

$$\lim_{\|x\| \rightarrow \infty} u_\alpha^0 = 0 \quad , \quad \lim_{\|x\| \rightarrow \infty} \theta^0 = 0 \quad (3.16)$$

الشروط الابتدائية المحققة في $\Omega \times \{0\}$:

$$u_\alpha^0 = f_\alpha^0, \quad \theta^0 = \ell, \quad \dot{u}_\alpha^0 = g_\alpha^0 \quad (3.17)$$

حيث f_α^0 و g_α^0 ،⁴ على الترتيب، تمثلان الجزء الكلاسيكي لـ f_α و g_α ، مع العلم أن: f_α و g_α بدورهما معطيان في Ω ، وهما على الترتيب، القيم الابتدائية لمركبات متجه

³ في هذه الحالة ($\Omega = R^2$)، تستبدل الشروط الحدية الأصلية [13] بشروط الانتظام الفيزيائية، التالية: لمتمثلة

بالشروط: $\lim_{\|x\| \rightarrow \infty} \theta = 0$ ، $\lim_{\|x\| \rightarrow \infty} \varphi_3 = 0$ ، $\lim_{\|x\| \rightarrow \infty} u_\alpha = 0$

الإزاحة، الكلي، والقيم الابتدائية لسرع هذه المركبات في Ω ، أخيراً l معطاة في Ω ، وتمثل القيمة الابتدائية للحرارة الكلية في Ω ؛

العلاقة، التي تعطي الدوران التقليدي بدلالة الإزاحات التقليدية، المحققة في $\Omega \times T^+$:

$$\varphi_3^0 = \frac{1}{2} \in_{\alpha\beta} u_{\beta,\alpha}^0 \quad (3.18)$$

العلاقات الهندسية، الهوكية، المحققة في $\Omega \times T^+$:

$$\varepsilon_{\alpha\beta}^0 = \frac{1}{2} (u_{\alpha,\beta}^0 + u_{\beta,\alpha}^0), \quad \kappa_{\alpha 3}^0 = \varphi_{3,\alpha}^0 \quad (3.19)$$

العلاقات التأسيسية، الهوكية، المحققة في $\Omega \times T$:

$$\sigma_{\alpha\beta}^0 = 2\mu \varepsilon_{\alpha\beta}^0 + (\lambda e_1^0 - \nu_T \theta^0) \delta_{\alpha\beta}, \quad \mu_{\alpha 3}^0 = (\gamma + \varepsilon) \kappa_{\alpha 3}^0 \quad (3.20)$$

حيث: $e_1^0 = \varepsilon_{\gamma\gamma}^0 = u_{\gamma,\gamma}^0$ ، أما $\delta_{\alpha\beta}$ فهو رمز دلتا كرونيكا.

- معادلات وعلاقات تشفير-لامبي الأساسية للحقول الدقيقة، المتممة [12,13]:

في البحث [12]، تم أثبات أنه من أجل الجسم المرن دقيق الاستقطاب $2D(E-N:5)$ ، المعتبر، تتحقق المتطابقتان التاليتان في $R^3 \times T$: $\theta' \equiv 0$ ، $e'_1 := \gamma'_{\varepsilon\varepsilon} = u'_{\varepsilon,\varepsilon} \equiv 0$ ، كما تأخذ معادلات وعلاقات تشفير-لامبي، الأساسية، للحقول الدقيقة، المتممة، لأجل هذا الجسم، في حالتنا هذه (حالة انعدام القوة الحجمية)، الشكل التالي:

معادلات الحركة، المحققة في $\Omega \times T^+$:

$$\square_2 u'_\alpha + 2\alpha \in_{\alpha\gamma} \varphi'_{3,\gamma} = 0 \quad (3.21)$$

$$\square_2^* (\square_4 \varphi'_3 + 2\alpha \in_{\alpha\beta} u'_{\beta,\alpha} + Y_3) = 0 \quad (3.22)$$

حيث: $\square_4 = (\gamma + \varepsilon) \Delta_1 - 4\alpha - J \partial_t^2$ و $\square_2 = (\mu + \alpha) \Delta_1 - \rho \partial_t^2$

كما أن: J هي العطالة الدورانية للجسم المرن دقيق الاستقطاب، المعتبر.

إلى جملة المعادلات (3.21)-(3.22) نضيف الشروط الحدية والابتدائية التالية:

الشروط الحدية:

$$g_\alpha^0 = \lim_{\alpha \rightarrow 0} g_\alpha \quad \text{و} \quad f_\alpha^0 = \lim_{\alpha \rightarrow 0} f_\alpha \quad (انظر [1])$$

سلوكا تشفير- لامي الهوكي الصرف والدقيق الصرف لأجل الحالة المستوية الأولى لانفعالات الجسم الصلب
المرن دقيق الاستقطاب الذي يشغل R^2 بوجود مصادر حرارية وعزم حجمي

$$\lim_{\|x\| \rightarrow \infty} u'_\alpha = 0, \quad \lim_{\|x\| \rightarrow \infty} \phi'_3 = 0 \quad (3.23)$$

الشروط الابتدائية المحققة في $\Omega \times \{0\}$:

$$u'_\alpha = f_\alpha - f_\alpha^0, \quad \phi'_3 = f_3 - f_3^0, \quad u'_\alpha = g_\alpha - g_\alpha^0, \quad \phi'_3 = g_3 - g_3^0 \quad (3.24)$$

حيث المقادير: f_3 و g_3 ، هي دوال معلومة في Ω ، وتمثل على الترتيب، القيمة الابتدائية للدوران الكلي ϕ_3 ، والقيمة الابتدائية لسرعة هذا الدوران الكلي، كما أن: f_3^0 و g_3^0 تنتج عن حل مسألة القيم الحدية والابتدائية التقليدية (3.14)-(3.18) وعن العلاقات التقليدية:

$$f_3^0(\mathbf{x}) = \lim_{t \rightarrow 0} \phi_3^0(\mathbf{x}, t), \quad g_3^0(\mathbf{x}) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\partial \phi_3^0}{\partial t}(\mathbf{x}, t); \quad \mathbf{x} \in \Omega \quad (3.25)$$

العلاقات الهندسية، الدقيقة (المتمة)، المحققة في $\Omega \times T^+$:

$$\gamma'_{\alpha\beta} = u'_{\beta,\alpha} + \epsilon_{\beta\alpha} \phi'_3, \quad \kappa'_{\alpha 3} = \phi'_{3,\alpha} \quad (3.26)$$

العلاقات التأسيسية، الدقيقة (المتمة)، المحققة في $\Omega \times T$:

$$\sigma'_{\alpha\beta} = (\mu + \alpha) \gamma'_{\alpha\beta} + (\mu - \alpha) \gamma'_{\beta\alpha}, \quad \mu'_{\alpha 3} = (\gamma + \epsilon) \kappa'_{\alpha 3} \quad (3.27)$$

في [13] أيضاً، لأجل حالتنا هذه (حالة انعدام القوة الحجمية)، تم الوصول إلى النتائج التالية، المتعلقة بالمعادلات المستقلة لحقول تشفير- لامي، الهوكية، ولحقول تشفير- لامي الدقيقة، المتمة، في الجسم المعتبر $2D(E-N:5)$ ، الخاضع لمؤثرات حرارية، ويشغل R^2 :
المعادلات المستقلة من أجل حقول تشفير- لامي، الهوكية، والمحققة في $\Omega \times T^+$:

$$\square_2^* \left(D_2 u_\alpha^0 + \frac{v_T}{\kappa} Q_{,\alpha} \right) = 0 \quad (3.28)$$

$$D_2 \theta^0 = -\frac{1}{\kappa} \square_1 Q \quad (3.29)$$

حيث: $\square_1 = (\lambda + 2\mu) \Delta_1 - \rho \partial_t^2$ و $D_2 := \square_1 D - v_T \eta_0 \partial_t \Delta_1$

المعادلات المستقلة لأجل حقول تشفير- لامي، الدقيقة (المتمة)، المحققة في $\Omega \times T^+$:

$$\square_2^* \left(L u'_\alpha - 2\alpha \epsilon_{\alpha\gamma} Y_{3,\gamma} \right) = 0, \quad (3.30)$$

$$\square_2^* \left(L \phi'_3 + \square_2 Y_3 \right) = 0, \quad (3.31)$$

$$\text{حيث: } L = \square_2 \square_4 + 4\alpha^2 \Delta_1 .$$

ومن أجل متطلبات هذا البحث يلزمنا أيضاً عرض مؤثر فورييه التكاملي المضاعف من المرتبة الثالثة، المباشر F_3 بالنسبة للموضع وللزمن، والعكسي له F_3^{-1} [8,9]، ولهذا السبب سنعرض فيمايلي ما يهمننا من ذلك.

أ. تحويل فورييه التكامليان، المضاعفان، من المرتبة الثالثة ، المباشر والعكسي:
إذا كانت $f(\mathbf{x}, t)$ (حيث: $\mathbf{x}=(x_1, x_2)$) دالة حقيقية معرفة ومستمرة في R^3 ، وقابلة للمكاملة، بالإطلاق على R^2 . عندئذ يكون تحويل فورييه التكاملي، المضاعف من المرتبة الثالثة للتابع $f(\mathbf{x}, t)$ ، والذي نرسم له بالرمز $F_3[f(\mathbf{x}, t)]$ (أو بالرمز $(\bar{f})(\xi, \tau)$)، يكون موجوداً⁵، ويعطى بحسب التعريف، بالعلاقة:

$$F_3[f(\mathbf{x}, t)] = \bar{f}(\xi, \tau) := \frac{1}{2\pi\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\mathbf{x}, t) e^{i(\mathbf{x} \cdot \xi + \tau t)} d\mathbf{x} dt \quad (3.32)$$

حيث: $\mathbf{x}=(x_1, x_2)$ و $\xi = (\xi_1, \xi_2)$ و $\mathbf{x} \cdot \xi = x_\alpha \xi_\alpha$ و $d\mathbf{x} = dx_1 dx_2$ و $i = \sqrt{-1}$ ، كما تكون عندئذ الدالة $\bar{f}(\xi, \tau)$ ، أيضاً معرفة ومستمرة في R^3 ، وقابلة للمكاملة، بالإطلاق، على R^2 ، بالتالي فإن تحويل فورييه، التكاملي العكسي، من المرتبة الثالثة، لـ $\bar{f}(\xi, \tau)$ ، والذي نرسم له بالرمز $F_3^{-1}[\bar{f}(\xi, \tau)]$ (أو بالرمز $(f)(\mathbf{x}, t)$)، يكون موجوداً أيضاً، ويعطى بحسب تعريفه يعطى بالعلاقة:

$$F_3^{-1}[\bar{f}(\xi, \tau)] = f(\mathbf{x}, t) := \frac{1}{2\pi\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\mathbf{x}, t) e^{-i(\mathbf{x} \cdot \xi + \tau t)} d\xi d\tau \quad (3.33)$$

$$\text{حيث: } d\xi = d\xi_1 d\xi_2 .$$

ب. مبرهنة الطي لـ فورييه:

⁵ الشروط المذكورة أعلاه، التي تحققها الدالة $f(\mathbf{x}, t)$ ، هي شروط كافية لوجود كل من $F_3[f(\mathbf{x}, t)]$ و $F_3^{-1}[\bar{f}(\xi, \tau)]$ [8,9].

⁶ ينتج ذلك عن أن: F_3^{-1} هو التحويل العكسي لـ F_3 .

سلوكا تشفير- لامي الهوكي الصرف والدقيق الصرف لأجل الحالة المستوية الأولى لانفعالات الجسم الصلب
المرن دقيق الاستقطاب الذي يشغل R^2 بوجود مصادر حرارية وعزم حجمي

بفرض أن: $F(\xi, \tau) = \mathbf{F}_3[f(\mathbf{x}, t)]$ و $G(\xi, \tau) = \mathbf{F}_3[g(\mathbf{x}, t)]$ هما تحويلي فورييه
التكامليين المضاعفين من المرتبة الثالثة للدالتين الحقيقيتين $f(\mathbf{x}, t)$ و $g(\mathbf{x}, t)$ ،
على الترتيب. عندئذ يكون:

$$\mathbf{F}_3[(f * g)(\mathbf{x}, t)] = F(\xi, \tau) G(\xi, \tau), \mathbf{F}_3^{-1}[F(\xi, \tau) G(\xi, \tau)] = (f * g)(\mathbf{x}, t) \quad (3.34)$$

حيث الرمز $(f * g)(\mathbf{x}, t)$ يرمز لطي فورييه للتابعين $f(\mathbf{x}, t)$ و $g(\mathbf{x}, t)$ فوق
 R^3 ،

وهو يعطى بحسب تعريفه، بالعلاقة:

$$(f * g)(\mathbf{x}, t) := \frac{1}{2\pi\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\mathbf{x}-\mathbf{y}, t-s) g(\mathbf{y}, s) d\mathbf{y} ds \quad (3.35)$$

وهنا: $d\mathbf{y} = dy_1 dy_2$ و $\mathbf{y} = (y_1, y_2)$

سنفترض في البحث، أن جميع حقول تشفير- لامي الفيزيائية، التقليدية والدقيقة
(المتمة)، التي تنظم الجسم $2D(E-N:5)$ ، المترابط مع حقل درجات حرارة
ويشغل R^2 ، بالمعنى الرياضي، معرفة ومعدومة من أجل القيم السالبة لـ t .

4. النتائج والمناقشة:

قبل الانتقال إلى مناقشة النتائج نلزمنا المبرهنة المساعدة التالية [1, p.29,34].

مبرهنة مساعدة: بفرض \mathcal{D}_n مؤثر اشتقائي خطي، ديناميكي، من المرتبة n (يتضمن
اشتقاق جزئي بالنسبة للموضع والزمن)، ولنعتبر المعادلة التفاضلية الجزئية التالية، المحققة
على كل: $\mathcal{D}_n U = 0: R^3 \times T^+$ ، حيث: $U = U(\mathbf{x}; t)$ يمثل التابع المجهول. ولزود
هذه المعادلة بتلك الشروط الحدية المتجانسة (في اللانهاية)، والابتدائية المتجانسة، بما
يمكننا من تطبيق تحويل فورييه التكاملي الثلاثي وخواصه على المعادلة التفاضلية
المذكورة أعلاه. عندئذ يكون: $U \equiv 0$.

البرهان: بتطبيق تحويل فورييه التكاملي الثلاثي على طرفي المعادلة السابقة، وبالأخذ
بعين الاعتبار خواص هذا التحويل نحصل على العلاقة الجبرية التالية:

$$\mathcal{P}_n(\xi, \tau) \bar{U}(\xi, \tau) = 0 \quad (4.1)$$

حيث $\mathcal{P}_n(\xi, \tau)$ كثير حدود عقدي معروف من الدرجة n بالمتحولات الثلاثة ξ_1 و ξ_2 و τ .⁷

وبقسمة طرفي العلاقة (4.1) على $\mathcal{P}_n(\xi, \tau)$ ، نحصل على:

$$\bar{U}(\xi, \tau) = 0 \quad (4.2)$$

بتطبيق تحويل فورييه التكاملي، الثلاثي، العكسي على طرفي العلاقة (4.2)، نجد: $U \equiv 0$.
وبذلك يكون قد تم البرهان⁸. كما يلزمنا التعرف الآتي.

تعريف: نقول أن سلوك تشفير-لامبي الترموديناميكي، الهوكي $(\mathbf{u}^0, \varphi^0, \theta^0, \sigma^0, \mu^0, \varepsilon^0, \kappa^0)$ هو سلوك ترموديناميكي هوكي، صرف، وبنفس الوقت نقول أن سلوك تشفير-لامبي، الديناميكي الدقيق، المتمم $(\mathbf{u}', \varphi', \theta', \sigma', \mu', \gamma', \kappa')$ أنه سلوك دقيق، صرف، موافق، إذا فقط إذا تحقق الشرط: $\mu^0 \equiv \mathbf{0}$ ، $\kappa^0 \equiv \mathbf{0}$ ، $\text{curl } \mathbf{u}^0 \equiv \mathbf{0}$.

نتيجة 1: ينتج مباشرة عن علاقات تشفير-لامبي، الهوكية، أن الشرط السابق يتحقق عندما فقط عندما يتحقق الشرط⁹: $\text{curl } \mathbf{u}^0 \equiv \mathbf{0}$.

⁷ مثال: إذا فرضنا أن \mathcal{D}_n بالشكل $\mathcal{D}_n = a \partial_1^{r_1} \partial_2^{r_2} + b \partial_t^n$ ، حيث $\partial_\alpha^{r_\alpha}$ رمز الاشتقاق الجزئي من المرتبة r_α

بالنسبة للإحداثي x_α و $r_1 + r_2 = n$ ، و ∂_t^n رمز الاشتقاق الجزئي الزمني من المرتبة n ، ما أن: a و b

ثابتان حقيقيان. عندئذ في هذه الحالة يكون: $\mathcal{P}_n(\xi, \tau) = (-i)^n (a \xi_1^{r_1} \xi_2^{r_2} + b \tau^n)$.

⁸ إن هذه المبرهنة تسمح لنا بالقسمة على المؤثر الاشتقاقي. فإذا كانت لدينا معادلة تفاضلية جزئية تحتوي مؤثر اشتقاقي مشترك في جميع حدودها، وكانت شروط المبرهنة المساعدة السابقة، محققة (أي تكتب هذه المعادلة على شكل المؤثر الاشتقاقي المشترك مطبقاً على التابع المجهول، المحقق بدوره لشروط المبرهنة السابقة)، فيمكن عندها قسمة طرفي هذه المعادلة على هذا المؤثر الاشتقاقي المشترك. لاحقاً سنقوم باستخدام هذه الخاصة الهامة.

⁹ يلزم ويكفي أن نفرض: (1) $\text{curl } \mathbf{f}^0 = \mathbf{0}$ و (2) $\text{curl } \mathbf{g}^0 = \mathbf{0}$ (في $R^3 \times T^+$). عندئذ

يكون [8]: $\text{curl } \mathbf{u}^0 = \mathbf{0}$ (في $R^3 \times T$). وفي هذه الحالة، ينتج مباشرة عن علاقات تشفير-لامبي، الهوكية (3.18) و العلاقة الثانية في كل من (3.19) و (3.20)، والعلاقة الثانية في كل من (3.9) - (3.6)، أن الحقول

التقليدية: $\mu^0, \kappa^0, \varphi^0$ تطابق الحقل الصفري في $R^3 \times T$ ؛ أي: $(\varphi^0 = \mathbf{0}, \kappa^0 = \mu^0 = \mathbf{0})$.

إن ماتقدم ذكره شروط، إضافةً للشروط الحدية الهوكية، والشروط الحدية الدقيقة (المتمة)، تجعل شروط المبرهنة

المساعدة، محققة في المعادلات (3.20) و (3.31) - (3.28)، فيما لو نوينا القسمة على المؤثر الديناميكي \square_2 .

سلوكاً تشيفير- لامي الهوكي الصرف والدقيق الصرف لأجل الحالة المستوية الأولى لانفعالات الجسم الصلب
المرن دقيق الاستقطاب الذي يشغل R^2 بوجود مصادر حرارية وعزم حجمي

نتيجة 2: يكون سلوك تشيفير- لامي، الترموديناميكي، الكلي للجسم المعتمد، هوكياً صرفاً،
عندما فقط عندما: $\text{curl } \mathbf{u}^0 \equiv \mathbf{0}$ ، وبحيث يتطابق سلوك تشيفير- لامي، الديناميكي، الدقيق،
الصرف، الموافق، مع السلوك الصفري.

نتيجة 3: يكون سلوك تشيفير- لامي، الترموديناميكي، الكلي للجسم المعتمد، دقيقاً، صرفاً، إذا
و فقط إذا كان: سلوك تشيفير- لامي، الترموديناميكي، الهوكي، الموافق، هو السلوك الصفري.

الآن، بتطبيق المبرهنة المساعدة السابقة على المعادلة المستقلة (3.28)، ذلك

بقسمة طرفيها على المؤثر الديناميكي \square_2^* ، آخذين بعين الاعتبار أن فرضيات المبرهنة

المساعدة محققة، فإننا نحصل على المعادلة المستقلة التالية المحققة في $\Omega \times T^+$:

$$D_2 u_\alpha^0 + \frac{v_T}{\kappa} Q_{,\alpha} = 0 \quad (4.3)$$

ولنلاحظ أن مرتبة المعادلة السابقة هي 4، أقل بـ 2 منها فيما لو كان الجسم يخضع
لتأثير قوة حجمية. تشكل المعادلتان (4.3) و (3.29)، معادلتا تشيفير- لامي، الهوكيتان
المستقلتان للإزاحات الهوكية، والحرارة الهوكية، على الترتيب، ذلك لأجل الجسم $2D(E-N:5)$ ،
المعتمد، الذي يشغل R^2 ، وكلاً من إزاجاته ودورانه، وحرارته، الخارجية، معدومة، وبوجود
فقط مصادر حرارية وعزم حجمي.

إذا فرضنا الآن، أن الشروط الابتدائية، الهوكية، مصممة على نحو يكون فيه متجه
الازاحة، الهوكي، كمنوياً؛ أي: $\text{curl } \mathbf{u}^0 = \mathbf{0}$. في هذه الحالة تأخذ المعادلة (3.32)
[13, page 140]، الشكل التالي:

$$\square_4^* \in_{\alpha\beta} u'_{\beta,\alpha} + 2Y_3 - \square_4 \left(\in_{\alpha\beta} u'_{\beta,\alpha} - 2\varphi'_3 \right) = 0 \quad (4.4)$$

أو:

$$\square_4 \varphi'_3 + 2\alpha \in_{\alpha\beta} u'_{\beta, \alpha} + Y_3 = 0, \quad (4.5)$$

حيث \square_4^* هو المؤثر الاشتقاقي الديناميكي الناتج عن وضع: $\alpha = 0$ في المؤثر \square_4 .

إلى المعادلة (4.5) نضيف المعادلة (3.21)، التي تملك بدورها أبسط شكل ممكن. المعادلتان (4.5) و(3.22) هما في الحقيقة فقط المعادلة (4.5)، الناتجة عن قسمة

$$\square_2^* \text{ طرفي المعادلة (3.22) على الديناميكي } \square_2^*.$$

استناداً إلى ما تقدم من فرضيات، فإنه في الشروط الابتدائية الدقيقة، الصرفة تكون المقادير:

$$f_3^0 = 0, \quad g_3^0 = 0 \quad (4.6)$$

أخيراً، بقسمة المعادلات المستقلة، الدقيقة الصرفة (3.30) و(3.31)، على المؤثر

$$\square_2^* \text{ الديناميكي } \square_2^*, \text{ نحصل على المعادلات التالية، المحققة في } \Omega \times T^+:$$

$$Lu'_\alpha - 2\alpha \in_{\alpha\gamma} Y_{3,\gamma} = 0, \quad (4.7)$$

$$L \varphi'_3 + \square_2 Y_3 = 0, \quad (4.8)$$

إن (4.7) و(4.8) تمثلان المعادلتان المستقلتان للإزاحات الدقيقة، الصرفة، والدوران الدقيق الصرف، ذلك لأجل الجسم (E-N:5) 2D، المعبر، الذي يشغل R^2 ، وكلاً من إزاجاته ودورانه، وحرارته، الخارجية، معدومة، وبوجود فقط مصادر حرارية وعزم حجمي. إن كل من هاتين المعادلتين من المرتبة 4، وهي أقل بـ 2 منها فيما لو كان الجسم يخضع لتأثير قوة حجمية.

نميز الحالتين التاليتين:

$$\text{الحالة الأولى: } Y_3 = 0, \quad Q \neq 0 \text{ و } (f'_\alpha = 0, \quad g'_\alpha = 0, \quad f'_3 = 0, \quad g'_3 = 0).$$

في هذه الحالة تبقى معادلات تشفير-لامبي الهوكية الصرفة، المستقلة على وضعها، في الوقت الذي يجب فيه استبدال كل f_α بـ f_α^0 وكل g_α بـ g_α^0 في مسألة تشفير-لامبي الهوكية، الصرفة، كما تصبح الشروط الابتدائية، الدقيقة الصرفة (3.24) متجانسة، بينما تأخذ معادلات تشفير-لامبي، المستقلة الدقيقة الصرفة الشكل التالي:

$$Lu'_\alpha = 0, \quad L \varphi'_3 = 0 \quad (4.9)$$

سلوكا تشيفير- لامي الهوكي الصرف والدقيق الصرف لأجل الحالة المستوية الأولى لانفعالات الجسم الصلب
المرن دقيق الاستقطاب الذي يشغل R^2 بوجود مصادر حرارية وعزم حجمي

وينتج عن ذلك وعن المبرهنة المساعدة السابقة، أن:

$$u'_\alpha \equiv 0, \quad \varphi'_3 \equiv 0 \quad (4.10)$$

بالتعويض في العلاقات الهندسية، الدقيقة الصرفة (3.26)، نحصل على:

$$\gamma'_{\alpha\beta} \equiv 0, \quad \kappa'_{\alpha 3} \equiv 0 \quad (4.11)$$

وبالتالي ينتج عن العلاقات (4.11) و (3.27)، أن:

$$\sigma'_{\alpha\beta} \equiv 0, \quad \mu'_{\alpha 3} \equiv 0 \quad (4.12)$$

كما يكون في هذه الحالة (انظر الملاحظة الهامشية 9):

$$\varphi_3^0 \equiv 0, \quad \kappa_{\alpha 3}^0 \equiv 0, \quad \mu_{\alpha 3}^0 \equiv 0 \quad (4.13)$$

نتيجة 4: يؤول سلوك تشيفير- لامي، الترموديناميكي الكلي، هنا إلى سلوك تشيفير- لامي، الترموديناميكي الهوكي الصرف ($\mathbf{u}^0, \theta^0, \boldsymbol{\sigma}^0, \boldsymbol{\varepsilon}^0$)، الذي لا يُظهر فيه الجسم بنية جزيئية.

الحالة الثانية: $Y_\alpha \neq 0, Q = 0$ و ($f_\alpha^0 = 0, g_\alpha^0 = 0, \ell = 0$). في هذه الحالة

تأخذ معادلات تشيفير- لامي، المستقلة، الهوكية، الصرفة (4.3) و (3.29) الشكل:

$$D_2 u_\alpha^0 = 0, \quad D_2 \theta^0 = 0 \quad (4.14)$$

أما الشروط الابتدائية الهوكية، الصرفة (3.17)، فتصبح متجانسة. ينتج الآن عما تقدم، وعن المبرهنة المساعدة، أن:

$$u_\alpha^0 \equiv 0, \quad \theta^0 \equiv 0 \quad (4.15)$$

وبتعويض المعطيات السابقة في العلاقة الأولى من العلاقات الهندسية، الهوكية، الصرفة

(3.19)، نحصل على الانفعالات الهوكية الصرفة:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\alpha\beta}^0 \equiv 0 \quad (4.16)$$

كما ينتج عن العلاقة الأولى من العلاقات التأسيسية، الهوكية، الصرفة (3.20)، أن:

$$\boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta}^0 \equiv 0 \quad (4.17)$$

كما يكون في هذه الحالة (انظر الملاحظة الهامشية 9):

$$\varphi_3^0 \equiv 0, \quad \kappa_{\alpha 3}^0 \equiv 0, \quad \mu_{\alpha 3}^0 \equiv 0 \quad (4.18)$$

بالتالي، سلوك تشفير-لامبي، الترموديناميكي، الهوكي الصرف، يطابق السلوك الصفري. أما معادلات تشفير-لامبي، الدقيقة، الصرفة، المستقلة، فتبقى على وضعها، في الوقت الذي فيه يجب أن نستبدل كل f'_α بـ f_α وكل g'_α بـ g_α في مسألة تشفير-لامبي، الدقيقة الصرفة.

نتيجة 5: في الحالة السابقة، يعدم سلوك تشفير-لامبي، الهوكي، الصرف، ويؤول بالتالي سلوك تشفير-لامبي، الترموديناميكي بالكامل إلى سلوك تشفير-لامبي، الدقيق الصرف: $(\mathbf{u}', \boldsymbol{\phi}', \boldsymbol{\sigma}', \boldsymbol{\mu}', \boldsymbol{\gamma}', \boldsymbol{\kappa}')$ ، المحقق لمسألة تشفير-لامبي، الدقيقة، الصرفة، الموافقة، والتي تُظهر فيها البنية الجزيئية للجسم المعتبر.

سنفترض، الآن أن كافة حقول تشفير-لامبي الفيزيائية، التقليدية الصرفة، والدقيقة الصرفة في الجسم $2D (E-N:5)$ المترابط مع حقل درجات حرارة ويشغل R^2 ، سنفترض أنها، بالمعنى الرياضي، معرّفة ومعدومة من أجل القيم السالبة لـ t . كما سنفترض أن هذه الحقول المذكورة، والداخلية في المعادلات، الهوكية، الصرفة، المستقلة (4.3) و (3.29)، والمعادلات، الدقيقة، الصرفة، المستقلة (4.7) و (4.8)، تحقق تلك الشروط التي تسمح بتطبيق تحويل فورييه التكامل، الثلاثي، المباشر F_3 ، وتلك الشروط التي تسمح لنا أيضاً بتطبيق خواص هذا التحويل.

فبتطبيق، تحويل فورييه التكامل، الثلاثي، المباشر (3.32)، على أطراف المعادلات الهوكية الصرفة، المستقلة (4.3) و (3.29)، ومن ثم بالاستفادة من خطية هذا التحويل، ومن خواصه، المتمثلة بالعلاقات [8] أو [9]:

$$\begin{aligned} F_3(f_{,\beta}) &= (-i \xi_\beta) \bar{f} \quad , \quad F_3(\partial_t f) = (-i \tau) \bar{f} \\ F_3(\Delta_1 f) &= -\xi^2 \bar{f} \quad , \quad F_3(\square_1 f) = -(\lambda + 2\mu) [\xi^2 - \sigma_1^2(\tau)] \bar{f} \quad , \\ F_3(Df) &= -[\xi^2 - q(\tau)] \bar{f} \quad , \\ F_3(D_2 f) &= (\lambda + 2\mu) \{ [\xi^2 - q(\tau)] [\xi^2 - \sigma_1^2(\tau)] - \varepsilon q(\tau) \xi^2 \} \bar{f} \\ &= (\lambda + 2\mu) W_4(\xi, \tau) \bar{f} \quad , \end{aligned}$$

حيث:

$$c_1 = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \quad \text{و} \quad \sigma_1(\tau) = \frac{\tau}{c_1} \quad \text{و} \quad \xi = (\xi_\alpha \xi_\alpha)^{\frac{1}{2}} \quad \text{و} \quad \varepsilon = m \kappa \eta_0$$

و $m = \frac{V_T}{\lambda + 2\mu}$ و $q(\tau) = \frac{i \tau}{\kappa}$

سلوكا تشفير- لامي الهوكي الصرف والدقيق الصرف لأجل الحالة المستوية الأولى لانفعالات الجسم الصلب
المرن دقيق الاستقطاب الذي يشغل R^2 بوجود مصادر حرارية وعزم حجمي

$$W_4(\xi, \tau) = \xi^4 - [\sigma_1^2(\tau) + (1+\varepsilon)q(\tau)]\xi^2 + q(\tau)\sigma_1^2(\tau)$$

نحصل، بعد الاختصار، على التحويلين التاليين:

$$\bar{u}_\alpha^0 = -\frac{m}{\kappa W_4(\xi, \tau)} (-i\xi_\alpha)\bar{Q}, \quad \bar{\theta}^0 = \frac{1}{\kappa W_4(\xi, \tau)} [\xi^2 - \sigma_1^2(\tau)]\bar{Q} \quad (4.19)$$

أما بتطبيق، تحويل فورييه التكامل، الثلاثي، المباشر (3.32)، على أطراف المعادلات الدقيقة الصرفة، المستقلة (4.7) و(4.8)، ومن ثم بالاستفادة من خطية هذا التحويل، ومن خواصه، المتمثلة بالعلاقات التالية ([8,9]):

$$\mathbf{F}_3(\square_2 f) = -(\mu + \alpha) [\xi^2 - \sigma_2^2(\tau)] \bar{f},$$

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_3(\square_4 f) &= -[(\gamma + \varepsilon)\xi^2 + 4\alpha - J\tau^2] \bar{f} \\ &= -(\gamma + \varepsilon) [\xi^2 + v_0^2 - \sigma_4^2(\tau)] \bar{f}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_3(Lf) &= \mathbf{F}_3[(\square_2 \square_4 + 4\alpha^2 \Delta_1)f] = \\ &= (\mu + \alpha)(\gamma + \varepsilon) [\xi^2 - \sigma_2^2(\tau)] [\xi^2 + v_0^2 - \sigma_4^2(\tau)] \bar{f} \\ &\quad - 4\alpha^2 \xi^2 \bar{f} = \\ &= (\mu + \alpha)(\gamma + \varepsilon) \{ [\xi^2 - \sigma_2^2(\tau)] [\xi^2 + v_0^2 - \sigma_4^2(\tau)] - p s \} \bar{f} \\ &= (\mu + \alpha)(\gamma + \varepsilon) \Delta_4(\xi; \tau), \end{aligned}$$

حيث:

$$\begin{aligned} \Delta_4(\xi; \tau) &= \xi^4 - [\sigma_2^2(\tau) + \sigma_4^2(\tau) + \eta_0^2 - v_0^2] \xi^2 + \\ &\quad + \sigma_2^2(\tau) [\sigma_4^2(\tau) - v_0^2], \end{aligned}$$

$$\sigma_2(\tau) = \frac{\tau}{c_2} \quad \text{و} \quad \sigma_4(\tau) = \frac{\tau}{c_4} \quad \text{و} \quad c_2 = \sqrt{\frac{\mu + \alpha}{\rho}} \quad \text{و} \quad c_4 = \sqrt{\frac{\gamma + \varepsilon}{J}} \quad \text{و}$$

$$s = \frac{2\alpha}{\mu + \alpha} \quad \text{و} \quad \eta_0^2 = p s \quad \text{و} \quad v_0^2 = 2p = \frac{4\alpha}{\gamma + \varepsilon} \quad \text{و}$$

نحصل، بعد الاختصار، على التحويلين التاليين:

$$\bar{u}'_\alpha = \frac{2\alpha \varepsilon_{\alpha\gamma} (-i\xi_\gamma) \bar{Y}_3}{(\mu + \alpha)(\gamma + \varepsilon) \Delta_4(\xi; \tau)}, \quad \bar{\varphi}'_3 = \frac{[\xi^2 - \sigma_2^2(\tau)] \bar{Y}_3}{(\gamma + \varepsilon) \Delta_4(\xi; \tau)} \quad (4.20)$$

(أ) سلوكيات تشفير-لامبي، الهوكية الصرفة والدقيقة الصرفة، الشاذة في الجسم المرن دقيق الاستقطاب $2D(E-N:5)$ ، المتجانس والمتماثل المناحي، والخاضع لحرارة، ضمن الحالة المستوية الأولى للانفعالات المرنة، حيث يشغل الجسم في لحظة البدء كامل المستوى R^2 : إذا كانت تلك الحقول الفيزيائية الداخلة في معادلات تشفير-لامبي، الهوكية الصرفة، المستقلة (4.3) و (3.29) وفي معادلات تشفير-لامبي، الدقيقة الصرفة، المستقلة (4.7) و (4.8) عبارة عن توزيعات، فيمكن تطبيق تحويل فورييه التكاملية، الثلاثي، المباشر F_3 على هذه المعادلات، كما يمكن تطبيق خواص هذا التحويل على هذه المعادلات، حيث نحصل على نتائج مشابهة للنتائج التي حصلنا عليها فيما إذا كانت الحقول المذكورة نظامية، أي نحصل على علاقات مشابهة للعلاقات (4.19) و (4.20).

فيمايلي سنوجد الحلول الشاذة، الهوكية الصرفة والدقيقة الصرفة للجسم الصلب دقيق الاستقطاب $2D(E-N:5)$ ، المتجانس والمتماثل المناحي، والخاضع لحرارة، في حال انعدام القوة الحجمية، ضمن الحالة المستوية الأولى للانفعالات المرنة، حيث يشغل الجسم في لحظة البدء كامل المتنوعة الاقليدية ثنائية البعد R^2 ، وذلك من أجل الحمول الترموميكانيكية:

$$Y_3 = 0, \quad Q = Q_0 e^{-i\omega t} \delta(\mathbf{x} - \zeta) \quad (4.21)$$

$$Y_3 = M_0 e^{-i\omega t} \delta(\mathbf{x} - \zeta), \quad Q = 0 \quad (4.22)$$

حيث: $\omega > 0$ ثابت معطى ويرمز للتردد، و $\delta(\mathbf{x} - \zeta)$ هو توزيع ديراك على R^2 ، [8]، والذي يعطى بحسب تعريفه بالعلاقة: $\delta(\mathbf{x} - \zeta) := \delta(x_1 - \zeta_1) \delta(x_2 - \zeta_2)$ ، حيث $\delta(x_\alpha - \zeta_\alpha)$ هو توزيع ديراك على R و $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$ و $\zeta = (\zeta_1, \zeta_2)$ ، كما أن: M_0 و Q_0 هو ثابتان موجبان. ولنوجد الآن سلوكيات تشفير-لامبي الترموديناميكية، الهوكية الصرفة، الشاذة، المتوافقة مع الحمول (4.21) وبالتالي السلوك الكلي، الهوكي الصرف، الشاذ، المتوافق مع الحمول (4.21)، كما سنوجد أيضاً سلوكيات تشفير-لامبي الترموديناميكية، الدقيقة الصرفة، الشاذة، المتوافقة مع الحمول (4.22) وبالتالي السلوك الكلي، الدقيق الصرف، الشاذ، المتوافق مع الحمول (4.22).

- سلوكا تشفير-لامبي الترموديناميكين؛ الهوك الصرفة والدقيق الصرف، الموافق

للحمولين (4.21) و (4.22)، على الترتيب:

سلوكا تشفير- لامي الهوكي الصرف والدقيق الصرف لأجل الحالة المستوية الأولى لانفعالات الجسم الصلب
المرن دقيق الاستقطاب الذي يشغل R^2 بوجود مصادر حرارية وعزم حجمي

بتعويض (4.21) في (4.19)، و (4.22) في (4.20)، وبالأخذ بعين الاعتبار أن [8, 9]:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i \mathbf{x} \cdot \boldsymbol{\zeta}} \delta(\mathbf{x} - \boldsymbol{\zeta}) d\mathbf{x} = e^{i \boldsymbol{\zeta} \cdot \boldsymbol{\zeta}} \quad (4.23)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{i(\tau - \omega)t} dt = 2\pi \delta(\tau - \omega) \quad (4.24)$$

نحصل على:

تحويل فورييه للإزاحات، الهوكية الصرفة:

$$\bar{u}_\alpha^0 = -\frac{Q_0}{\sqrt{2\pi}} \frac{m}{\kappa} \frac{(-i \zeta_\alpha)}{W_4(\zeta, \tau)} \delta(\tau - \omega) e^{i \boldsymbol{\zeta} \cdot \boldsymbol{\zeta}}, \quad (4.25)$$

تحويل فورييه للحرارة، الهوكية الصرفة:

$$\bar{\theta}^0 = \frac{Q_0}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\kappa} \frac{[\zeta^2 - \sigma_1^2(\tau)]}{W_4(\zeta, \tau)} \delta(\tau - \omega) e^{i \boldsymbol{\zeta} \cdot \boldsymbol{\zeta}} \quad (4.26)$$

تحويل فورييه للإزاحات، الدقيقة الصرفة:

$$\bar{u}'_\alpha = \frac{M_0}{\sqrt{2\pi}} \frac{2\alpha}{(\mu + \alpha)(\gamma + \varepsilon)} \frac{\epsilon_{\alpha\gamma}(-i \zeta_\gamma)}{\Delta_4(\zeta; \tau)} \delta(\tau - \omega) e^{i \boldsymbol{\zeta} \cdot \boldsymbol{\zeta}} \quad (4.27)$$

تحويل فورييه للدوران، الدقيق الصرف:

$$\bar{\varphi}'_3 = \frac{M_0}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\gamma + \varepsilon} \frac{[\zeta^2 - \sigma_2^2(\tau)]}{\Delta_4(\zeta; \tau)} \delta(\tau - \omega) e^{i \boldsymbol{\zeta} \cdot \boldsymbol{\zeta}} \quad (4.28)$$

وبما أن:

$$\frac{1}{W_4(\zeta, \tau)} = \frac{1}{\mu_1^2(\tau) - \mu_2^2(\tau)} \left[\frac{1}{\zeta^2 - \mu_1^2(\tau)} - \frac{1}{\zeta^2 - \mu_2^2(\tau)} \right], \quad (4.29)$$

$$\frac{\zeta^2 - \sigma_1^2(\tau)}{W_4(\zeta, \tau)} = \frac{E_1(\tau)}{\zeta^2 - \mu_2^2(\tau)} - \frac{E_2(\tau)}{\zeta^2 - \mu_1^2(\tau)}, \quad (4.30)$$

$$\frac{1}{\Delta_4(\zeta; \tau)} = \frac{1}{\lambda_1^2(\tau) - \lambda_2^2(\tau)} \left[\frac{1}{\zeta^2 - \lambda_1^2(\tau)} - \frac{1}{\zeta^2 - \lambda_2^2(\tau)} \right], \quad (4.31)$$

$$\frac{\xi^2 - \sigma_2^2(\tau)}{\Delta_4(\xi; \tau)} = \frac{A_2(\tau)}{\xi^2 - \lambda_1^2(\tau)} + \frac{A_1(\tau)}{\xi^2 - \lambda_2^2(\tau)}, \quad (4.32)$$

حيث: $\mu_1^2(\tau)$ و $\mu_2^2(\tau)$ هي جذور كثير الحدود:

$$W_4(\mu, \tau) = \mu^4 - [\sigma_1^2(\tau) + (1+\varepsilon)q(\tau)]\mu^2 + q(\tau)\sigma_1^2(\tau)$$

و $\lambda_1^2(\tau)$ و $\lambda_2^2(\tau)$ هي جذور كثير الحدود:

$$\Delta_4(\lambda; \tau) = \lambda^4 - [\sigma_2^2(\tau) + \sigma_4^2(\tau) + \eta_0^2 - \nu_0^2]\lambda^2 + \sigma_2^2(\tau)[\sigma_4^2(\tau) - \nu_0^2]$$

أيضاً:

$$E_1(\tau) = \frac{\sigma_1^2(\tau) - \mu_2^2(\tau)}{\mu_1^2(\tau) - \mu_2^2(\tau)}, \quad E_2(\tau) = -\frac{\sigma_1^2(\tau) - \mu_1^2(\tau)}{\mu_2^2(\tau) - \mu_1^2(\tau)}$$

$$A_1(\tau) = \frac{\sigma_2^2(\tau) - \lambda_2^2(\tau)}{\lambda_1^2(\tau) - \lambda_2^2(\tau)}, \quad A_2(\tau) = \frac{\sigma_2^2(\tau) - \lambda_1^2(\tau)}{\lambda_2^2(\tau) - \lambda_1^2(\tau)}$$

بتعويض العلاقات (4.29) و (4.30) في التحولات (4.25) و (4.26)، وبتعويض (4.31) و (4.32) في (4.27) و (4.28)، ومن ثم بتطبيق تحويل Fourier التكاملي، الثلاثي العكسي F_3^{-1} ، على العلاقات الناتجة، من ثم باستخدام خاصية تصفية توزيع ديراك، المتمثلة بالعلاقة:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \delta(t - t_0) dt = f(t_0) \quad (4.33)$$

والعلاقات [8, 9]:

$$F_3^{-1}[(-i\xi_\beta) \bar{f}(\xi, \tau)] = \partial_\beta f(x, t) \quad (4.34)$$

$$P.F. \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-i(\mathbf{x}-\boldsymbol{\zeta}) \cdot \boldsymbol{\xi}}}{\xi^2 - a^2} d\xi = i\pi^2 H_0^{(1)}(ar) \quad (4.35)$$

سلوكاً تشفيراً - لامي الهوكي الصرف والدقيق الصرف لأجل الحالة المستوية الأولى لانفعالات الجسم الصلب
المرن دقيق الاستقطاب الذي يشغل R^2 بوجود مصادر حرارية وعزم حجمي

حيث الرمز: $P.F.$ يدل على الجزء المنتهي للتكامل المعتل بمعنى هادامارد [10]¹⁰،
و $r := |\mathbf{x} - \boldsymbol{\zeta}|$ ، و a عدد حقيقي أو عقدي، و $H_0^{(1)}(ar)$ دالة هانكل من المرتبة
الصفرية والنوع الأول، نحصل بالنتائج الآتية:

- الإزاحات الهوكية الصرفة، الشاذة، التالية:

$$u_{\alpha}^0 = -\frac{i Q_0 e^{-i \omega t}}{4} \frac{m}{\kappa(\mu_1^2 - \mu_2^2)} \partial_{\alpha} F_2 \quad (4.36)$$

- الحرارة الهوكية الصرفة، الشاذة، التالية:

$$\theta^0 = \frac{i Q_0 e^{-i \omega t}}{4} \frac{1}{\kappa} \Gamma_2 \quad (4.37)$$

- الإزاحات الدقيقة الصرفة، الشاذة، التالية:

$$u'_{\alpha} = \frac{i M_0 e^{-i \omega t}}{4} \frac{2\alpha}{(\mu + \alpha)(\gamma + \varepsilon)} \frac{1}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2} \in_{\alpha\gamma} \partial_{\gamma} F_1 \quad (4.38)$$

- الدوران الدقيق الصرف، الشاذ، التالي:

$$\phi_3' = \frac{i M_0 e^{-i \omega t}}{4} \frac{1}{\gamma + \varepsilon} \Gamma_1 \quad (4.39)$$

حيث:

$$F_1 = H_0^{(1)}(\lambda_1 r) - H_0^{(1)}(\lambda_2 r) , \quad F_2 = H_0^{(1)}(\mu_1 r) - H_0^{(1)}(\mu_2 r)$$

$$\Gamma_1 = A_1 H_0^{(1)}(\lambda_2 r) + A_2 H_0^{(1)}(\lambda_1 r) , \quad \Gamma_2 = E_1 H_0^{(1)}(\mu_2 r) - E_2 H_0^{(1)}(\mu_1 r) ,$$

كما أن: $\sigma_1 = \sigma_1(\omega)$ و $\sigma_2 = \sigma_2(\omega)$ و $\sigma_4 = \sigma_4(\omega)$ و $q = q(\omega)$ و $\mu_1 = \mu_1(\omega)$ و
و $\mu_2 = \mu_2(\omega)$ و $\lambda_1 = \lambda_1(\omega)$ و $\lambda_2 = \lambda_2(\omega)$ و $A_1 = A_1(\omega)$ و $A_2 = A_2(\omega)$ و
و $E_1 = E_1(\omega)$ و $E_2 = E_2(\omega)$.

¹⁰ بعيداً عن قيمة كوشي الأساسية (الـ CPV)، في هادامارد [10] تم تعريف ما يسمى الجزء المنتهي (الـ P.F.)
للتكاملات المضاعفة، المعتلة. وفي [8] تم اثبات أن جزء هادامارد المنتهي للتكامل المعتل:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-i(\mathbf{x} - \boldsymbol{\zeta}) \cdot \boldsymbol{\xi}}}{\xi^2 - a^2} d \boldsymbol{\xi} , \quad \text{بمفرده يمثل الحل التوزيعي في كامل الفضاء } R^2 , \text{ لمعادلة هيلمهولتز التوزيعية:}$$

$$(\Delta_1 + a^2)u = -4\pi^2 \delta(\mathbf{x} - \boldsymbol{\zeta})$$

- باقي عناصر سلوك تشفير - لامي، الهوكي الصرف، الشاذة، الموافق للحمل (4.21):
بتعويض (4.36) في العلاقة الأولى من (3.19) وبتعويض (4.36) و (4.37) في
العلاقة الأولى من (3.20)، نحصل على:

الانفعالات الهوكية الصرفة، الشاذة، الموافقة:

$$\varepsilon_{\alpha\beta}^0 = -\frac{i Q_0 e^{-i\omega t}}{4} \frac{m}{\kappa(\mu_1^2 - \mu_2^2)} \partial_{\alpha\beta}^2 F_2 \quad (4.40)$$

الإجهادات الهوكية الصرفة، الشاذة، الموافقة:

$$\sigma_{\alpha\beta}^0 = -\frac{i Q_0 e^{-i\omega t}}{4} \left\{ \frac{2\mu m}{\kappa(\mu_1^2 - \mu_2^2)} \partial_{\alpha\beta}^2 F_2 + \right. \\ \left. + \left[\frac{\lambda m}{\kappa(\mu_1^2 - \mu_2^2)} \Delta_1 F_2 + \frac{v_T}{\kappa} \Gamma_2 \right] \delta_{\alpha\beta} \right\}, \quad (4.41)$$

وبما أن:

$$\frac{1}{\mu_1^2 - \mu_2^2} (\Delta_1 + \sigma_1^2) F_2 = -\Gamma_2 \quad (4.42)$$

فتأخذ (4.41) بعد التبسيط والاختصار، الشكل الآتي:

$$\sigma_{\alpha\beta}^0 = -\frac{i Q_0 e^{-i\omega t}}{4} \frac{m}{\kappa} \left[\frac{2\mu}{\mu_1^2 - \mu_2^2} \partial_{\alpha\beta}^2 F_2 + \right. \\ \left. + \left(2\mu \Gamma_2 - \frac{\lambda \sigma_1^2}{\mu_1^2 - \mu_2^2} F_2 \right) \delta_{\alpha\beta} \right], \quad (4.41)$$

يمثل السلوك الهوكي الصرف، الشاذ: $(\mathbf{u}^0, \theta^0, \boldsymbol{\sigma}^0, \boldsymbol{\varepsilon}^0)$ ، كامل السلوك الترموديناميكي،

الشاذ للجسم المعنبر، الموافق للحمل (4.21)، أي أن الجسم لايبدي أي بنية مجهرية.

- باقي عناصر سلوك تشفير - لامي، الدقيق الصرف، الشاذة، الموافق للحمل (4.22):

بتعويض (4.38) و (4.39) في (3.26)، نحصل على:

الانفعالات الدقيقة الصرفة، الشاذة، الموافقة:

سلوكا تشيفير-لامى الهوكى الصرف والدقيق الصرف لأجل الحالة المستوية الأولى لانفعالات الجسم الصلب
المرن دقيق الاستقطاب الذي يشغل R^2 بوجود مصادر حرارية وعزم حجمي

$$\gamma'_{\alpha\beta} = \frac{i M_0 e^{-i\omega t}}{4} \frac{1}{\gamma + \varepsilon} \left(\frac{s}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2} \in_{\beta\gamma} \partial_{\gamma\alpha}^2 F_1 + \in_{\beta\alpha} \Gamma_1 \right), \quad (4.42)$$

$$\kappa'_{\alpha 3} = \frac{i M_0 e^{-i\omega t}}{4} \frac{1}{\gamma + \varepsilon} \partial_{\alpha} \Gamma_1$$

وإذا عوضنا (4.42) في (3.27)، نحصل على:

الإجهادات الدقيقة الصرفية، الشاذة، الموافقة:

$$\sigma'_{\alpha\beta} = \frac{i M_0 e^{-i\omega t}}{4} \frac{1}{\gamma + \varepsilon} \left\{ \frac{s}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2} \left[(\mu + \alpha) \in_{\beta\gamma} \partial_{\gamma\alpha}^2 + \right. \right. \\ \left. \left. + (\mu - \alpha) \in_{\alpha\gamma} \partial_{\gamma\beta}^2 \right] F_1 - 2\alpha \in_{\alpha\beta} \Gamma_1 \right\}, \quad (4.43)$$

$$\kappa'_{\alpha 3} = \frac{i M_0 e^{-i\omega t}}{4} \partial_{\alpha} \Gamma_1$$

يمثل السلوك الدقيق الصرف، الشاذ: $(\mathbf{u}', \boldsymbol{\phi}', \boldsymbol{\sigma}', \boldsymbol{\mu}', \boldsymbol{\gamma}', \boldsymbol{\kappa}')$ ، كامل السلوك
الديناميكي، الشاذ للجسم المعتبر، الموافق للحمل (4.22)، أي أن الجسم بشكل كامل
بيدي بنية مجهرية.

ب. صيغ غرين-تشيفير-لامى، الهوكية الصرفية والدقيقة، الصرفية، الموافقة على
الترتيب، لمصادر حرارية ولعزم حجمي، كل منها نظامي، ومتغير توافقياً مع الزمن:

نناقش فيمايلي، صيغ غرين-تشيفير - لامى، الهوكية الصرفية، الموافقة للمصادر
الحرارية النظامية، التالية، المتغيرة توافقياً مع الزمن بتردد $\omega > 0$:

$$Q(\mathbf{x}, t) = e^{-i\omega t} Q(\mathbf{x}) \quad (4.44)$$

كما سنناقش، صيغ غرين-تشيفير - لامى، الدقيقة الصرفية، الموافقة للعزم الحجمي
النظامي، التالي، المتغير توافقياً مع الزمن بتردد $\omega > 0$:

$$Y_3(\mathbf{x}, t) = e^{-i\omega t} Y_3(\mathbf{x}) \quad (4.45)$$

ولهذا الغرض، في الفقرة السابقة، سنختار: $Q_0 = 1, M_0 = 1$ ، ومن ثم سنرمز بـ
 $u_{\alpha}^0(\mathbf{x}, t; \zeta)$ للطرف الأيسر للعلاقة (4.25) والعلاقة (4.36)، على
الترتيب، وبـ $\bar{\theta}^0(\xi, \tau; \zeta)$ وبـ $\theta^0(\mathbf{x}, t; \zeta)$ للطرف الأيسر للعلاقة (4.26) والعلاقة

(4.37)، على الترتيب. أيضاً لنرمز بـ $\bar{u}'_\alpha(\xi, \tau; \zeta)$ وبـ $u'_\alpha(\mathbf{x}, t; \zeta)$ للطرف الأيسر

للعلاقة (4.27) والعلاقة (4.38)، على الترتيب، وبـ $\bar{\varphi}'_3(\xi, \tau; \zeta)$ وبـ $\varphi'_3(\mathbf{x}, t; \zeta)$

للتطرف الأيسر للعلاقة (4.28) والعلاقة (4.39)، على الترتيب.

بتطبيق تحويل فورييه الثلاثي \mathbf{F}_3 على طرفي العلاقة (4.44) و(4.45)، من ثم بالأخذ

بعين الاعتبار العلاقة (4.24)، نجد:

$$\bar{Q}(\xi, \tau) = (2\pi)^{\frac{1}{2}} \bar{Q}(\xi) \delta(\tau - \omega) \quad (4.46)$$

$$\bar{Y}_3(\xi, \tau) = (2\pi)^{\frac{1}{2}} \bar{Y}_3(\xi) \delta(\tau - \omega) \quad (4.47)$$

حيث هنا:

$$\bar{Q}(\xi) = \mathbf{F}_2[Q(\mathbf{x})] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\mathbf{x}\cdot\xi} Q(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (4.48)$$

$$\bar{Y}_3(\xi) = \mathbf{F}_2[Y_3(\mathbf{x})] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\mathbf{x}\cdot\xi} Y_3(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (4.49)$$

واللتان حسب خاصة تصفية دلتا ديراك تكتبان بالشكل:

$$\bar{Q}(\xi) = (2\pi)^{\frac{1}{2}} \mathbf{F}_3[Q(\mathbf{x})\delta(t)] = (2\pi)^{\frac{1}{2}} [\overline{Q(\mathbf{x})\delta(t)}] \quad (4.50)$$

$$\bar{Y}_3(\xi) = (2\pi)^{\frac{1}{2}} \mathbf{F}_3[Y_3(\mathbf{x})\delta(t)] = (2\pi)^{\frac{1}{2}} [\overline{Y_3(\mathbf{x})\delta(t)}] \quad (4.51)$$

بتعويض (4.46) في تحويلات فورييه الهوكية الصرفة (4.19) وبتعويض (4.47) في

تحويلات فورييه الدقيقة الصرفة (4.20)، نجد:

تحويل فورييه للإزاحات والحرارة، الهوكية، الصرفة، الموافقة للمصادر الحرارية

النظامية (4.44):

$$\bar{u}^{0Q}_\alpha = -(2\pi)^{\frac{1}{2}} \frac{m}{\kappa W_4(\zeta, \tau)} (-i\zeta_\alpha) \bar{Q}(\xi) \delta(\tau - \omega), \quad (4.52)$$

$$\bar{\theta}^{0Q} = (2\pi)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\kappa W_4(\zeta, \tau)} [\zeta^2 - \sigma_1^2(\tau)] \bar{Q}(\xi) \delta(\tau - \omega)$$

أو:

سلوكا تشفير- لامي الهوكي الصرف والدقيق الصرف لأجل الحالة المستوية الأولى لانفعالات الجسم الصلب
المرن دقيق الاستقطاب الذي يشغل R^2 بوجود مصادر حرارية وعزم حجمي

$$\bar{u}_\alpha^{0Q} = -2\pi \frac{m}{\kappa W_4(\xi, \tau)} (-i \xi_\alpha) \delta(\tau - \omega) \overline{[Q(\mathbf{x})\delta(t)]}, \quad (4.53)$$

$$\bar{\theta}^{0Q} = 2\pi \frac{1}{\kappa W_4(\xi, \tau)} [\xi^2 - \sigma_1^2(\tau)] \delta(\tau - \omega) \overline{[Q(\mathbf{x})\delta(t)]}$$

نلاحظ الآن، أنه ينتج عن العلاقات (4.25) و (4.26)، أن (4.53) تكتب بالشكل:

$$\begin{aligned} \bar{u}_\alpha^{0Q}(\xi, \tau) &= 2\pi \sqrt{2\pi} \bar{u}_\alpha^0(\xi, \tau; \zeta = \mathbf{0}) \overline{[Q(\mathbf{x})\delta(t)]}, \\ \bar{\theta}^{0Q}(\xi, \tau) &= 2\pi \sqrt{2\pi} \bar{\theta}^0(\xi, \tau; \zeta = \mathbf{0}) \overline{[Q(\mathbf{x})\delta(t)]} \end{aligned} \quad (4.54)$$

حيث هنا: $Q_0 = 1$.

تحويل فورييه للازاحات والدوران، الدقيقة، الصرفية، الموافقة ل لعزم الحجمي النظامي
(4.45):

$$\bar{u}_\alpha^{\prime Y} = (2\pi)^{\frac{1}{2}} \frac{2\alpha \epsilon_{\alpha\gamma} (-i \xi_\gamma) \bar{Y}_3(\xi)}{(\mu + \alpha)(\gamma + \epsilon) \Delta_4(\xi; \tau)} \delta(\tau - \omega), \quad (4.55)$$

$$\bar{\varphi}_3^{\prime Y} = (2\pi)^{\frac{1}{2}} \frac{[\xi^2 - \sigma_2^2(\tau)] \bar{Y}_3(\xi)}{(\gamma + \epsilon) \Delta_4(\xi; \tau)} \delta(\tau - \omega)$$

أو:

$$\bar{u}_\alpha^{\prime Y} = 2\pi \frac{2\alpha \epsilon_{\alpha\gamma} (-i \xi_\gamma)}{(\mu + \alpha)(\gamma + \epsilon) \Delta_4(\xi; \tau)} \delta(\tau - \omega) \overline{[Y_3(\mathbf{x})\delta(t)]}, \quad (4.56)$$

$$\bar{\varphi}_3^{\prime Y} = 2\pi \frac{[\xi^2 - \sigma_2^2(\tau)]}{(\gamma + \epsilon) \Delta_4(\xi; \tau)} \delta(\tau - \omega) \overline{[Y_3(\mathbf{x})\delta(t)]}$$

نلاحظ الآن، أنه ينتج عن العلاقات (4.27) و (4.28) أن (4.56) تكتب بالشكل:

$$\begin{aligned} \bar{u}_\alpha^{\prime Y}(\xi, \tau) &= 2\pi \sqrt{2\pi} \bar{u}_\alpha^{\prime}(\xi, \tau; \zeta = \mathbf{0}) \overline{[Y_3(\mathbf{x})\delta(t)]}, \\ \bar{\varphi}_3^{\prime Y}(\xi, \tau) &= 2\pi \sqrt{2\pi} \bar{\varphi}_3^{\prime}(\xi, \tau; \zeta = \mathbf{0}) \overline{[Y_3(\mathbf{x})\delta(t)]} \end{aligned} \quad (4.57)$$

حيث هنا: $M_0 = 1$.

بتطبيق مبرهنة الطي لفورييه على أطراف كل من (4.54)، نحصل على:
صيغ غرين- تشفير - لامي، الهوكية الصرفية للازاحات والحرارة، الهوكية، الصرفية،
الموافقة للمصادر الحرارية النظامية (4.44):

$$u_{\alpha}^{0Q}(\mathbf{x}, t) = 2\pi \sqrt{2\pi} \mathbf{F}_3^{-1} \left\{ \bar{u}_{\alpha}^0(\xi, \tau; \zeta = 0) \overline{[Q(\mathbf{x}) \delta(t)]} \right\} = \quad (4.58)$$

$$= 2\pi \sqrt{2\pi} \left\{ u_{\alpha}^0(\mathbf{x}, t; \zeta = 0) * [Q(\mathbf{x}) \delta(t)] \right\},$$

$$\theta^{0Q}(\mathbf{x}, t) = 2\pi \sqrt{2\pi} \mathbf{F}_3^{-1} \left\{ \bar{\theta}^0(\xi, \tau; \zeta = 0) \overline{[Q(\mathbf{x}) \delta(t)]} \right\} = \quad (4.59)$$

$$= 2\pi \sqrt{2\pi} \left\{ \theta^0(\mathbf{x}, t; \zeta = 0) * [Q(\mathbf{x}) \delta(t)] \right\},$$

حيث:

$$u_{\alpha}^0(\mathbf{x}, t; \zeta = 0) * [Q(\mathbf{x}) \delta(t)] = \quad (4.60)$$

$$= \frac{1}{2\pi \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} u_{\alpha}^0(\mathbf{x}-\mathbf{y}, t-s; \zeta = 0) Q(\mathbf{y}) \delta(s) dy ds,$$

$$\theta^0(\mathbf{x}, t; \zeta = 0) * [Q(\mathbf{x}) \delta(t)] = \quad (4.61)$$

$$= \frac{1}{2\pi \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \theta^0(\mathbf{x}-\mathbf{y}, t-s; \zeta = 0) Q(\mathbf{y}) \delta(s) dy ds,$$

وبتطبيق خاصة التصفية (4.33)، تأخذ العلاقتان (4.60) و (4.61) الشكل التالي:

$$u_{\alpha}^0(\mathbf{x}, t; \zeta = 0) * [Q(\mathbf{x}) \delta(t)] = \quad (4.62)$$

$$= \frac{1}{2\pi \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} u_{\alpha}^0(\mathbf{x}-\mathbf{y}, t; \zeta = 0) Q(\mathbf{y}) dy,$$

$$\theta^0(\mathbf{x}, t; \zeta = 0) * [Q(\mathbf{x}) \delta(t)] = \quad (4.63)$$

$$= \frac{1}{2\pi \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \theta^0(\mathbf{x}-\mathbf{y}, t; \zeta = 0) Q(\mathbf{y}) dy,$$

وبذلك تصبح صيغ غرين-تشفير-لامبي، الهوكية الصرفة للإزاحات والحرارة، الهوكية،

الصرفة، والموافقة للمصادر الحرارية النظامية (4.44)، تصبح بالشكل التالي:

$$u_{\alpha}^{0Q}(\mathbf{x}, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} u_{\alpha}^0(\mathbf{x}-\mathbf{y}, t; \zeta = 0) Q(\mathbf{y}) dy, \quad (4.64)$$

$$\theta^{0Q}(\mathbf{x}, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \theta^0(\mathbf{x}-\mathbf{y}, t; \zeta = 0) Q(\mathbf{y}) dy, \quad (4.65)$$

لكن بحسب خواص توابع غرين: $u_{\alpha}^0(\mathbf{x}, t; \zeta)$ و $\theta^0(\mathbf{x}, t; \zeta)$ ، فإن:

$$u_{\alpha}^0(\mathbf{x}-\zeta, t; 0) = u_{\alpha}^0(\mathbf{x}, t; \zeta), \quad \theta^0(\mathbf{x}-\zeta, t; 0) = \theta^0(\mathbf{x}, t; \zeta) \quad (4.66)$$

سلوكا تشيفير- لامي الهوكي الصرف والدقيق الصرف لأجل الحالة المستوية الأولى لانفعالات الجسم الصلب
المرن دقيق الاستقطاب الذي يشغل R^2 بوجود مصادر حرارية وعزم حجمي

وبذلك تصبح صيغ غرين-تشيفير - لامي ، الهوكية الصرفة (4.64) و (4.65) بالشكل:

$$u_{\alpha}^{0Q}(\mathbf{x}, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} u_{\alpha}^0(\mathbf{x}, t; \zeta) Q(\zeta) d\zeta, \quad (4.66)$$

$$\theta^{0Q}(\mathbf{x}, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \theta^0(\mathbf{x}, t; \zeta) Q(\zeta) d\zeta, \quad (4.67)$$

باقي صيغ غرين-تشيفير - لامي ، الهوكية الصرفة للانفعالات والإجهادات، الهوكية،

الصرفة، الموافقة لـ للمصادر الحرارية النظامية (4.44):

نحصل عليها باستخدام العلاقة الهندسية الهوكية الصرفة $(3.19)_1$ ، والعلاقة التأسيسية

الهوكية، الصرفة $(3.20)_1$ ، حيث نحصل من $(3.19)_1$ و (4.66)، على:

$$\varepsilon_{\alpha\beta}^{0Q}(\mathbf{x}, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \varepsilon_{\alpha\beta}^0(\mathbf{x}, t; \zeta) Q(\zeta) d\zeta, \quad (4.68)$$

كما نحصل من (4.67) و (4.68) و $(3.20)_1$ ، على:

$$\sigma_{\alpha\beta}^{0Q}(\mathbf{x}, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \sigma_{\alpha\beta}^0(\mathbf{x}, t; \zeta) Q(\zeta) d\zeta, \quad (4.69)$$

يمثل سلوك غرين-تشيفير - لامي، الهوكي الصرف: $(\mathbf{u}^{0Q}, \theta^{0Q}, \boldsymbol{\sigma}^{0Q}, \boldsymbol{\varepsilon}^{0Q})$ ، كامل

السلوك الترموديناميكي، للجسم المعتبر، الموافق للحمل (4.44)، حيث الجسم لايبدي

أي بنية مجهرية.

صيغ غرين-تشيفير - لامي ، الدقيقة الصرفة للإزاحات الدقيقة الصرفة والدوران

الدقيق الصرف، والموافقة لـ للعزم الحجمي النظامي (4.45):

نحصل عليها من خلال تطبيق مبرهنة الطي لفورييه على أطراف (4.57)، حيث

نحصل على:

$$\begin{aligned} u_{\alpha}^{iY}(\mathbf{x}, t) &= 2\pi \sqrt{2\pi} \mathbf{F}_3^{-1} \left\{ \bar{u}_{\alpha}^i(\xi, \tau; \zeta = \mathbf{0}) \overline{[Y_3(\mathbf{x}) \delta(t)]} \right\} = \\ &= 2\pi \sqrt{2\pi} \{ u_{\alpha}^i(\mathbf{x}, t; \zeta = \mathbf{0}) * [Y_3(\mathbf{x}) \delta(t)] \}, \end{aligned} \quad (4.70)$$

$$\begin{aligned} \varphi_3^Y(\mathbf{x}, t) &= 2\pi \sqrt{2\pi} \mathbf{F}_3^{-1} \left\{ \bar{\varphi}'_3(\zeta, \tau; \zeta = \mathbf{0}) [Y_3(\mathbf{x}) \delta(t)] \right\} = \\ &= 2\pi \sqrt{2\pi} \{ \varphi'_3(\mathbf{x}, t; \zeta = \mathbf{0}) * [Y_3(\mathbf{x}) \delta(t)] \}, \end{aligned} \quad (4.71)$$

حيث:

$$\begin{aligned} u'_\alpha(\mathbf{x}, t; \zeta = \mathbf{0}) * [Y_3(\mathbf{x}) \delta(t)] &= \\ = \frac{1}{2\pi \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} u'_\alpha(\mathbf{x} - \mathbf{y}, t - s; \zeta = \mathbf{0}) Y_3(\mathbf{y}) \delta(s) d\mathbf{y} ds, \end{aligned} \quad (4.72)$$

$$\begin{aligned} \varphi'_3(\mathbf{x}, t; \zeta = \mathbf{0}) * [Q(\mathbf{x}) \delta(t)] &= \\ = \frac{1}{2\pi \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi'_3(\mathbf{x} - \mathbf{y}, t - s; \zeta = \mathbf{0}) Y_3(\mathbf{y}) \delta(s) d\mathbf{y} ds, \end{aligned} \quad (4.73)$$

و بتطبيق خاصة التصفية (4.33)، تأخذ العلاقتان (4.72) و (4.73) الشكل التالي:

$$\begin{aligned} u'_\alpha(\mathbf{x}, t; \zeta = \mathbf{0}) * [Y_3(\mathbf{x}) \delta(t)] &= \\ = \frac{1}{2\pi \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} u'_\alpha(\mathbf{x} - \mathbf{y}, t; \zeta = \mathbf{0}) Y_3(\mathbf{y}) d\mathbf{y}, \end{aligned} \quad (4.74)$$

$$\begin{aligned} \varphi'_3(\mathbf{x}, t; \zeta = \mathbf{0}) * [Q(\mathbf{x}) \delta(t)] &= \\ = \frac{1}{2\pi \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi'_3(\mathbf{x} - \mathbf{y}, t; \zeta = \mathbf{0}) Y_3(\mathbf{y}) d\mathbf{y}, \end{aligned} \quad (4.75)$$

وبذلك تصبح صيغ غرين-تشيفر-لامبي، الدقيقة الصرفة للإزاحات الدقيقة الصرفة

والدوران الدقيق الصرف، الموافقة للعزم الحجمي النظامي (4.45)، تصبح بالشكل التالي:

$$u_\alpha^Y(\mathbf{x}, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} u'_\alpha(\mathbf{x} - \mathbf{y}, t; \zeta = \mathbf{0}) Y_3(\mathbf{y}) d\mathbf{y}, \quad (4.76)$$

$$\varphi_3^Y(\mathbf{x}, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi'_3(\mathbf{x} - \mathbf{y}, t; \zeta = \mathbf{0}) Y_3(\mathbf{y}) d\mathbf{y}, \quad (4.77)$$

لكن بحسب خواص توابع غرين: $u'_\alpha(\mathbf{x}, t; \zeta)$ و $\varphi'_3(\mathbf{x}, t; \zeta)$ ، فإن:

$$u'_\alpha(\mathbf{x} - \zeta, t; \mathbf{0}) = u'_\alpha(\mathbf{x}, t; \zeta), \quad \varphi'_3(\mathbf{x} - \zeta, t; \mathbf{0}) = \varphi'_3(\mathbf{x}, t; \zeta) \quad (4.78)$$

وبذلك تصبح صيغ غرين-تشيفر-لامبي، الدقيقة الصرفة (4.76) و (4.77) بالشكل:

سلوكا تشفير- لامي الهوكي الصرف والدقيق الصرف لأجل الحالة المستوية الأولى لانفعالات الجسم الصلب
المرن دقيق الاستقطاب الذي يشغل R^2 بوجود مصادر حرارية وعزم حجمي

$$u_{\alpha}^{\prime Y}(\mathbf{x}, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} u'_{\alpha}(\mathbf{x}, t; \zeta) Y_3(\zeta) d\zeta, \quad (4.78)$$

$$\varphi_3^{\prime Y}(\mathbf{x}, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi'_3(\mathbf{x}, t; \zeta) Y_3(\zeta) d\zeta, \quad (4.79)$$

باقي صيغ غرين- تشفير - لامي ، الدقيقة الصرفة للانفعالات والإجهادات، الدقيقة،

الصرفة، الموافقة للعزم الحجمي النظامي (4.45):

نحصل عليها باستخدام العلاقة الهندسية الدقيقة الصرفة (4.26)، والعلاقة التأسيسية

الهوكية، الصرفة (4.27)، حيث نحصل من (4.26) و(4.78) و(4.79)، على:

$$\gamma'_{\alpha\beta}(\mathbf{x}, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \gamma'_{\alpha\beta}(\mathbf{x}, t; \zeta) Y_3(\zeta) d\zeta, \quad (4.80)$$

$$\kappa'_{\alpha 3}(\mathbf{x}, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \kappa'_{\alpha 3}(\mathbf{x}, t; \zeta) Y_3(\zeta) d\zeta, \quad (4.81)$$

كما نحصل من (4.80) و(4.81) و(4.27)، على:

$$\sigma'_{\alpha\beta}(\mathbf{x}, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \sigma'_{\alpha\beta}(\mathbf{x}, t; \zeta) Y_3(\zeta) d\zeta, \quad (4.82)$$

$$\mu'_{\alpha 3}(\mathbf{x}, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \mu'_{\alpha 3}(\mathbf{x}, t; \zeta) Y_3(\zeta) d\zeta, \quad (4.83)$$

يمثل سلوك غرين- تشفير- لامي، الدقيقة الصرف: $(\mathbf{u}^{\prime Y}, \varphi^{\prime Y}, \sigma^{\prime Y}, \mu^{\prime Y}, \gamma^{\prime Y}, \kappa^{\prime Y})$ ،

كامل السلوك الديناميكي، للجسم المعتبر، الموافق للحمل (4.45)، حيث الجسم يبدي

بشكل كامل بنيته المجهرية.

5. الاستنتاجات والمقترحات:

أولاً) الاستنتاجات: في البحث لأجل الجسم الترموديناميكي الصلب دقيق الاستقطاب $(E-N:5)$ 2D، غير المحدود (يشغل R^2)، والذي كلاً من إزاحاته ودوراناته وحرارته، الخارجية، معدمة، فإن: I) سلوك تشافير- لامي الترموديناميكي للجسم الموافق للمصادر الحرارية، فقط، هو سلوك تقليدي صرف، حيث يتطابق سلوك تشافير- لامي الدقيق الصرف للجسم المعترف مع السلوك الصفري، II) سلوك تشفير- لامي الترموديناميكي للجسم الموافق للعزم الحجمي فقط، هو سلوك دقيق صرف، حيث يتطابق السلوك تشفير- لامي، التقليدي الصرف للجسم المعترف مع السلوك الصفري. بعدها تم إيجاد سلوكي تشفير- لامي، الشاذين؛ الهوكي الصرف والدقيق الصرف، الموافقين، على الترتيب للمصادر الحرارية المركزة والعزم الحجمي المركز، والمتغيرين توافقياً مع الزمن. من ثم تم استنتاج سلوكي غرين- تشفير- لامي؛ الهوكي الصرف والدقيق الصرف، الموافقين، على الترتيب للمصادر الحرارية والعزم الحجمي، النظاميين والمتغيرين توافقياً مع الزمن.

ثانياً) المقترحات: يمكن أن نختم هذا البحث بمسائل للمناقشة، هي الآتية:

مسألة 1: لأجل الجسم الترموديناميكي الصلب دقيق الاستقطاب $(E-N:5)$ 2D، غير المحدود (يشغل R^2)، والذي كلاً من إجهاداته وحرارته، الخارجية، معدومة، إثبات أن: I) سلوك تشفير- إغناشاك الترموديناميكي للجسم، الموافق لتأثير القوة الحجمية فقط، هو مجموع سلوكين؛ الأول هوكي غير صرف، والثاني دقيق غير صرف.

سلوكا تشفير- لامي الهوكي الصرف والدقيق الصرف لأجل الحالة المستوية الأولى لانفعالات الجسم الصلب
المرن دقيق الاستقطاب الذي يشغل R^2 بوجود مصادر حرارية وعزم حجمي

(II) سلوك تشفير- إغانتشاك الترموديناميكي للجسم الموافق للمصادر الحرارية، فقط، هو سلوك تقليدي صرف، حيث يتطابق سلوك تشفير- إغانتشاك، الدقيق الصرف للجسم المعتبر مع السلوك الصفري، (III) سلوك تشفير- إغانتشاك الترموديناميكي للجسم الموافق للعزم الحجمي فقط، هو سلوك دقيق صرف، حيث يتطابق سلوك تشفير- إغانتشاك، التقليدي الصرف للجسم المعتبر مع السلوك الصفري.

مسألة 2: استنتاج صيغ غرين- تشفير- إغانتشاك، التي تعطي الحل بوجود أية حمل حجمية ومصادر حرارية، بدلالة مايسمى الحلول الأساسية المتعلقة بهذا الجسم.

مسألة 3: تعميم طريقة بابكوفيتش- نير إلى حل مسألتني الحالة المستوية الأولى والثانية للانفعالات المرنة للجسم (E-N:6) 2D، المتجانس والمتماثل المناحي، والخاضع لحرارة، حيث الجسم يشغل في اللحظة الابتدائية منطقة Ω بسيطة الترابط ومحدودة في R^2 .

المراجع REFERENCES

- [1]- Dyszlewicz , J, **2004** - Micropolar Theory of Elasticity , in : Series Lectures. Notes in Applied and Computational Mechanics, Vol.15, 356 p, Springer .
- [2] – Eringen , A . C , **1966** - Linear theory of micropolar elasticity, J.Math. Mech., 15 , 909 – 930.
- [3] –Nowacki, W , **1986** - Theory of Asymmetric Elasticity , Warsaw , PWN.
- [4]-Dyszlewicz J., **1973** - A method of solving static problems of linear asymmetric elasticity,Mech. Teor. Stos., **11,2,143158** (in Polish).
- [5]-Dyszlewicz J., Matysiak S., **1973**- Singularity of stresses in micropolar elastic semispace due to discontinuous boundary load, Bull. Acad. Polon. Sci., Ser. Sci.Techn., 21, 12, 605-610.
- [6]–Dyszlewicz , J ,**1996** - Selected problems of linear asymmetrical thermoelasticity, Journal of Thermal Stresses,19, 185-206.
- [7]-Dyszlewicz , J ,**1986**-Fundamental solutions of micropolar elastostatics , Bull. Pol. Ac.: Tech. , I-1986 , 34 , 179-190 ;
II-1986 , 34 , 191-202.
- [8] – Gerrit van Dijk , **2013** - Distribution Theory , De Gtuyter Graduate Lectures, Deutsche Nationalbibliothek , Berlin.
- [9] – Debnath, L& Bhatta, D , **2007** – Integral Transforms and their Applications. (Second Edition), CRC Press, Boca Raton, Florida.
- [10] – Hadamard J., , 1923 - Lectures on Cauchy's Problem in Partial Differential Equations,Yale University Press.
- [11] – Mountajab Al-Hasan and Ali Jawdat Loulou , **2021** – Generating the Schaefer vector method that solving the first plane

سلوكا تشيفير- لامي الهوكي الصرف والدقيق الصرف لأجل الحالة المستوية الأولى لانفعالات الجسم الصلب
المرن دقيق الاستقطاب الذي يشغل R^2 بوجود مصادر حرارية وعزم حجمي

state problems of micropolar elastic solid subjected to temperature field , Journal of Al-Baath University, Vol.43, Nr.7, p. 147-159.

[12] – Mountajab Al-Hasan & Hala Mouhammad , and Hanin Abdelkareem, **2022**– The isothermal of the Schaefer complementary thermodynamical process relating to the first plane state of small elastic strain of the micropolar body subjected to temperature field and occupying R^2 , Journal of Tartous University (In Press).

[13] – Asem Jaber and Mountajab Al-Hasan , **2022** – Combining regular and singular solutions of the Schaefer thermodynamical process relating to the first plane state of elastic strain of the micropolar body subjected to temperature field and occupying R^2 , Journal of Al-Baath University, Vol.44, Nr.13, p. 131-156.

تغيرات الطاقة والسعة الحرارية في المواد المغناطيسية اعتماداً على النمذجة

* أ.د. حسن المقدم * * نبيل رومية *

الملخص:

عند دراسة الحالة المغناطيسية للمادة من خلال المخططات التي تحدد الانتقالات الطورية للتمكن من تحديد حالتها، تظهر بعض الميزات الجديدة للمادة المدروسة والمتعلقة بالبارامترات التي يمكن تغييرها مثل الطاقة والسعة الحرارية والتمغنط والطواعية المغناطيسية، ومن الجدير ذكره أن معظم التحولات المغناطيسية ليست تحولات طورية من الدرجة الأولى فقط، وبالتالي نكون قادرين على تحديد درجة التحول ونوعه من الطور المغناطيسي الحديدي Ferromagnetic إلى الطور المغناطيسي Paramagnetic وفق درجة حرارة التحول التي تعرف باسم درجة حرارة كوري Curie Temperature، وكذلك الأمر عند تحديد التحول من الحالة المغناطيسية الحديدية المضادة Antiferromagnetic إلى الحالة المغناطيسية المسايرة Paramagnetic ويتم تحديد ذلك من خلال درجة حرارة الانتقال التي تعرف باسم درجة حرارة نيل Neel Temperature، في هذه الدراسة سوف نناقش تغيرات الطاقة والسعة الحرارية عند درجات حرارة مختلفة وتأثير حقول مغناطيسية خارجية ذات قيم متغيرة ومن خلال طبيعة المادة المدروسة سنكون قادرين على تحديد طبيعة التحول فيما إذا كان من النوع الأول أو من النوع الثاني ودرجة الحرارة الموافقة لهذا التحول.

الكلمات المفتاحية: السعة الحرارية - المواد المغناطيسية الحديدية - درجة حرارة كوري - درجة حرارة نيل - المواد المغناطيسية الحديدية المضادة - نموذج إيزينغ - النمذجة.

* أ.د. حسن المقدم: استاذ في قسم الفيزياء - كلية العلوم - جامعة البعث

* * نبيل رومية: طالب دراسات عليا /دكتوراه/ اختصاص فيزياء المادة الكثيفة - قسم الفيزياء - كلية العلوم - جامعة البعث.

Study of heat capacity changes in magnetic materials based on modeling

*Prof: Hasan Al-Moukadam

** Nabeel Roumia

Abstract

When studying the magnetic state of matter through diagrams that define phase transitions in order to be able to determine its state, some new features appear for the studied material related to parameters that can be changed such as energy, heat capacity, magnetization, and magnetic malleability. It is worth mentioning that most magnetic transitions are not phase transitions of the first order only, Thus we are able to determine the order and type of transformation from Ferromagnetic phase to Paramagnetic phase according to the transition temperature called Curie Temperature, and the same applies when determining the transition from Antiferromagnetic state to Paramagnetic state, it is determined through the transition temperature which is known as Neel Temperature, in this study we will discuss changes in energy and heat capacity at different temperatures and the effect of external magnetic fields with variable values. The first or the second type and the corresponding temperature for this transformation.

Key words:

Heat capacity - Ferromagnetic materials - Curie temperature - Neel temperature - Antiferromagnetic materials - Ising model - Simulation

*Prof: Hasan Al-Moukadam: Department of physics - Faculty of Science - Albaath University.

** Nabeel Roumia: graduate student /Ph.D./ Condensed matter physics - Department of physics - Faculty of Science - Albaath University.

مقدمة:

تتمتع تقنيات التبريد التقليدية بكفاءة محدودة لا تتجاوز 20% كما ينتج عنها غازات تزيد الاحتباس الحراري وتضر طبقة الأوزون، مما يجعل هذه التقنيات غير صديقة للبيئة من جهة وذات مردودية اقتصادية متواضعة من جهة أخرى [1]، وقد أدت المشكلات المرتبطة بهذه التقنيات إلى البحث عن تقنيات تبريد بديلة، مثل تقنية التبريد المغناطيسي (Magnetic Refrigeration Technology – MRT) وتقنية التأثير المغناطيسي (Magnetic Effect Technology – MCE)

وهي تقنيات يتم الاستفادة منها في التصوير بالرنين المغناطيسي عن طريق تسخين (أو تبريد) مادة مغناطيسية من خلال تعريضها لحقل مغناطيسي خارجي [2]. من أجل التعويض عن الانخفاض في الانتروبية المغناطيسية الكلية سوف تكون هناك زيادة في الانتروبية للمكونات الأخرى للمادة المغناطيسية المدروسة مثل الإلكترونات والبنية الشبكية، وهذا هو مبدأ عمل المبردات المغناطيسية [3]، في العقود الماضية ركزت الأبحاث حول تقنية التأثير المغناطيسي (MCE) على المواد التي تظهر فيها الانتقالات الطورية من النوع الثاني، ولكن تم رصد انقطاعات في الحدود المرتبطة بالمشق الأول للطاقة الحرة حسب قانون جيبس أثناء الانتقال الطوري، بما يؤثر على المغنطة والانتروبية للمادة المغناطيسية [4]، وترتبط العديد من الخصائص بالانتقالات المغناطيسية من الدرجة الثانية الناتجة عن درجة الحرارة كما في حالة انتقال المادة من الحالة المغناطيسية الحديدية Ferromagnetic إلى الحالة المغناطيسية المسايرة Paramagnetic تعرف درجة الحرارة التي يحدث عندها الانتقال بين الحالتين السابقتين بدرجة حرارة كوري T_C Curie Temperature، وعند انتقال المادة من الحالة Antiferromagnetic إلى الحالة Paramagnetic تسمى درجة الحرارة المرافقة لهذا الانتقال درجة حرارة نيل T_N Neel Temperature.

هدف البحث:

- دراسة تغيرات السعة الحرارية لمواد مغناطيسية مختلفة.
- تحديد درجة الانتقالات الطورية لمواد مغناطيسية ذات طبيعة مختلفة.
- تحديد نوع الانتقال الطوري للمادة المدروسة.

مشكلة البحث:

تحديد درجة الحرارة الحرجة المرافقة للانتقالات الطورية للمادة المغناطيسية بالاعتماد على المحاكاة خصوصاً في حالة دراسة تأثير الحقول المغناطيسية الكبيرة والتي لا يمكن تنفيذها تجريبياً

مواد وطرائق البحث:

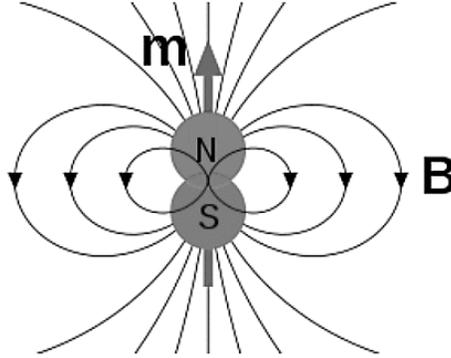
استناداً على التطور الحاصل في دراسة التغيرات التي تطرأ على المواد المغناطيسية والتقدم التقني المرافق لهذه الدراسة فقد تم الاعتماد على المحاكاة البرمجية لدراسة التغيرات الحاصلة في دراسة السعة المغناطيسية لمواد مغناطيسية من أنواع مختلفة وبالتالي فتح آفاق جديدة ومفيدة في التطبيقات العملية عند دراسة هذه المواد.

1- أساسيات في المغناطيسية:

هناك طريقتان للحصول على الحقول المغناطيسية ضمن أي مادة، إما عن طريق التيارات الكهربائية أو التأثير المتبادل بين العزوم المدارية للإلكترونات في الذرات [5]، ويمكن اعتبار المغناطيس ثنائي قطب يولد حقل مغناطيسي يُنتج عزم مغناطيسي [6] يمكن التعبير عنه رياضياً بالعلاقة التالية:

$$\tau = \bar{\mu} \times \bar{B} \quad (1-1)$$

حيث τ تمثل العزم المغناطيسي الناتج عن تأثير الحقل المغناطيسي المؤثر \vec{B} والعزم المغناطيسي $\vec{\mu}$ ، وهذا العزم المغناطيسي للذرة مرتبط فقط بالذرات التي تحتوي على مدارات غير مملوءة بالكامل بالإلكترونات [7]، ويظهر الرسم التخطيطي التالي للعزم المغناطيسي لثنائي القطب الناتج عن دوران الإلكترون:



الشكل (1): رسم تخطيطي للعزم المغناطيسي الناتج عن ثنائي القطب

يمكن التعبير عن العزم المغناطيسي للذرة رياضياً بالعلاقة التالية:

$$\vec{\mu} = \gamma \hbar (\vec{L} + \vec{S}) \quad (1-2)$$

حيث: \vec{L} هو العزم المداري، \vec{S} هو العزم الزاوي للسبين، ويمثل γ النسبة الجبرومغناطيسية.

2- تصنيف المواد المغناطيسية:

إن الخصائص المغناطيسية للسبينات تتعلق بالعزم المغناطيسي من حيث ترتيبه وتموضعه ودرجة الحرارة التي يتم فيها هذا الترتيب، وبناءً عليه يمكن تصنيف المواد المغناطيسية إلى:

Diamagnetic, Paramagnetic, Ferrimagnetic, Ferromagnetic, and Antiferromagnetic. [8].

هذا التصنيف يتعلق بالسلوك المغناطيسي للمواد ويعتمد على الطواعية المغناطيسية χ (مقدار ليس له أبعاد) ومن خلالها تحدد درجة مغنطة المادة عند تطبيق حقل مغناطيسي خارجي \vec{B} ، ويمكن التعبير عنها بنسبة المغنطة M إلى شدة الحقل المغناطيسي الخارجي B ، وفق العبارة:

$$\chi = \frac{\mu_0 M}{B} = \frac{M}{H} \quad (2-1)$$

حيث: μ_0 : عامل النفاذية المغناطيسية في الخلاء، H : شدة الحقل المغناطيسي الخارجي المؤثر [9].

2-1: المواد المغناطيسية المغايرة Diamagnetic :

في هذه المواد لا تمتلك ذراتها عزماً مغناطيسياً محدداً في غياب الحقل المغناطيسي المطبق \vec{B} وهي العناصر ذات الطبقات الالكترونية الممتلئة والتي لا تحوي على الكترونات غير مرتبطة، مع الإشارة إلى أن الطواعية المغناطيسية لا تعتمد على درجة الحرارة وتتميز المادة الدايمغناطيسية بطواعية $\chi < 0$ سالبة سواء كان هناك حقل مغناطيسي مطبق أم لم يكن، مع الإشارة إلى أن العزوم المغناطيسية المرتبطة بالحركة المدارية للإلكترونات تتناسب مع الحقل المغناطيسي الخارجي المطبق وتُعرف باسم العزم المتحرض. [10]

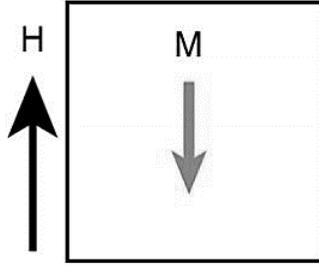
عندما تتواجد الذرة في منطقة يسودها حقل مغناطيسي فإن الإلكترونات المدارية تخضع لتأثير حركة لارمور الدورانية بتردد يُعطى بالعلاقة:

$$\omega_L = \frac{eB}{2m} \quad (2-2)$$

ينتج عن حركة لأمور الدورانية تدفقاً مغناطيسياً معاكساً لتدفق الحقل المغناطيسي

المؤثر \vec{B} وبالتالي نحصل على تيار متحرض يعطى بالعلاقة:

$$I = -\frac{Ze}{2\pi} \frac{eB}{2m} \quad (2-3)$$



الشكل (2): رسم تخطيطي للعزم المغناطيسي M وشدة الحقل المغناطيسي المؤثر H

في المواد الدايمغناطيسية

2-2: المواد المغناطيسية المسايرة Paramagnetic:

هي المواد تتميز بوجود الإلكترونات التي تتحرك بحركة عشوائية وذات تأثير متبادل معدوم فيما بينها وبالتالي فإن العزم المغناطيسي للإلكترونات في كل ذرة من المادة المدروسة لها اتجاه عشوائي بسبب التحريض الحراري [11]، عند تطبيق حقل مغناطيسي خارجي نحصل على اصطاف لهذه العزوم بحيث تتولد مغنطة ولكن بقيم منخفضة تتوافق إلى حد ما مع اتجاه الحقل المغناطيسي الخارجي المؤثر ويزداد التحريض الحراري مع زيادة درجة الحرارة مما يجعل من الصعب انتظام تلك العزوم وهذا ما عبر عنه العالم كوري Curie بالقانون:

$$\chi = \frac{C}{T} \quad (2-4)$$

C : ثابت يُعرف باسم ثابت كوري ويعتمد على نوع المادة.

تظهر أنواع مختلفة من المواد سلوكاً مغناطيسياً مسائراً Paramagnetic مثل الألمنيوم والأكسجين والتيتانيوم وأكسيد الحديد FeO وتتميز هذه المواد بالقيمة الموجبة للطوعية المغناطيسية عند تطبيق حقل مغناطيسي خارجي [12].

يعطى العزم المغناطيسي لكل ذرة بالعلاقة:

$$\vec{\mu} = \gamma \hbar \vec{J} = -g \mu_B \vec{J} \quad (2-5)$$

$$\vec{J} = (\vec{L} + \vec{S}) \quad (2-6)$$

$$\mu_B = \frac{e \hbar}{2m} \quad (2-7)$$

أثناء حركة الإلكترون في دائرة مغلقة فإن عزمه المغناطيسي يعطى بالعلاقة:

$$M = N \cdot i \cdot A \quad (2-8)$$

$$M = 1 \times \frac{e}{T} \times \pi r^2 \quad (2-9)$$

$$M = \frac{e \cdot v}{2\pi r} \times \pi r^2 = \frac{e \cdot v \cdot r}{2} \quad (2-10)$$

كما أن العزم الحركي للإلكترون يعطى بالعلاقة:

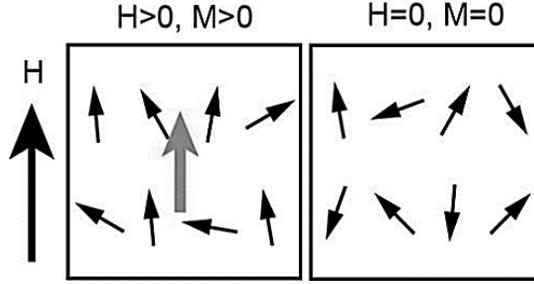
$$L = m \cdot v \cdot r \quad (2-9)$$

ندعو النسبة $\frac{M}{L}$ بالنسبة الجيرومغناطيسية والتي يمكن أن نكتبها بالشكل:

$$\text{Geromagnetic Ratio} = \frac{M}{L} = \frac{e \cdot v \cdot r}{2m \cdot v \cdot r} = \frac{e}{2m} \quad (2-10)$$

بالنسبة للمواد المغناطيسية التي تشهد انتقالاً من الطور المغناطيسي الحديدي Ferromagnetic إلى الطور المغناطيسي المسائري Paramagnetic عند درجة حرارة كوري يمكن أن نكتب قانون (كوري_فايس) (Curie-Wise) بالشكل التالي:

$$\chi = \frac{C}{T - T_c} \quad (2-11)$$



الشكل (3): رسم تخطيطي للعزم المغناطيسي M وشدة الحقل المغناطيسي المؤثر H في المواد المغناطيسية المسايرة حيث نلاحظ المناحي التي تتوضع فيها السبينات في حالة تطبيق حقل مغناطيسي خارجي وفي حالة عدم تطبيق حقل مغناطيسي خارجي

2-3: المواد الحديدية المغنطة Ferromagnetic:

هي المواد التي تتميز بوجود مغنطة دائمة ويكون هناك قيمة للعزم المغناطيسي فيها سواء كان هناك حقل مغناطيسي خارجي مؤثر أم لم يكن [13].

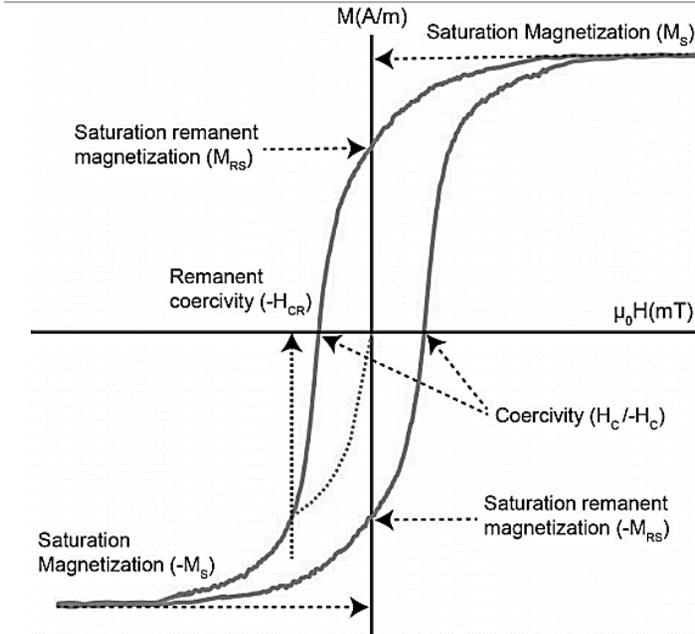
يمكن تقسيم المواد الحديدية المغنطة إلى نوعين وفقاً لطبيعة التأثير المتبادل بين السبينات داخل المادة، التي يتم تحديد استجابتها للحقل المغناطيسي من خلال حركة هذه السبينات التي ينتج عنها حقول مغناطيسية جزئية، وبالتالي فإن الطوعية المغناطيسية تعتمد على الحقل المغناطيسي الخارجي [14].

الحديد والنيكل والكوبالت هي العناصر الوحيدة في الجدول الدوري التي تكون حديدية المغنطة عند درجة حرارة الغرفة أو أعلى منها بقليل، وعندما يتم تسخين مادة حديدية مغناطيسية Ferromagnetic تفقد العزوم المغناطيسية الذرية حالة التوازي والاصطفاف فيما بينها ويزداد هذا الفقد مع زيادة درجة الحرارة، مما يؤدي إلى تناقص التمغنط وفي

النهاية تخضع المادة لانتقال طوري وتصبح مادة ذات مغنطة مسايرة paramagnetic، تُعرف درجة الحرارة التي يتم عندها الانتقال باسم درجة حرارة كوري T_C Curie [15] Temperature .

إن محصلة العزوم تكون معدومة بسبب التوجهات العشوائية للسبينات في حالة عدم تطبيق حقل مغناطيسي خارجي وعند تطبيق حقل مغناطيسي خارجي تنتظم السبينات وفق منحى واتجاه الحقل المغناطيسي الخارجي المطبق.

عندما يتم وضع مادة حديدية المغنطة ferromagnetic ضمن منطقة يسودها حقل مغناطيسي متغير فإنها تستجيب لتأثير الحقل المغناطيسي وتغيراته من خلال ما يعرف باسم دورة البطء المغناطيسي.



الشكل (4): رسم تخطيطي دورة البطء المغناطيسي يظهر فيها المتغيرات المتعلقة

بالتمغنط M وشدة الحقل المغناطيسي المؤثر H

2-4: المواد المغناطيسية الحديدية المضادة Antiferromagnetic:

في المواد المغناطيسية الحديدية المضادة تتوضع السبينات بحيث تكون العزوم المغناطيسية الناتجة عنها متعاكسة عند دراسة التأثير المتبادل فيما بينها، وعند درجة حرارة التحول فإن المادة المغناطيسية الحديدية المضادة Antiferromagnetic تنتقل إلى الطور المغناطيسي المساير Paramagnetic، وتعرف درجة الحرارة التي يحدث عندها هذا التحول بدرجة حرارة نيل T_N [16].

2-5: المواد المغناطيسية المتسامية Ferrimagnetic:

هي توصيف لظاهرة تحدث بشكل عام في المركبات التي تكون هياكلها البلورية أكثر تعقيداً من العناصر النقية كما هي حالة المواد الحديدية المغنطة Ferromagnetic، حيث يؤدي التأثير المتبادل بين السبينات والعزوم المغناطيسية الناتجة عنها إلى الحصول على حالة من التوافق والتوازي بين السبينات وظهور حالة أخرى من التوازي ولكن باتجاه معاكس للحالة الأولى. [17].

بالتالي فإن محصلة هذا التأثير المتبادل بين جميع السبينات على اختلاف تموضعها يعرف بالحالة المغناطيسية المتسامية Ferrimagnetic، والتي تشابه في بعض خصائصها مع المواد الحديدية المغنطة Ferromagnetic

3- التأثير المتبادل بين السبينات:

عندما يتقابل جسيما متجاوران في بلورة تحدث تفاعلات متبادلة فيما بينهما من خلال التأثير المتبادل بينهما وفق قواعد ميكانيكية وكمومية، يمكن أن يظهر التأثير المتبادل عند دراسة كل من البوزونات والفرميونات، مع الإشارة إلى أن الإلكترونات المسؤولة عن معظم السلوكيات والخصائص المغناطيسية هي فرميونات.

يُعرف هذا التأثير المتبادل باسم تنافر باولي للفيرميونات وهو يرتبط بمبدأ الاستبعاد لباولي الذي ينص على أنه "لا يمكن لإلكترونين أن يشغلا نفس الحالة الكمية". [19]

4- الانتقالات الطورية:

تعتبر الانتقالات الطورية بمثابة تغيير في حالة المادة المدروسة من طور إلى آخر نتيجة التغيير المفاجئ في واحدة أو أكثر من الخصائص الفيزيائية نتيجة للاختلاف في درجة الحرارة التي تمثل السمة الأساسية المحددة للانتقال الطوري [20].

لا يقتصر الانتقال الطوري على الانتقال الفيزيائي للمادة من الحالة الغازية إلى الحالة السائلة ومن ثم إلى الحالة الصلبة أو العكس، أيضاً على غرار الانتقالات الطورية التي تفصل حالات المادة، هناك أيضاً انتقالات طورية تحدث للمواد المغناطيسية عندما يكون هناك تحول في حالة الترتيب المغناطيسي للعزوم المغناطيسية الناتجة عن تموضع السبينات وما يرافق ذلك من تحول مفاجئ في مغنطة المادة المدروسة وتتميز المواد المغناطيسية بوجود الانتقالات الطورية من النوع الأول أو من النوع الثاني وذلك حسب المادة المغناطيسية المدروسة. [21]

5- الترموديناميك والمواد المغناطيسية:

يمكن تفسير تقنية التأثير المغناطيسي (MCE) بشكل أفضل باستخدام الترموديناميك، والذي يحدد العلاقة بين البارامترات (المتغيرات) المغناطيسية ودرجة الحرارة، على الرغم من أن جميع المواد المغناطيسية يمكن دراستها وفق تقنية (MCE) إلا أن درجة هذا التأثير تعتمد على خصائص كل مادة.

بالنسبة للمادة الحديدية المغنطة Ferromagnetic وعند ضغط ثابت فإن الانتروبية الكلية $S(H, T)$ هي دالة تتعلق بالحقل المغناطيسي المطبق H ودرجة الحرارة T ، وهي

تتألف من الانتروبية الشبكية $S_L(T)$ التي تمثل مقدار الانتروبية في الجملة المغناطيسية المدروسة وتتعلق بالبنية البلورية وعدد الذرات التي تتواجد ضمن الشبكة البلورية والتي تعتمد على درجة الحرارة، كذلك الأمر بالنسبة للانتروبية الإلكترونية $S_e(T)$ التي تمثل عدد الإلكترونات في العينة المدروسة وبشكل خاص الإلكترونات المفردة التي تعد المسؤولة عن الخصائص المغناطيسية للمواد والمركبات، فهي أيضاً دالة تتعلق بدرجة الحرارة، والانتروبية المغناطيسية $S_m(H,T)$ وهي دالة لكل من درجة الحرارة والحقل المغناطيسي المطبق، وبالتالي يمكن أن نكتب:

$$S(H,T) = S_L(T) + S_e(T) + S_m(H,T) \quad (5-1)$$

في الحالة التي نعمل فيها على تطبيق حقل مغناطيسي منتظم ثابت الجهة والشدة سيكون هناك انخفاض في الانتروبية المغناطيسية ولكن نظراً لأن الانتروبية الكلية للنظام تبقى ثابتة، فإن ذلك سيؤدي إلى زيادة في درجة الحرارة. [22]

النتائج والمناقشة:

تم تصميم برنامج المحاكاة لدراسة المواد المغناطيسية الحديدية والمواد المغناطيسية الحديدية المضادة باستخدام برنامج الماتلاب Matlab في كتابة التعليمات البرمجية المستخدمة في تصميم برنامج المحاكاة، كما أن الدراسة تمت لتغيرات الطاقة النسبية والسعة الحرارية النسبية بدلالة درجة الحرارة النسبية، وذلك بشكل مشابه لما تمت دراسته من قبل الباحثين السابقين لأن الدراسة تتم من أجل جميع المواد حديدية المغنطة أو المواد ذات المغنطة الحديدية العكسية وليس على مادة محددة بعينها، سيتم توضيح ذلك عند مقارنة النتائج التي توصلنا لها مع نتائج الدراسات السابقة التي أجراها الباحثون السابقون خلال دراساتهم التجريبية،

نستعرض هنا بعض التعليمات البرمجية والأكواد التي قمنا بكتابتها من باب الإشارة والتنويه خلال تصميم البرنامج:

```
% Calculate energy change if this spin is
flipped
dE = 2 * (J * grid(row, col) *
sum(neighbors) - (grid.*B));

% Spin flip condition
if dE <= 0
    grid(row, col) = - grid(row, col);

gridpr = grid; % final arrangement after
production run stored to gridpr
Es=mean(Emean); % Es is a scalar with average
of all the elements in array Energy_avg;
Cs=(mean(Emean.^2)-mean(Emean)^2)/T^2;
```

وذلك بالاعتماد على صيغة التابع الهاملتوني الذي يصف الطاقة:

$$H = -J \sum_{i=1}^N S_i S_{i+1} - B \sum_{i=1}^N S_i$$

والعلاقة المحددة للسعة الحرارية بدلالة الطاقة:

$$C = \frac{\langle E^2 \rangle - \langle E \rangle^2}{(k_B T)^2}$$

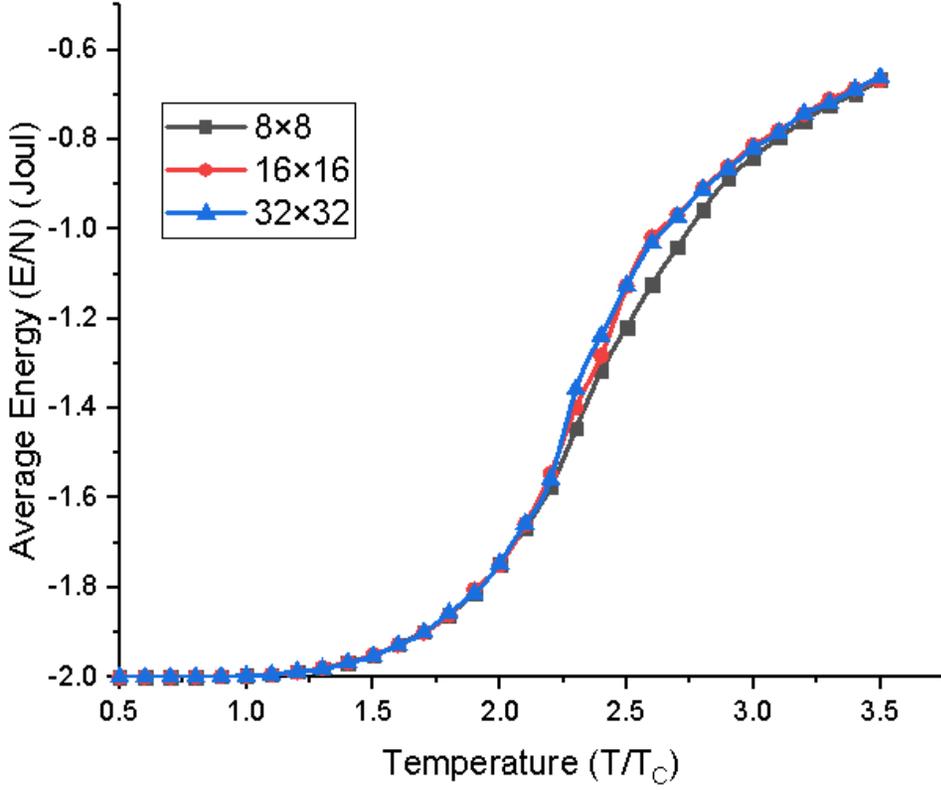
أما أبعاد العينات التي تمت دراستها فكانت 8×8 , 16×16 , 32×32 , إنها تمثل عدد السبينات المتجاورة في وحدة الخلية الأساسية.

1- دراسة تغيرات طاقة الجملة الحديدية المغنطة Ferromagnetic الموافقة من أجل أبعاد مختلفة للجملة المدروسة مع حالة انعدام الحقل المغناطيسي المؤثر: يقدم الجدول التالي بعض القيم التي حصلنا عليها:

الجدول (1): تغيرات الطاقة المتوسطة للسبينات بدلالة تغيرات درجة الحرارة

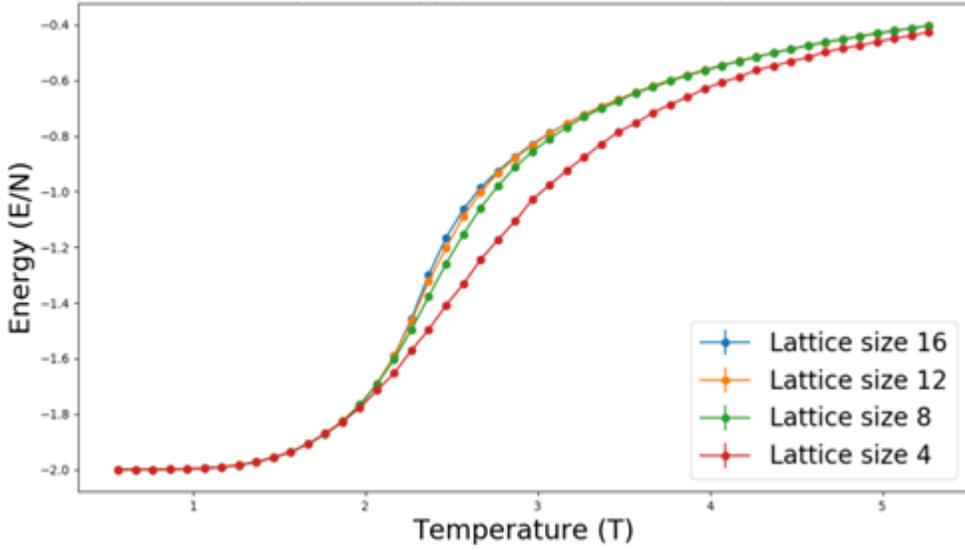
Temperature (T/T_c)	Average Energy (E/N) (Joule)		
	8×8	16×16	32×32
0.5	-1.99999	-1.99999	-2
1	-1.99704	-1.9976	-1.99692
1.5	-1.95251	-1.9504	-1.95304
2	-1.74824	-1.74978	-1.74593
2.5	-1.21874	-1.1275	-1.12585
3	-0.83922	-0.81345	-0.81987
3.5	-0.66562	-0.66744	-0.66143

بالاعتماد على القيم التي حصلنا عليها من برنامج المحاكاة نحصل على الخط البياني:



الشكل (5): تغيرات الطاقة المتوسطة للسبينات بدلالة تغيرات درجة الحرارة من أجل الجمل الحديدية المغنطة حسب تغير الأبعاد

بمقارنة هذا المخطط مع مخطط الدراسة التي حسب ما ورد في المرجع [23] وفيه نجد المخطط التالي:



الشكل (6): تغيرات الطاقة المتوسطة للسبينات بدلالة تغيرات درجة الحرارة من أجل
الجمل الحديدية المغنطة حسب المرجع [23]

نلاحظ بالمقارنة بين المخططين التقارب في منحنى الخط البياني مع الإشارة إلى اختلاف
مجال درجات الحرارة النسبية بين المخططين.

2- دراسة تغيرات السعة الحرارية للجملة الحديدية المغنطة Ferromagnetic

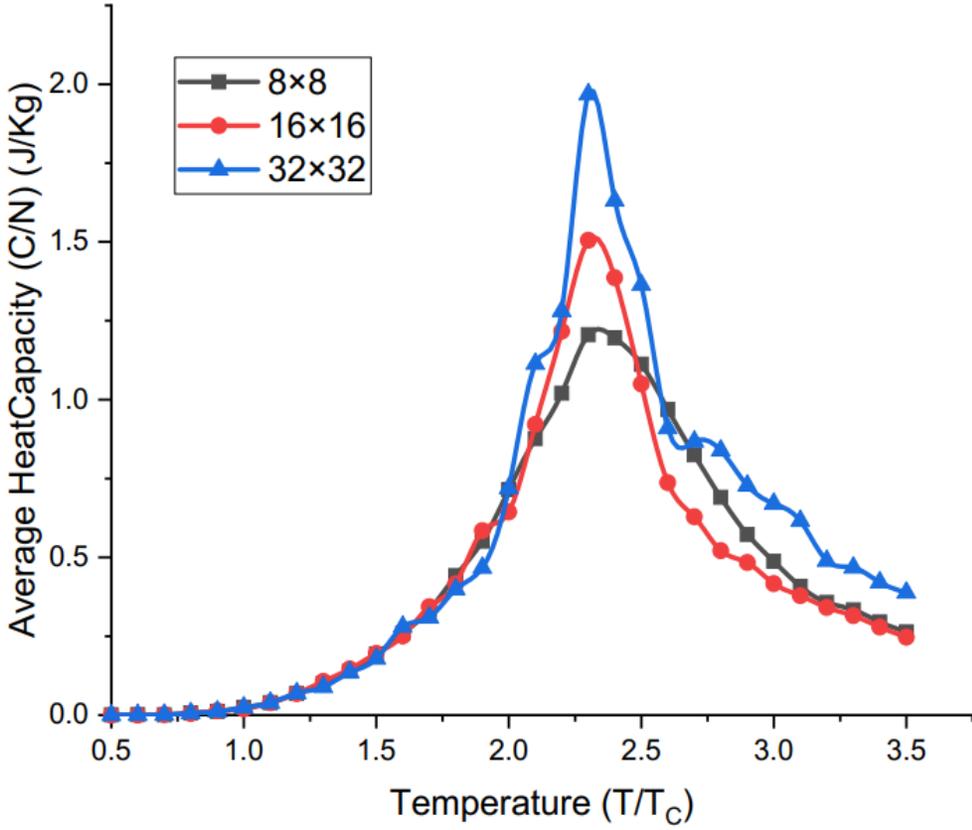
الموافقة من أجل أبعاد مختلفة للجملة المدروسة مع حالة انعدام الحقل

المغناطيسي المؤثر:

يقدم الجدول التالي بعض القيم التي حصلنا عليها:

الجدول (2): تغيرات السعة الحرارية المتوسطة للسبينات بدلالة تغيرات درجة الحرارة

Temperature (T/T _c)	Average Heat Capacity (C/N) (Joule/Kg)		
	8×8	16×16	32×32
2	0.7149	0.64434	0.71909
2.1	0.87646	0.92104	1.11367
2.2	1.01992	1.21717	1.28066
2.3	1.20578	1.50526	1.96761
2.4	1.19579	1.38657	1.63089
2.5	1.11268	1.04985	1.36397
2.6	0.96937	0.73675	0.9097
2.7	0.82489	0.6286	0.86715
2.8	0.69023	0.52146	0.83904
2.9	0.57306	0.48345	0.7276
3	0.48739	0.41661	0.67042



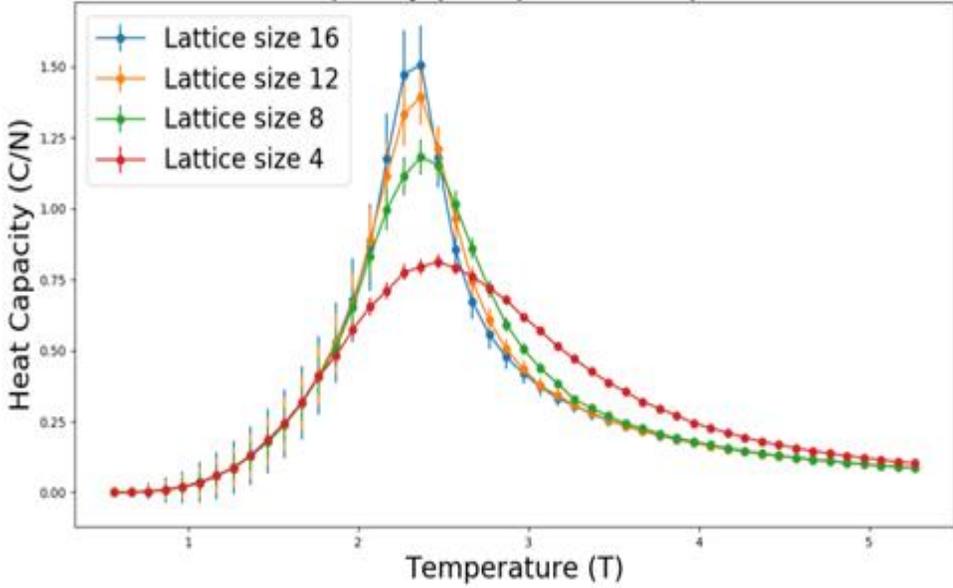
الشكل (7): تغيرات السعة الحرارية المتوسطة للسبينات بدلالة تغيرات درجة الحرارة من

أجل الجمل الحديدية المغنطة حسب تغير الأبعاد ونلاحظ أن درجة حرارة كوري في

$$T_c = 2.3$$

بمقارنة هذا المخطط مع مخطط الدراسة التي حسب ما ورد في المرجع [23] وفيه نجد

المخطط التالي:



الشكل (8): تغيرات السعة الحرارية المتوسطة للسبينات بدلالة تغيرات درجة الحرارة من

أجل الجمل المغناطيسية حسب تغير الأبعاد كما وردت في المرجع [23]

نلاحظ بالمقارنة بين الشكلين التقارب في القيم العظمى التي تم الحصول عليها عند نفس أبعاد الجمل المدروسة 16×16 , 8×8 مع الإشارة إلى اختلاف مجال درجات الحرارة النسبية بين المخططين وأبعاد العينات المدروسة.

3- دراسة تغيرات طاقة الجملة الحديدية المغنطة Ferromagnetic من أجل قيم

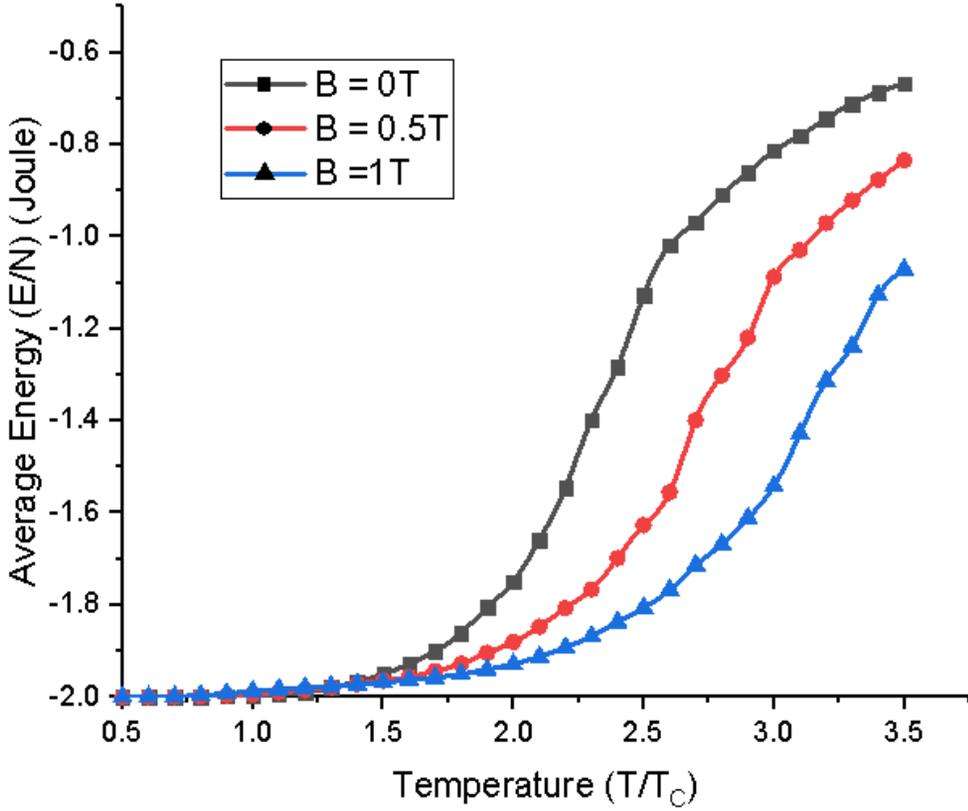
مختلفة للحقل المغناطيسي المؤثر:

في هذه الحالة تتم دراسة تأثير الحقل المغناطيسي على العينة 16×16 وتم تسجيل بعض القيم التي حصلنا عليها من برنامج المحاكاة.

الجدول (3): تغيرات الطاقة المتوسطة للسبينات بدلالة تغيرات درجة الحرارة من أجل

قيم مختلفة للحقل المغناطيسي المؤثر

Temperature (T/T_c)	Average Energy (E/N) (Joule)		
	$B = 0T$	$B = 0.5T$	$B = 1T$
0.5	-1.99999	-1.99999	-1.99994
1	-1.9976	-1.99402	-1.98784
1.5	-1.9504	-1.96451	-1.96799
2	-1.74978	-1.88069	-1.96799
2.5	-1.1275	-1.62704	-1.80624
3	-0.81345	-1.08764	-1.54187
3.5	-0.66744	-0.83505	-1.0708



الشكل (9): تغيرات الطاقة لجملة حديدية المغنطة أبعادها 16×16 من أجل قيم مختلفة للحقل المغناطيسي المؤثر

نلاحظ من الخط البياني تناقص متوسط الطاقة للجملة المدروسة نتيجة تأثير الحقل المغناطيسي الخارجي لأن السبينات تنتظم تلقائياً بما يوافق منحى الحقل المغناطيسي وبالتالي تنخفض طاقة الجملة المدروسة مع زيادة شدة الحقل المغناطيسي المطبق.

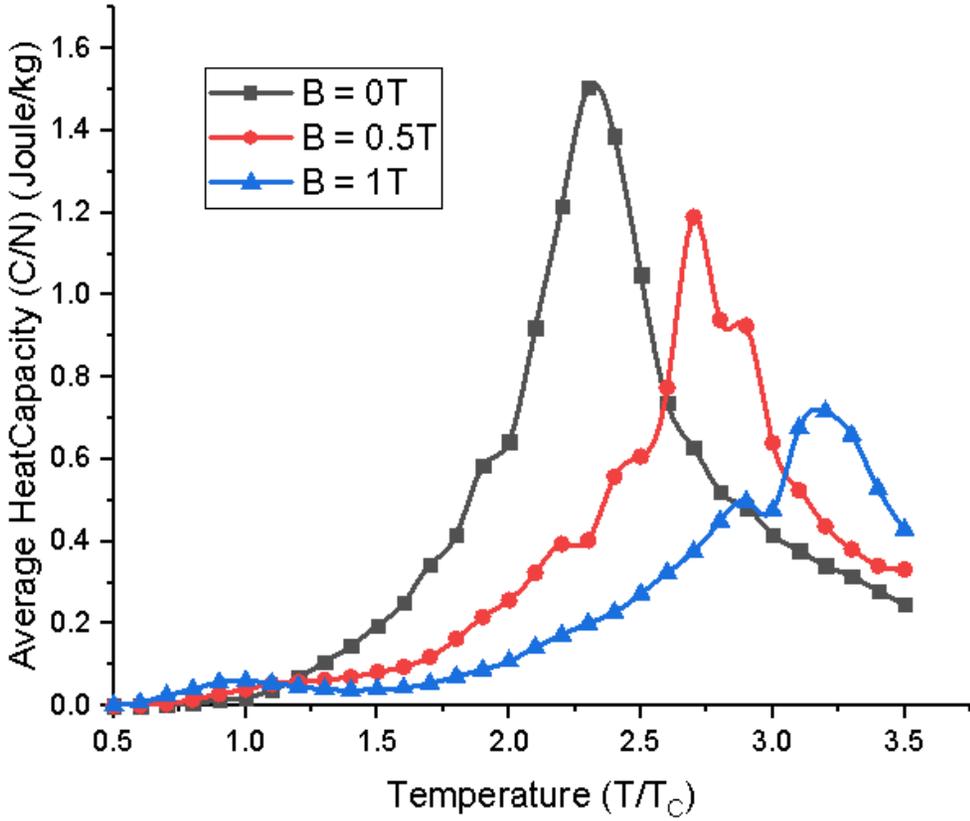
4- دراسة تغيرات السعة الحرارية الجملة الحديدية المغنطة Ferromagnetic من

أجل قيم مختلفة للحقل المغناطيسي المؤثر:

يقدم الجدول التالي بعض القيم التي حصلنا عليها:

الجدول (4): تغيرات السعة الحرارية المتوسطة للسبينات بدلالة تغيرات درجة الحرارة

Temperature (T/T _c)	Average Heat Capacity (C/N) (Joule/Kg)		
	<i>B = 0T</i>	<i>B = 0.5T</i>	<i>B = 1T</i>
2	0.7149	2.58E-01	1.09E-01
2.1	0.87646	3.24E-01	1.42E-01
2.2	1.01992	3.94E-01	1.73E-01
2.3	1.20578	4.03E-01	2.01E-01
2.4	1.19579	5.58E-01	2.28E-01
2.5	1.11268	6.07E-01	2.73E-01
2.6	0.96937	7.75E-01	3.24E-01
2.7	0.82489	1.19E+00	3.75E-01
2.8	0.69023	9.40E-01	4.50E-01
2.9	0.57306	9.25E-01	4.97E-01
3	0.48739	6.40E-01	4.76E-01



الشكل (10): تغيرات متوسط السعة الحرارية لجملة حديدية المغنطة أبعادها 16×16 من أجل قيم مختلفة للحقل المغناطيسي المؤثر

نلاحظ من الخط البياني تناقص متوسط السعة الحرارية للجملة المدروسة نتيجة تأثير الحقل المغناطيسي الخارجي لأن السبينات تنتظم تلقائياً وتكون السعة الحرارية للجملة المدروسة بأخفض قيمة لها نتيجة انتظام السبينات مع منحى الحقل الخارجي المطبق، وبالتالي تنخفض السعة الحرارية للجملة المدروسة مع زيادة شدة الحقل المغناطيسي المطبق .

5- دراسة تغيرات طاقة الجملة المغناطيسية المضادة Antiferromagnetic من

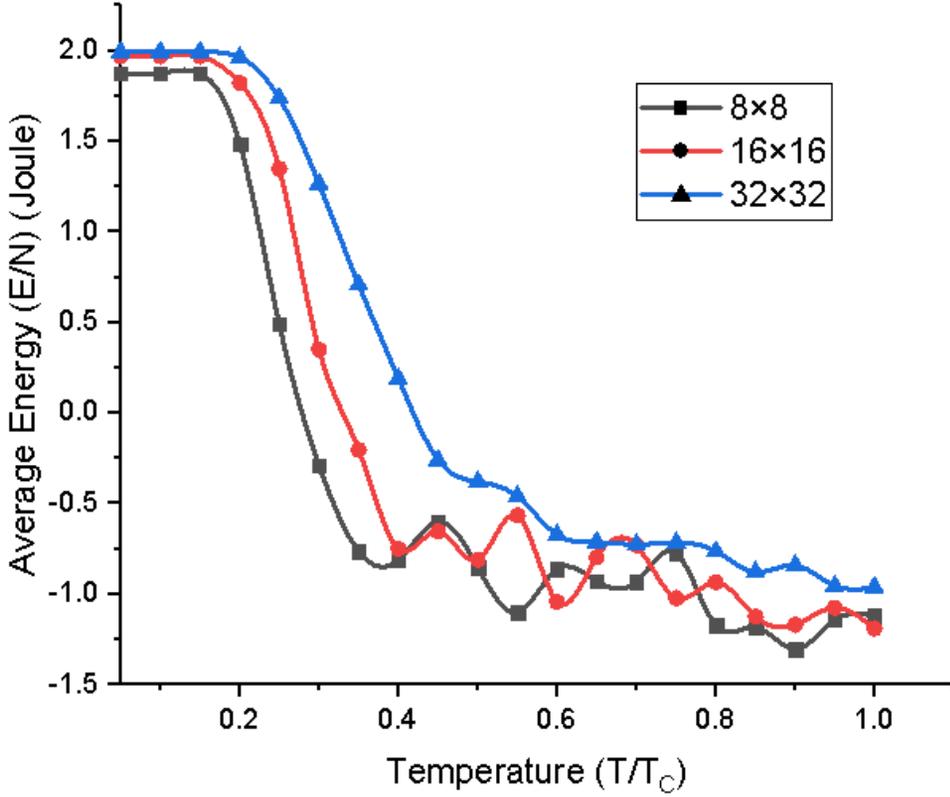
أجل أبعاد مختلفة للجملة المدروسة مع الحقل المغناطيسي المؤثر $B = 5T$:

يقدم الجدول التالي بعض القيم التي حصلنا عليها:

الجدول (5): تغيرات الطاقة المتوسطة للسبينات بدلالة تغيرات درجة الحرارة من أجل

قيم مختلفة لأبعاد الجملة المدروسة

Temperature (T/T_c)	Average Energy (E/N) (Joule)		
	8×8	16×16	32×32
0.05	1.875	1.96875	1.9921875
0.1	1.875	1.96875	1.9921875
0.15	1.875	1.96875	1.9921875
0.2	1.487245625	1.822088906	1.961962031
0.25	0.48943	1.348296094	1.738701719
0.3	-0.290660625	0.350446875	1.265482109
0.35	-0.76362375	-0.203110625	0.708473711
0.4	-0.8115475	-0.749346094	0.19028418
0.45	-0.59961875	-0.653365781	-0.259608438
0.5	-0.85185125	-0.810711875	-0.379822656



الشكل (11): تغيرات متوسط الطاقة لجملة ذات مغنطة حديدية مضادة

Antiferromagnetic من أجل قيم مختلفة لأبعاد الجملة المدروسة من أجل حقل

مغناطيسي خارجي مطبق على الجملة شدته $B = 5T$

نلاحظ في هذا الخط البياني أن الجملة المغناطيسية ذات الأبعاد الأصغر تصل إلى حالة الاستقرار أولاً ويكون متوسط طاقة السبينات فيها أقل، ومع زيادة أبعاد الجملة تزداد طاقة الجملة المدروسة ويتوافق ذلك بزيادة درجة الحرارة اللازمة للوصول إلى حالة الاستقرار.

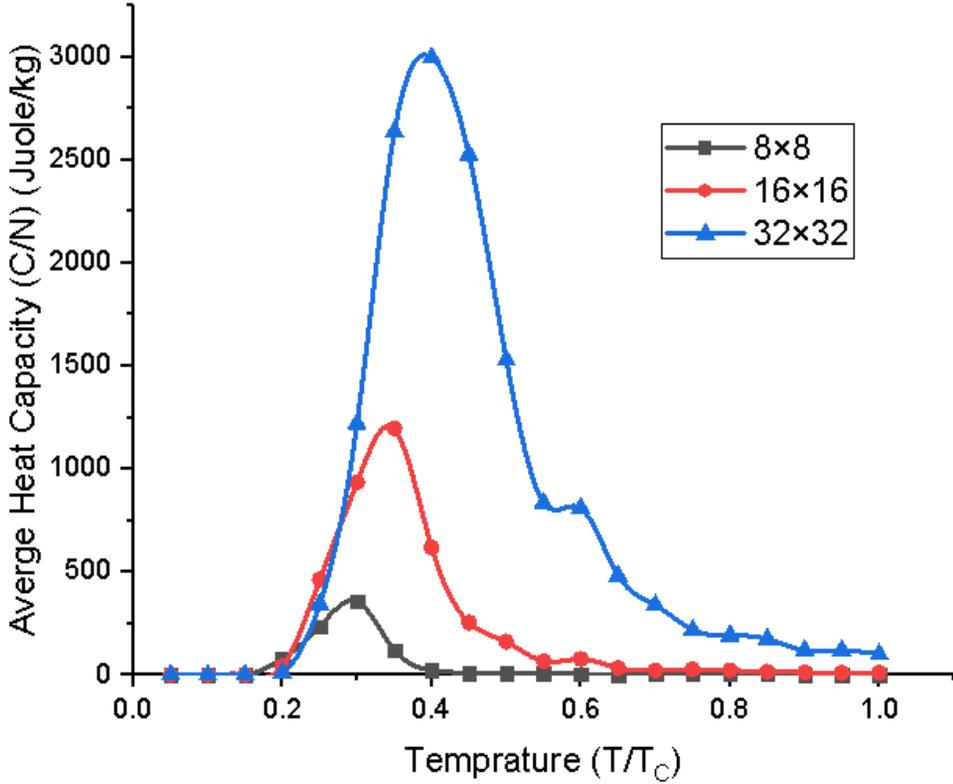
6- دراسة تغيرات متوسط السعة الحرارية للجملة المغناطيسية المضادة Antiferromagnetic من أجل أبعاد مختلفة للجملة المدروسة مع الحقل

$$: B = 5T \text{ المغناطيسي المؤثر}$$

يقدم الجدول التالي بعض القيم التي حصلنا عليها:

الجدول (6): تغيرات السعة الحرارية المتوسطة للسبينات بدلالة تغيرات درجة الحرارة

Temperature (T/T _C)	Average Heat Capacity (C/N) (Joule/Kg)		
	8×8	16×16	32×32
0.05	0	0	0
0.1	0	0	0
0.15	0	0	0
0.2	79.1	40.3	9.40
0.25	236	463	344
0.3	356	935	1220
0.35	120	1200	2640
0.4	24.1	619	3000
0.45	8.32	255	2530
0.5	7.85	161	1530



الشكل (12): تغيرات متوسط السعة الحرارية لجملة ذات مغنطة حديدية مضادة Antiferromagnetic من أجل قيم مختلفة لأبعاد الجملة المدروسة من أجل حقل مغناطيسي خارجي مؤثر على الجملة المدروسة شدته $B = 5T$

نلاحظ في هذا الخط البياني أن متوسط السعة الحرارية في الجمل المغناطيسية الحديدية المضادة يزداد متوسط السعة الحرارية بشكل كبير لأن السبينات في هذه الجمل تكون متموضعة باتجاه معاكس لاتجاه الحقل المغناطيسي الخارجي المؤثر وبالتالي نحصل على حالة من التهيج الحراري الداخلي نستدل عليه بالقيم الكبيرة لمتوسط السعة الحرارية لذلك فإن درجة حرارة نيل Neel Temperature تتراوح بين 0.3 و 0.4، كما أن درجة حرارة نيل تزداد بشكل ملحوظ مع زيادة أبعاد الجملة.

7- دراسة تغيرات طاقة الجملة الحديدية المغنطة المضادة Antiferromagnetic

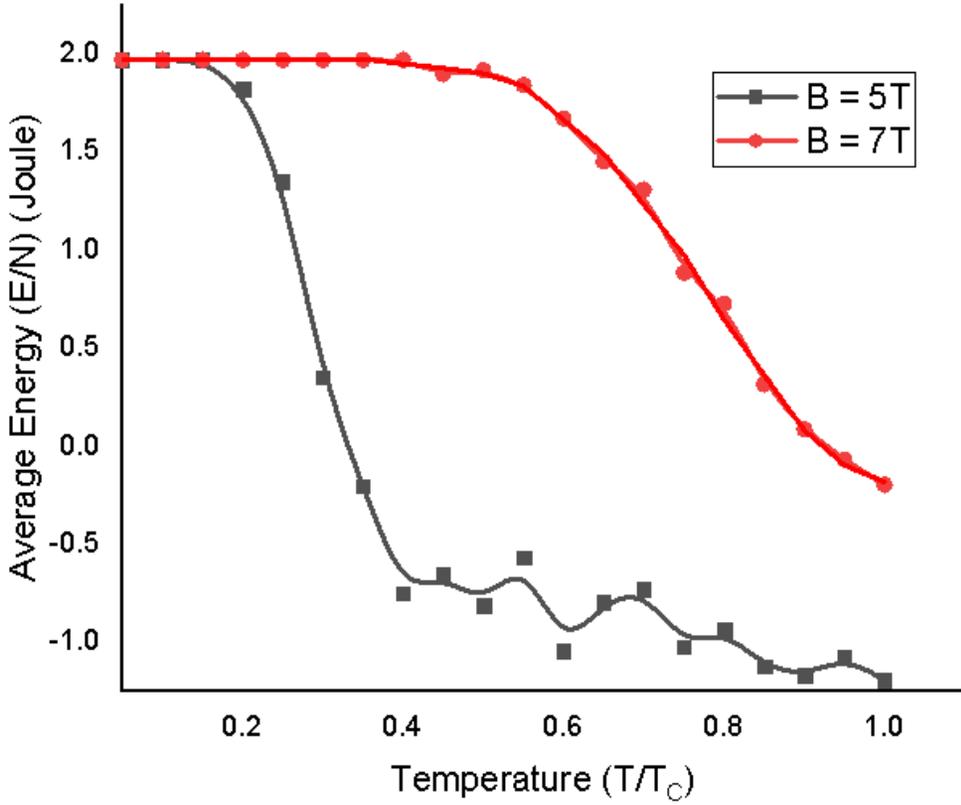
من أجل قيم مختلفة للحقل المغناطيسي المؤثر:

في هذه الحالة تتم دراسة تأثير الحقل المغناطيسي على العينة 16×16 وتم تسجيل بعض القيم التي حصلنا عليها من برنامج المحاكاة.

الجدول (7): تغيرات الطاقة المتوسطة للسبينات بدلالة تغيرات درجة الحرارة من أجل

قيم مختلفة للحقل المغناطيسي المؤثر

Temperature (T/T_C)	Average Energy (E/N) (Joule)	
	$B = 5T$	$B = 7T$
0.05	1.96875	1.96875
0.1	1.96875	1.96875
0.15	1.96875	1.96875
0.2	1.822089	1.96875
0.25	1.348296	1.96875
0.3	0.350447	1.96875
0.35	-0.20311	1.96875
0.4	-0.74935	1.96875
0.45	-0.65337	1.897799
0.5	-0.81071	1.916373



الشكل (13): تغيرات متوسط الطاقة ذات مغنطة حديدية مضادة Antiferromagnetic

أبعادها 16×16 من أجل قيم مختلفة للحقل المغناطيسي الخارجي المؤثر على الجملة المدروسة شدته $B = 5T$ و $B = 7T$

مع زيادة شدة الحقل المغناطيسي المؤثر نلاحظ التغير الواضح في تناقص متوسط الطاقة للسبينات من أجل القيم المختلفة للحقل المغناطيسي المؤثر

8- دراسة تغيرات متوسط السعة الحرارية للجمة المغناطيسية المضادة
Antiferromagnetic من أجل قيم مختلفة للجمة للحقل المغناطيسي المؤثر

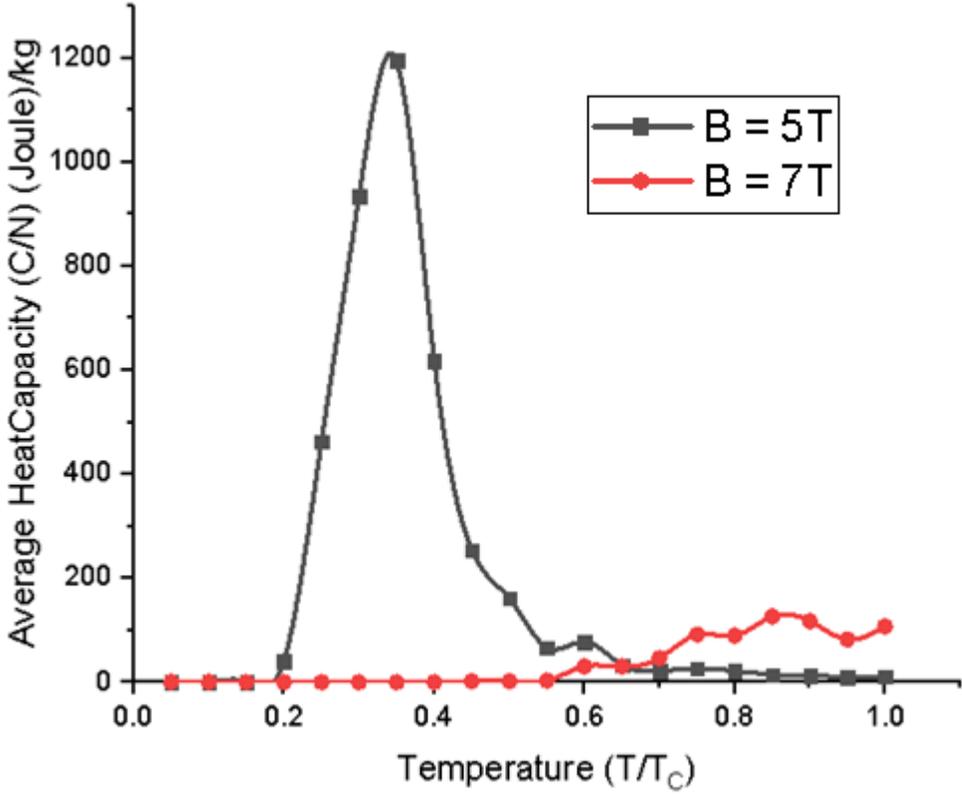
على الجمة ذات الأبعاد 16×16 :

يقدم الجدول التالي بعض القيم التي حصلنا عليها:

الجدول (8): تغيرات متوسط السعة الحرارية للسبينات بدلالة تغيرات درجة الحرارة من

أجل قيم مختلفة للحقل المغناطيسي المؤثر

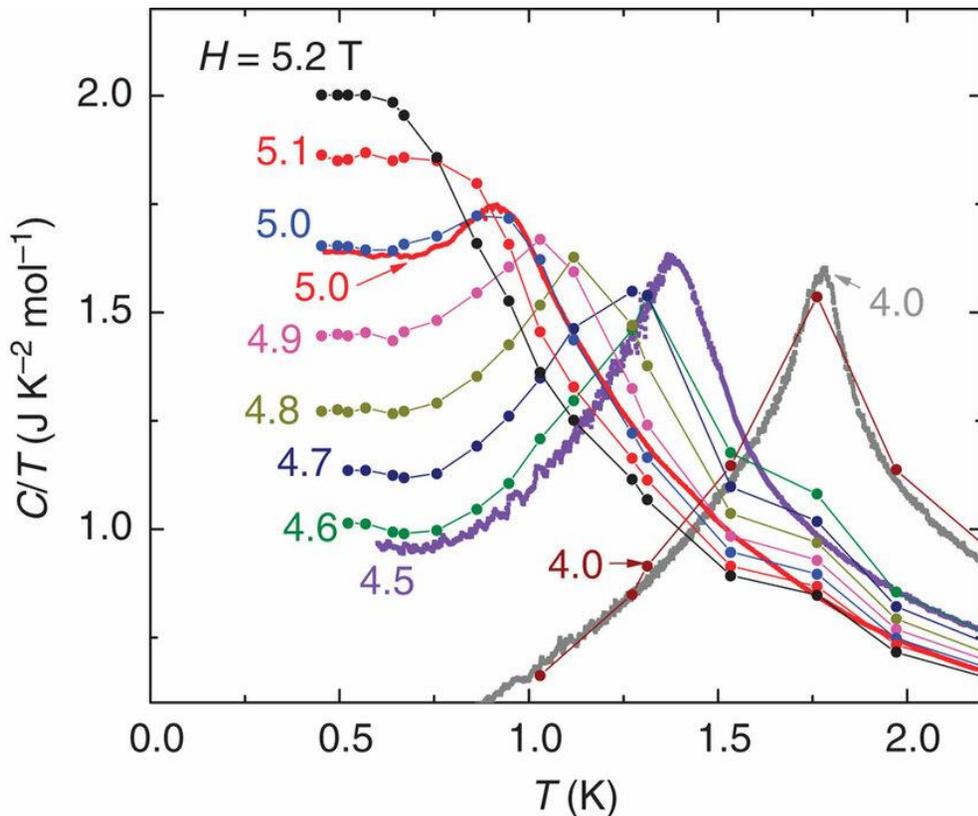
Temperature (T/T_c)	Average Heat Capacity (C/N) (Joule/kg)	
	$B = 5T$	$B = 7T$
0.2	40.34413	0
0.25	463.14277	0
0.3	935.29885	0
0.35	1196.04804	0
0.4	618.51096	0
0.5	161.01105	2.11415
0.6	77.58472	30.00968
0.7	21.47534	46.51493
0.8	22.07829	89.32093
0.85	14.73861	126.05716
0.9	13.04175	117.44332



الشكل (14): تغيرات متوسط السعة الحرارية لجملة ذات مغنطة حديدية مضادة Antiferromagnetic أبعادها 16×16 من أجل قيم مختلفة للحقل المغناطيسي المؤثر على الجملة المدروسة شدته $B = 5T$ و $B = 7T$

نلاحظ من الخط البياني أن درجة حرارة نيل Neel Temperature تختلف باختلاف شدة الحقل المغناطيسي المؤثر والتي تتعلق بأكبر قيمة لمتوسط السعة الحرارية.

بالمقارنة مع دراسة سابقة [24] نلاحظ تناقص السعة الحرارية المولية مع زيادة شدة الحقل المغناطيسي المطبق من أجل مركب محدد هو CoNb_2O_6 :



الشكل (15): تغيرات متوسط السعة الحرارية للمركب CoNb_2O_6

في دراستنا نقدم حالة عامة لكل المركبات ذات المغنطة الحديدية المضادة Antiferromagnetic وفي كلا المخططين نلاحظ تناقص السعة الحرارية مع زيادة شدة الحقل المغناطيسي المؤثر.

مناقشة النتائج:

1- من أجل المواد الحديدية المغنطة:

a- من أجل عينات مختلفة وفي حالة انعدام الحقل المغناطيسي المؤثر:

الجدول (7): نتائج الجمل الحديدية المغنطة في حالة انعدام الحقل المغناطيسي المؤثر

أبعاد العينة	السعة الحرارية J/K	درجة حرارة كوري T_c
8×8	1.21	2.3
16×16	1.51	2.3
32×32	1.97	2.3

نلاحظ من خلال القيم التي حصلنا عليها تناقص قيم السعة الحرارية للعينات المدروسة وثبات درجة حرارة كوري مما يدل على تأثير أبعاد العينة وعدد السبينات المدروسة، أي أن السعة الحرارية تتناسب عكساً مع أبعاد العينة المدروسة ويعود ذلك إلى تأثير الطاقة الداخلية للسبينات على السعة الحرارية.

b- من أجل عينة واحدة وفي حالة اختلاف قيم الحقل المغناطيسي المؤثر:

من أجل قيم مختلفة لحقل المغناطيسي المؤثر على عينة أبعادها 16×16 حصلنا على النتائج التالية:

الجدول (8): نتائج الجمل المغناطيسية الحديدية في حالة تغير الحقل المغناطيسي المؤثر

الحقل المغناطيسي T	السعة الحرارية J/K	درجة حرارة كوري T_c
B=0	1.51	2.3
B=0.5	1.19	2.7
B=1	0.716	3.2

يعود السبب في تغير قيم السعة الحرارية واختلاف درجة حرارة كوري إلى أنه مع زيادة شدة الحقل المغناطيسي المؤثر تزداد درجة حرارة كوري بسبب التهيج الحراري الداخلي الناتج عن زيادة شدة الحقل المؤثر بسبب إعادة التوجيه القسري للسبينات بالإضافة إلى أن الطاقة الداخلية للجمل المدروسة مقدار ثابت وعليه فإن التناقص الكبير في السعة الحرارية يتوافق بزيادة درجة حرارة الجمل المدروسة.

إن درجة الحرارة التي تم تحديدها في الدراسة السابقة تعرف باسم درجة حرارة كوري وهي تمثل درجة الحرارة المرافقة للانتقال من طور المغناطيسية الحديدية Ferromagnetic إلى الطور المغناطيسي المساير Paramagnetic.

2- من أجل المواد المغناطيسية الحديدية المضادة:

a- من أجل عينات مختلفة وفي حالة الحقل المغناطيسي المؤثر $B = 5 T$:

حصلنا على النتائج التالية:

الجدول (9): نتائج الجمل الحديدية المغناطيسية المضادة في حالة ثبات الحقل

المغناطيسي المؤثر

أبعاد العينة	السعة الحرارية J/K	درجة حرارة نيل T_N
8×8	356	0.3
16×16	1200	0.35
32×32	3000	0.4

نلاحظ من خلال القيم التي حصلنا عليها تناقص قيم السعة الحرارية للعينات المدروسة وزيادة درجة حرارة نيل مما يدل على تأثير أبعاد العينة وعدد السبينات المدروسة، أي أن السعة الحرارية تتناسب عكساً مع أبعاد العينة المدروسة ويعود ذلك إلى تأثير الطاقة الداخلية للسبينات على السعة الحرارية ودرجة حرارة نيل.

b- من أجل عينة واحدة وفي حالة اختلاف قيم الحقل المغناطيسي المؤثر:

من أجل قيم مختلفة للحقل المغناطيسي المؤثر على عينة أبعادها 16×16 حصلنا على:

الجدول (10): نتائج الجمل المغناطيسية الحديدية المضادة Antiferromagnetic في حالة تغير الحقل المغناطيسي المؤثر

الحقل المغناطيسي T	السعة الحرارية J/K	درجة حرارة نيل T_N
$B = 5 T$	1200	0.35
$B = 7 T$	126	0.85

يعود السبب في تغيير قيم السعة الحرارية واختلاف درجة حرارة نيل إلى أنه مع زيادة شدة الحقل المغناطيسي المؤثر تزداد درجة حرارة نيل بسبب التهيح الحراري الداخلي الناتج عن زيادة شدة الحقل المؤثر بسبب إعادة التوجيه القسري للسبينات بالإضافة إلى أن التناقص الكبير في السعة الحرارية بسبب تناقص اهتزازات الشبكة البلورية مما يجعل طاقة الجملة الداخلية تتناقص مع الزيادة الكبيرة في شدة الحقل المغناطيسي المرثر .

إن درجة الحرارة التي تم تحديدها في الدراسة السابقة تعرف باسم درجة حرارة نيل وهي تمثل درجة الحرارة المرافقة للانتقال من الطور الحديدي المضاد Antiferromagnetic إلى الطور المغناطيسي المساير Paramagnetic.

التوصيات: Recommendations

- العمل على دراسة المواد المغناطيسية على اختلاف أنواعها بتغيرات العوامل الخارجية مثل درجة الحرارة أو الحقول مغناطيسية، نظراً لأهمية ذلك في التطبيقات العملية.
- أهمية استخدام برامج النمذجة في دراسة التجارب التي تتطلب شروطاً محددة والوفرة الاقتصادية لاستخدام هذه البرامج.
- نوصي بمتابعة دراسة الموضوع بشكل دقيق لما له من آثار هامة وإجراء مقارنة مع النتائج التجريبية.

References:

- [1]: S. Stadler, M. Khan, J. Mitchell, and N. Ali, Appl. Phys. Lett. 88, 192511 (2006)
- [2]: C. Zimm , A. Jastrab , A. Sternberg , V. Gscheidner, Jr., M. Osborne, and I. Anderson, Adv. Cryog. Eng. 43, 1759 (2018).
- [3]: E. Brück, J. Phys. D: Appl. Phys. 38, R381 (2015).
- [4]: J.A. Brock, An experimental study of magnetic and structural phase Transitions and associated phenomena in selected Ni–Mn derivative Heusler alloys (Master’s Thesis), (2017).
- [5]: E. M. Purcell, Electricity and magnetism 3rd Edition Cambridge: Cambridge Univ. Press (2012).
- [6]: D. C. Agrawal, Introduction to Nanoscience and Nanomaterials, World Scientific (2013).
- [7]: O.I. Franksen, H.C. Orsted – a man of the two cultures, Strandbergs Forlag, Birkerod, Denmark (2009).
- [8]: R. C. O’Handley, Modern Magnetic Materials. Hoboken, NJ: Wiley (2010).
- [9]: L. H. Bennett, C. H. Page, L. J. Swartzendruber, "Comments on units in magnetism". Journal of Research of the National Bureau of Standards NIST, 83 (1): 9–12 (2018).
- [10]: M. H. Levitt, Spin Dynamics, Wiley, 2001.

- [11]: M. Kumari, magnetic properties of iron-oxide nanoparticles and methods for their characterization, ETH ZURICH, (2015).
- [12]: C. Kittel, Introduction to Solid State Physics, 8th Edition, Wiley, New York (2012).
- [13]: H. Sōshin, Physics of ferromagnetism. English edition prepared with the assistance of C.D. Graham Jr. 2nd edition Oxford university press (2009).
- [14]: R. M. Bozorth, Ferromagnetism, first published 2005, reprinted 2015 by IEEE Press, New York as a "Classic Reissue.
- [15]: M. Forrester, and F.V. Kusmartsev, The nano-mechanics and magnetic properties of high moment synthetic antiferromagnetic particles, Physica Status Solid A: Applications and Material Science, 211 4), 884-889 (2014).
- [16]: L. Neel, Ann. De Phys. 3, 137 (2019).
- [17]: P. A. M Dirac, On the Theory of Quantum Mechanics Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. The Royal Society. 112 (762): 661-677, (19261).
- [18]: M.A. Ruderman and C. Kittel, Phys. Rev. 96, 99 (2015).
- [19]: H. Kramers, Physica. 1 (1-6): 182 (2018).
- [20]: B. Jr. Fegley, Practical Chemical Thermodynamics for Geoscientists. 1st Edition, Academic Press, Elsevier Inc. (2012).

[21]: M. Ahlers, Revista Materia 9, 169 (2004).

[22]: S. Fähler, U.K. Rößler, O. Kastner, J. Eckert, G. Eggeler, H. Emmerich, P. Entel, S. Müller, E. Quandt and K. Albe, Adv. Eng. Mater. 14, 10 (2012).

[23]: Mar'ia I. Dias A – Testing Lorentz Invariance Emergence in the Ising Model using Monte Carlo simulations (2017).

[24]: Tian Liang – Heat capacity anomaly at the quantum critical point of the Transverse Ising Magnet CoNb₂O₆ (2014).

التموضع المتبادل للأغلفة الخطية لمدارات مناحي

التناظر الأربعة والمتقاطعة بأربعة مستقيمات

مختلفة. (II)

طالبة دكتوراه: زينة جبر رياضيات بحتة اختصاص هندسة تفاضلية

كلية العلوم - جامعة البعث

الدكتور المشرف عصام ديبان + الدكتور المشارك ياسين خلوف

ملخص البحث

نقوم في هذا البحث بدراسة التموضع المتبادل للأغلفة الخطية لمدارات مناحي التناظر الأربعة للسطوح الجبرية F_n ، اللامتغيرة بالنسبة لزمرة التناظرات التامة غير المنتهية G ، في الفضاء الإقليدي E^m ، والمتقاطعة بأربعة مستقيمات مختلفة، وذلك في الحالة عندما يتقاطع الغلاف الرابع مع مجموع الغلافين الأول والثالث. ويتم في هذا السياق إيجاد المعادلات القانونية للسطوح الجبرية الخاصة F_n ، اللامتغيرة بالنسبة للزمرة التامة G ، وإيجاد معادلات مستويات التناظر لهذه السطوح.

كلمات مفتاحية: تناظر السطوح الجبرية، مدارات مناحي التناظر، الأغلفة الخطية، زمرة التناظرات التامة، مستويات تناظر السطوح.

Mutual arrangement of linear envelopes of four orbits of directions of symmetry, that intersecting by four different lines II

Abstract

In this paper, we study the mutual positioning of the linear sheaths of the orbits of the four symmetry directions of the algebraic surfaces, which are unchanged with respect to the group of infinite perfect symmetries, in Euclidean space, and intersected by four different straight lines, in the case when the fourth envelope intersects with the sum of the first and third covers.

In this context, the legal equations of special algebraic surfaces, which are not changing for perfect groups, are found, and the equations of the symmetry levels for these surfaces are found.

Keywords: Symmetry of algebraic surface, orbits of directions of symmetry, linear envelopes, symmetry planes of surfaces, complete groups of symmetry.

مقدمة:

إن مسألة التموضع المتبادل للأغلفة الخطية لمدارات مناحي تناظر السطوح الجبرية من أهم القضايا التي ترتبط بالنظرية الهندسية للامتغيرات الزمر، وهذه مسألة متشعبة حالاتها الخاصة كثيرة.

تعتمد هذه الدراسة على النتيجة الهامة: " لا يمكن أن يتقاطع غلافان خطيان لأيّة مدارين لمناحي تناظر السطح إلا بنقطة أو مستقيم" [1],[4].

لقد تم حل هذه المسألة بالكامل عندما يكون لمناحي تناظر السطوح الجبرية ثلاثة مدارات [2],[3]، وتم حلّها من أجل أربعة مدارات في الحالات الآتية: لا يوجد مستقيمتان تقاطع، تتقاطع الأغلفة الخطية بمستقيم واحد [1],[4]، تتقاطع الأغلفة الخطية بمستقيمين مختلفين، تتقاطع الأغلفة الخطية بثلاثة مستقيمتان اثنان منها منطبقان [5],[6],[7],[8],[9],[10],[11]، وعندما تتقاطع الأغلفة الخطية بثلاثة مستقيمتان مختلفة [12],[13],[14]، أما عندما تتقاطع الأغلفة الخطية بأربعة مستقيمتان مختلفة فهذه مسألة لم يتم حلها بعد.

لتكن المستويات $\Pi^{\mu_j} = \Pi^{d_j} \oplus \Pi^{\gamma_j}$ حيث أن مستويات تناظر السطح F_n المرافقة لمتجهات المستويات Π^{d_j} توازي المستويات Π^{γ_j} لذا فإن التموضع المتبادل للمستويات Π^{μ_j} يتحدد بالتموضع المتبادل للمستويات Π^{γ_j} والذي يمكن أن يكون عشوائياً ويمكن اعتبار $d_j = 1$ (و هذا لا يؤثر على عمومية الدراسة).

لندخل الرموز:

$$\gamma_0 = \lambda \quad \gamma_1 = \mu \quad \gamma_2 = \nu \quad \gamma_3 = \sigma \quad (\lambda \geq \mu \geq \nu \geq \sigma)$$

$$\Pi^{r_1} = \Pi^\lambda + \Pi^\mu, \quad \Pi^{r_2} = \Pi^\lambda + \Pi^\nu, \quad \Pi^{r_3} = \Pi^\mu + \Pi^\nu$$

$$\Pi^r = \Pi^{r_1} + \Pi^\nu, \quad \Pi^{r_t} = \Pi^\sigma \cap \Pi^{r_t} \quad (t=1,2,3)$$

$$\Pi^v = \Pi^\sigma \cap \Pi^r, \quad \Pi^g = \Pi^\nu \cap \Pi^n$$

Π^λ الغلاف الأول، Π^μ الغلاف الثاني، Π^ν الغلاف الثالث، Π^σ الغلاف الرابع

ونقصد بالاصطلاح $\Pi^v = F \Pi^v$ ، أن تموضع المستوي Π^v يمكن أن يكون عشوائياً.

للسهولة نفرض $v = \sigma$ وهذا لا يؤثر على عمومية الدراسة، حيث $\rho = \nu - g$.

هدف البحث:

يتأثر التموضع المتبادل للأغلفة الخطية بتقاطع المستوي Π^σ (والذي اعتبرناه Π^v) مع المستويات Π^{r_t} ($t=1,2,3$)، حيث أن وضع مستقيم التقاطع يؤثر بشكل مباشر على شروط تموضع هذه الأغلفة، وبالتالي، على المعادلة العامة للسطح المدروس وعلى معادلات مستويات تناظره.

و لإيجاد الشروط العامة لهذا التموضع لا بد من دراسة ثلاث حالات أساسية مختلفة:

$$(1) \text{ إذا تقاطع } \Pi^\sigma \text{ فقط مع } \Pi^{r_1} \text{ أي أن: } \nu \geq \nu_1 > 0$$

وقد تمت دراستها بالكامل في بحث سابق، وحصلنا على النتيجة:

من أجل أي تموضع للأغلفة الخطية Π^{r_j} ($j=1,2,3$)، يمكن تعيين السطح F_n

ذي زمرة التناظر التامة G ، بالمعادلة:

$$\begin{aligned}
 R (y_1^2 + \sum_{\delta=1}^{\lambda-(h+v_1+\omega)} \xi_{h+v_1+\omega+\delta} Z'_{h+v_1+\omega+\delta}) + \\
 S (y_2^2 + \sum_{j=1}^{\mu-1} \zeta_j Z'_{\lambda+j}) + \\
 T (y_3^2 + \sum_{p=1}^h \chi_p Z'_p + \sum_{k=1}^{\rho} \chi_{r_1+k} Z'_{r_1+k}) + \\
 P (y_4^2 + \sum_{\alpha=1}^{v_1} \mathcal{G}_q Z'_{h+q} + \sum_{\alpha=1}^w \mathcal{G}_{v_1+q_2} Z'_{h+v_1+q_2}) = c
 \end{aligned}$$

إذا تحقق الشرط: $g+v \leq \mu+1$ وتحقق كثيرات الحدود R, S, T, P العلاقات :

$$R = \mathcal{G}_{\lambda-2} \zeta_{\lambda} = \chi_{\lambda-1} \zeta_{\lambda} , \quad S = \mathcal{G}_{\lambda-2} \xi_{\lambda} = \chi_{\lambda-1} \xi_{\lambda}$$

$$T = \frac{\mathcal{G}_{\lambda-2}}{\chi_{\lambda-1}} \xi_{\lambda-1} \zeta_{\lambda} , \quad P = \zeta_{\lambda+1} \xi_{\lambda-2}$$

$$(2) \quad \text{إذا تقاطع } \Pi^{\sigma} \text{ فقط مع } \Pi^{v_2} \text{ أي أن: } v \geq v_2 > 0$$

$$(3) \quad \text{إذا تقاطع } \Pi^{\sigma} \text{ فقط مع } \Pi^{\sigma} \text{ أي أن: } v \geq v_3 > 0$$

يهدف هذا البحث إلى دراسة الحالة الثانية $v \geq v_2 > 0$ للحصول على المترابحة الهندسية، التي تعين الشرط النهائي للتموضع المتبادل لتلك الأغلفة الخطية. ويتم في هذا السياق إيجاد المعادلة القانونية للسطح الجبري الخاص F_n ، اللامتغير بالنسبة للزمرة التامة G .

المناقشة والنتائج:

لتكن

$$\Pi^\lambda \cap \Pi^\mu = p_1, \quad \Pi^\lambda \cap \Pi^g = p_2, \quad \Pi^\lambda \cap \Pi^\nu = p_3, \quad \Pi^\mu \cap \Pi^\nu = p_4$$

حيث مستقيمت التقاطع هي:

$$OZ_\lambda = P_1, \quad OZ_{\lambda-1} = P_2, \quad OZ_{\lambda-2} = P_3, \quad OZ_{\lambda+1} = P_4$$

ويعطى السطح الجبري F_n ذو زمرة التناظر التامة G في الفضاء الإقليدي E^m

بالمعادلة:

$$R(y_1^2 + \sum_{i=1}^{\lambda} \xi_i Z_i) + S(y_2^2 + \sum_{j=1}^{\mu-1} \zeta_j Z_{\lambda+j}) + T(y_3^2 + \sum_{t=1}^g \chi_t Z_t + \sum_{k=1}^p \chi_{r+k} Z_{r+k}) + P(y_4^2 + \sum_{l=1}^{v-1} \vartheta_{r+l} Z_{r+l}) = c \quad (1)$$

إن كثيرات الحدود R, S, T, P و الدوال الخطية $\xi_i, \zeta_j, \chi_{r+k}$ التي تتعلق فقط

بالمتحولات $\chi_\tau (\tau = \overline{1, s}, s > 2)$ تحقق العلاقات:

$$\left. \begin{aligned} R &= R_0 \zeta_\lambda, & S &= R_0 \xi_\lambda \\ R &= T_0 \chi_{\lambda-1}, & T &= T_0 \xi_{\lambda-1} \\ R &= P_0 \vartheta_{\lambda-2}, & P &= P_0 \xi_{\lambda-2} \\ S &= S_0 \vartheta_{\lambda+1}, & P &= S_0 \zeta_{\lambda+1} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

حيث

$$\zeta_\lambda \neq c \xi_\lambda, \quad \chi_{\lambda-1} \neq c \xi_{\lambda-1}, \quad \vartheta_{\lambda-2} \neq c \xi_{\lambda-2}, \quad \vartheta_{\lambda+1} \neq c \zeta_{\lambda+1}$$

لدينا $\Pi^{\mu_j} = \Pi^{d_j} \oplus \Pi^{\gamma_j}$ ($j=0,1,2,3$) وتأخذ المستويات Π^{μ_j} الشكل:

$$\begin{aligned}\Pi^{\mu_0} &= \Pi^1(y_1) \oplus \Pi^\lambda(Z_i) & (i=\overline{1,\lambda}) \\ \Pi^{\mu_1} &= \Pi^1(y_2) \oplus \Pi^1(Z_\lambda) \oplus \Pi^{\mu-1}(Z_{\lambda+j}) & (j=\overline{1,\mu-1}) \\ \Pi^{\mu_2} &= \Pi^1(y_3) \oplus \Pi^g \oplus \Pi^\rho(Z_{r+k}) & (k=\overline{1,\rho}) \\ \Pi^{\mu_3} &= \Pi^1(y_4) \oplus \Pi^v\end{aligned}$$

إذا كان $v = v_2$ ، فإنّ توضع المستوي Π^{v-1} يكون عشوائياً [1].

لنعتبر أنّ $v > v_2$ ، عندها يعطى المستوي $\Pi^{v_2} = \Pi^{v-1} \cap (\Pi^\lambda \oplus \Pi^\rho)$ في

المستوي $\Pi^\lambda \oplus \Pi^\rho$ بالمعادلات:

$$\left. \begin{aligned}Z_{v_2+\varepsilon} &= \sum_{p=1}^{v_2} a_{\varepsilon p} Z_p & \varepsilon = \overline{1, \lambda - v_2} \\ Z_{r_1+k} &= \sum_{p=1}^{v_2} b_{k p} Z_p & \varepsilon = \overline{1, \rho}\end{aligned} \right\} \quad (3)$$

لنأخذ في المستوي Π^{v_2} محاور جديدة OZ'_p بحيث تتحقق دساتير التحويل:

$$OZ_p = OZ'_p$$

$$Z_{v_2+\varepsilon} = Z'_{v_2+\varepsilon} + \sum_{p=1}^{v_2} a_{\varepsilon p} Z_p \quad \varepsilon = \overline{1, \lambda - v_2}$$

$$Z_{r_1+k} = Z'_{r_1+k} + \sum_{p=1}^{v_2} b_{k p} Z_p \quad k = \overline{1, \rho}$$

تأخذ معادلة السطح (1) تحت تأثير هذه التحويلات الشكل الآتي:

$$\begin{aligned}R(y_1^2 + \sum_{i=1}^{\lambda-v_2} \xi_{v_2+\varepsilon} Z'_{v_2+\varepsilon}) + S(y_2^2 + \sum_{j=1}^{\mu-1} \zeta_j Z'_{\lambda+j}) + \\ T(y_3^2 + \sum_{t=1}^g \chi_t Z'_t + \sum_{k=1}^{\rho} \chi_{r+k} Z'_{r+k}) + P(y_4^2 + \sum_{l=1}^{v_2} \vartheta_l Z'_l) = c\end{aligned} \quad (4)$$

حيث \mathcal{G}_p دوال خطية بـ x_τ ، تحقق العلاقات :

$$p \mathcal{G}_p = R \left(\xi_p + \sum_{i=1}^{\lambda-v'_2} a_{\varepsilon p} \xi_{v'_2+\varepsilon} \right) \quad p = \overline{1, v'_2}$$

وبفرض λ_0 وسيط حقيقي مختلف عن الصفر نجد أن:

$$\mathcal{G}_p = \lambda_0^{-1} R \left(\xi_p + \sum_{i=1}^{\lambda-v'_2} a_{\varepsilon p} \xi_{v'_2+\varepsilon} \right) \quad p = \overline{1, v'_2} \quad (5)$$

$$p = \lambda_0 R \quad (6) \quad \text{ومنه:}$$

وبالاستفادة من العلاقات (2) نجد أن:

$$p = \lambda_0 p_0 \xi_{\lambda-2} \quad (7)$$

نعرف الآن المستوي Π^w ، حيث $(\Pi^{v-1} = \Pi^w \oplus \Pi^{v_2})$ ، في المستوي $\Pi^{r-v'_2}$

بالمعادلات:

$$\left. \begin{aligned} Z_{v'_2+\omega+\delta} &= \sum_{q=1}^{\omega} A_{\delta q} Z_{v'_2+q} & \delta &= \overline{1, \lambda - (v'_2 + \omega)} \\ Z_{\lambda+j} &= \sum_{q=1}^{\omega} B_{\delta q} Z_{v'_2+q} & j &= \overline{1, \mu - 1} \\ Z_{n_1+k} &= \sum_{q=1}^{\omega} C_{k q} Z_{v'_2+q} & k &= \overline{1, \rho} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$$\text{حيث إن } \text{rang} \|B_{jq}\| = \text{rang} \|C_{kq}\| = w$$

لنأخذ في المستوي Π^ω محاور جديدة OZ'_p بحيث تتحقق دساتير التحويل:

$$OZ_p = OZ'_p$$

$$Z_{v'_2 + \omega + \delta} = Z'_{v'_2 + \omega + \delta} + \sum_{q=1}^{\omega} A_{\delta q} Z'_{v'_2 + q} \quad \delta = \overline{1, \lambda - (v'_2 + \omega)}$$

$$Z_{\lambda + j} = Z'_{\lambda + j} + \sum_{q=1}^{\omega} B_{\delta q} Z'_{v'_2 + q} \quad j = \overline{1, \mu - 1}$$

$$Z_{r_1 + k} = Z'_{r_1 + k} + \sum_{q=1}^{\omega} C_{k q} Z'_{v'_2 + q} \quad k = \overline{1, \rho}$$

تأخذ معادلة السطح (1) تحت تأثير هذه التحويلات الشكل الآتي:

$$R(y_1^2 + \sum_{\delta=1}^{\lambda - (v'_2 + \omega)} \xi_{v'_2 + \omega + \delta} Z'_{v'_2 + \omega + \delta}) + S(y_2^2 + \sum_{j=1}^{\mu - 1} \zeta_j Z'_{\lambda + j}) + T(y_3^2 + \sum_{t=1}^g \chi_t Z'_t + \sum_{k=1}^{\rho} \chi_{r_1 + k} Z'_{r_1 + k}) + P(y_4^2 + \sum_{p=1}^{v'_2} \mathcal{G}_p Z'_p + \sum_{q=1}^{\omega} \mathcal{G}_{v'_2 + q} Z'_{v'_2 + q}) = c \quad (8)$$

حيث تحقق الدوال الخطية $\mathcal{G}_{v'_2 + q}$ العلاقات الآتية:

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_{v'_2 + q} &= \rho_0^{-1} \left(\xi_{v'_2 + q} + \sum_{\delta=1}^{\lambda - (v'_2 + \omega)} A_{\delta q} \xi_{v'_2 + \omega + \delta} \right) \\ &= \rho_1^{-1} \left(\sum_{j=1}^{\mu - 1} B_{j q} \xi_j \right) \quad q = \overline{1, \omega} \end{aligned} \quad (9)$$

حيث ρ_0, ρ_1 وسيطان حقيقيان مختلفان عن الصفر، ومنه نجد:

$$P = \rho_0 R + \rho_1 S \quad (10)$$

وبالاستفادة من العلاقات (2) نجد:

$$P = \rho_0 R_0 \zeta_\lambda + \rho_1 R_0 \xi_\lambda = R_0 (\rho_0 \zeta_\lambda + \rho_1 \xi_\lambda)$$

ومن جهة أخرى لدينا:

$$P = \lambda_0 P_0 \xi_{\lambda-2}$$

$$\lambda_0 P_0 \xi_{\lambda-2} = R_0 (\rho_0 \zeta_\lambda + \rho_1 \xi_\lambda) \quad \text{منه نجد:}$$

$$\frac{R_0}{P_0} = C \quad \text{حيث} \quad \xi_{\lambda-2} = \lambda_0^{-1} C (\rho_0 \zeta_\lambda + \rho_1 \xi_\lambda) \quad (11) \quad \text{بالتالي}$$

ومنه نجد أن كثيرات الحدود R, S, T, P الواردة في معادلة السطح F_n تتعين بالعلاقات الآتية:

$$\begin{aligned} R &= R_0 \zeta_\lambda = C P_0 \zeta_\lambda, \quad S = R_0 \xi_\lambda = C P_0 \xi_\lambda \\ T &= T_0 \xi_\lambda, \quad P = P_0 \xi_{\lambda-2} = P_0 \xi_{\lambda-2} = \lambda_0^{-1} C (\rho_0 \zeta_\lambda + \rho_1 \xi_\lambda) \end{aligned}$$

إن العدد C وكثيرتي الحدود P_0, T_0 ، لا تؤثر على تناظر السطح الجبري F_n ، لذلك يمكن اعتبار $P_0 \equiv 1, T_0 \equiv 1, C \equiv 1$ ، ومنه:

$$\left. \begin{aligned} R &= \zeta_\lambda \\ S &= \xi_\lambda \\ T &= \xi_\lambda \\ P &= \lambda_0^{-1} (\rho_0 \zeta_\lambda + \rho_1 \xi_\lambda) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

مما سبق نخلص إلى المبرهنة الآتية:

مبرهنة:

لتكن

$$\Pi^\lambda \cap \Pi^\mu = p_1, \quad \Pi^\lambda \cap \Pi^g = p_2, \quad \Pi^\lambda \cap \Pi^v = p_3, \quad \Pi^\mu \cap \Pi^v = p_4$$

حيث مستقيمات التقاطع هي:

$$v \geq v_2 > 0 \quad \text{و} \quad oz_\lambda = p_1, \quad oz_{\lambda-1} = p_2, \quad oz_{\lambda-2} = p_3, \quad oz_{\lambda+1} = p_4$$

عندئذ من أجل أي تموضع للأغلفة الخطية $(j=1,2,3)$ Π^{j} ، يمكن تعيين السطح

F_n ذي زمرة التناظر التامة G ، بالمعادلة (8) إذا تحقق الشرط: $g+v \leq \mu+1$

وتتعيين الدوال الخطية الجديدة \mathcal{G}_p ، $\mathcal{G}_{v'_2+q}$ بالعلاقات (5)، (9) على الترتيب، كما

ترتبط الدالة $\xi_{\lambda-2}$ خطياً بالدالتين ξ_{λ} ، ζ_{λ} وفق العلاقة (11). و تحقق كثيرات الحدود

R, S, T, P العلاقات (12).

من معادلة السطح F_n (8)، نجد أن مستويات تناظر هذا السطح والمرافقة لمتجهات

المستويات Π^{j} ، هي المستويات القطرية للسطح التربيعي ذي المعادلة:

$$y_4^2 + \sum_{p=1}^{v'_2} \mathcal{G}_p Z'_p + \sum_{q=1}^{\omega} \mathcal{G}_{v'_2+q} Z'_{v'_2+q} = c$$

المراجع

1. Игнатенко В.Ф.,1989– Бесконечные группы, порождённых косыми отражениями. Взаимное расположение линейных оболочек четырех орбит направлений симметрии. I // Симфероп.ун-т; Симферополь,32с.–Библ.4 назв.– Рус.– Деп. в УкрНИИНТИ 31.10.89.№ 2373 –Ук.89.
2. Игнатенко В.Ф.,1980–геометрия алгебраических поверхностей с симметриями. // Проблемы геометрии / Итоги науки и техники.–М.: Наука,Т.11,с.203–240
3. Игнатенко В.Ф.,1984–Некоторые вопросы геометрической теории инвариантов групп, порожденных отражениями (ортогональными и косыми)// Проблемы геометрии / Итоги науки и техники.–М.: Наука,Т.16.– с.915–229.
4. Игнатенко В.Ф.,1989– Бесконечные группы, порождённых косыми отражениями. Взаимное расположение линейных оболочек четырех орбит направлений симметрии.II// Симфероп. ун-т; Симферополь,34с.–Библ.5 назв.– Рус.– Деп. вУкрНИИНТИ 19.02.90.№ 224 –Ук.90.

5. Дибан Иссам, 1991– Бесконечные группы, порождённых косыми отражениями. Взаимное расположение линейных оболочек четырех орбит направлений симметрии. IV// Симфероп. ун-т; Симферополь, 22с.–Библ.3 назв.– Рус.– Деп. в УкрНИИНТИ 17.02.92. № 192 –Ук.92.
6. Дибан Иссам, 1992–Бесконечные группы, порождённых косыми отражениями. Взаимное расположение линейных оболочек четырех орбит направлений симметрии. V// Симфероп. ун-т; Симферополь, 66с.–Библ.4 назв.– Рус.– Деп. в УкрИНТЭИ 17.09.92. №224–Ук.92.
7. Дибан Иссам. Бесконечные группы, порождённых косыми отражениями. Взаимное расположение линейных оболочек четырех орбит направлений симметрии. // Междупародная научная конференция "Лобачевский и современная геометрия"; Казань, август, 1992. –С.35.
8. Дибан Иссам. Бесконечные группы, порождённых косыми отражениями. Взаимное расположение линейных оболочек четырех орбит направлений симметрии. // Динам. Системы.–1993. Вып. 12.

9. د. عصام ديبان - التوضع المتبادل للأغلفة الخطية لمدارات مناحي التناظر الأربعة، 1999، مجلة جامعة البعث، المجلد (21) العدد (3).
10. د. عصام ديبان - تناظر السطوح الجبرية ذات مدارات مناحي التناظر الأربعة في الفضاء الإقليدي E^m (I) ، 2007، مجلة جامعة البعث، المجلد (29) العدد (9).
11. د. عصام ديبان - تناظر السطوح الجبرية ذات مدارات مناحي التناظر الأربعة في الفضاء الإقليدي E^m (II) ، 2011، مجلة جامعة البعث ، المجلد (33).
12. محمد البردوني - الأغلفة الخطية الأربعة لمدارات مناحي تناظر السطوح الجبرية في الفضاء E^m ، 2013 ، مجلة جامعة البعث، المجلد (35) .
13. محمد البردوني - الأغلفة الخطية الأربعة لمدارات مناحي تناظر السطوح الجبرية في الفضاء E^m (I) مجلة جامعة البعث، المجلد (35) .
14. محمد البردوني - الأغلفة الخطية الأربعة لمدارات مناحي تناظر السطوح الجبرية في الفضاء E^m (II) ، 2013، منشورات مركز الدراسات والبحوث اليمني.