

مجلة جامعة البعث

سلسلة العلوم الأساسية



مجلة علمية محكمة دورية

المجلد 45 . العدد 7

1444 هـ - 2023 م

الأستاذ الدكتور عبد الباسط الخطيب

رئيس جامعة البعث

المدير المسؤول عن المجلة

رئيس هيئة التحرير	أ. د. محمود حديد
رئيس التحرير	أ. د. درغام سلوم

مديرة مكتب مجلة جامعة البعث
بشرى مصطفى

عضو هيئة التحرير	د. محمد هلال
عضو هيئة التحرير	د. فهد شريباتي
عضو هيئة التحرير	د. معن سلامة
عضو هيئة التحرير	د. جمال العلي
عضو هيئة التحرير	د. عباد كاسوحة
عضو هيئة التحرير	د. محمود عامر
عضو هيئة التحرير	د. أحمد الحسن
عضو هيئة التحرير	د. سونيا عطية
عضو هيئة التحرير	د. ريم ديب
عضو هيئة التحرير	د. حسن مشرقي
عضو هيئة التحرير	د. هيثم حسن
عضو هيئة التحرير	د. نزار عبشي

تهدف المجلة إلى نشر البحوث العلمية الأصيلة، ويمكن للراغبين في طلبها

الاتصال بالعنوان التالي:

رئيس تحرير مجلة جامعة البعث

سورية . حمص . جامعة البعث . الإدارة المركزية . ص . ب (77)

. هاتف / فاكس : ++ 963 31 2138071

. موقع الإنترنت : www.albaath-univ.edu.sy

. البريد الإلكتروني : [magazine@ albaath-univ.edu.sy](mailto:magazine@albaath-univ.edu.sy)

ISSN: 1022-467X

شروط النشر في مجلة جامعة البعث

الأوراق المطلوبة:

- 2 نسخة ورقية من البحث بدون اسم الباحث / الكلية / الجامعة) + CD / word من البحث منسق حسب شروط المجلة.
 - طابع بحث علمي + طابع نقابة معلمين.
 - إذا كان الباحث طالب دراسات عليا:
يجب إرفاق قرار تسجيل الدكتوراه / ماجستير + كتاب من الدكتور المشرف بموافقة على النشر في المجلة.
 - إذا كان الباحث عضو هيئة تدريسية:
يجب إرفاق قرار المجلس المختص بإنجاز البحث أو قرار قسم بالموافقة على اعتماده حسب الحال.
 - إذا كان الباحث عضو هيئة تدريسية من خارج جامعة البعث :
يجب إحضار كتاب من عمادة كليته تثبت أنه عضو بالهيئة التدريسية و على رأس عمله حتى تاريخه.
 - إذا كان الباحث عضواً في الهيئة الفنية :
يجب إرفاق كتاب يحدد فيه مكان و زمان إجراء البحث ، وما يثبت صفته وأنه على رأس عمله.
 - يتم ترتيب البحث على النحو الآتي بالنسبة لكليات (العلوم الطبية والهندسية والأساسية والتطبيقية):
عنوان البحث .. ملخص عربي و إنكليزي (كلمات مفتاحية في نهاية الملخصين).
- 1- مقدمة
 - 2- هدف البحث
 - 3- مواد وطرق البحث
 - 4- النتائج ومناقشتها .
 - 5- الاستنتاجات والتوصيات .
 - 6- المراجع.

- يتم ترتيب البحث على النحو الآتي بالنسبة لكليات (الآداب - الاقتصاد - التربية - الحقوق - السياحة - التربية الموسيقية وجميع العلوم الإنسانية):
- عنوان البحث .. ملخص عربي و إنكليزي (كلمات مفتاحية في نهاية الملخصين).
- 1. مقدمة.
- 2. مشكلة البحث وأهميته والجديد فيه.
- 3. أهداف البحث و أسئلته.
- 4. فرضيات البحث و حدوده.
- 5. مصطلحات البحث و تعريفاته الإجرائية.
- 6. الإطار النظري و الدراسات السابقة.
- 7. منهج البحث و إجراءاته.
- 8. عرض البحث و المناقشة والتحليل
- 9. نتائج البحث.
- 10. مقترحات البحث إن وجدت.
- 11. قائمة المصادر والمراجع.
- 7- يجب اعتماد الإعدادات الآتية أثناء طباعة البحث على الكمبيوتر:
 - أ- قياس الورق 25×17.5 B5.
 - ب- هوامش الصفحة: أعلى 2.54- أسفل 2.54 - يمين 2.5- يسار 2.5 سم
 - ت- رأس الصفحة 1.6 / تذييل الصفحة 1.8
 - ث- نوع الخط وقياسه: العنوان . Monotype Koufi قياس 20
- . كتابة النص Simplified Arabic قياس 13 عادي . العناوين الفرعية Simplified Arabic قياس 13 عريض.
- ج . يجب مراعاة أن يكون قياس الصور والجداول المدرجة في البحث لا يتعدى 12سم.
- 8- في حال عدم إجراء البحث وفقاً لما ورد أعلاه من إشارات فإن البحث سيهمل ولا يرد البحث إلى صاحبه.
- 9- تقديم أي بحث للنشر في المجلة يدل ضمناً على عدم نشره في أي مكان آخر، وفي حال قبول البحث للنشر في مجلة جامعة البعث يجب عدم نشره في أي مجلة أخرى.
- 10- الناشر غير مسؤول عن محتوى ما ينشر من مادة الموضوعات التي تنشر في المجلة

11- تكتب المراجع ضمن النص على الشكل التالي: [1] ثم رقم الصفحة ويفضل استخدام التهميش الإلكتروني المعمول به في نظام وورد WORD حيث يشير الرقم إلى رقم المرجع الوارد في قائمة المراجع.

تكتب جميع المراجع باللغة الانكليزية (الأحرف الرومانية) وفق التالي:

آ . إذا كان المرجع أجنبياً:

الكنية بالأحرف الكبيرة . الحرف الأول من الاسم تتبعه فاصلة . سنة النشر . وتتبعها معترضة (-) عنوان الكتاب ويوضع تحته خط وتتبعه نقطة . دار النشر وتتبعها فاصلة . الطبعة (ثانية . ثالثة) . بلد النشر وتتبعها فاصلة . عدد صفحات الكتاب وتتبعها نقطة . وفيما يلي مثال على ذلك:

-MAVRODEANUS, R1986- Flame Spectroscopy. Willy, New York, 373p.

ب . إذا كان المرجع بحثاً منشوراً في مجلة باللغة الأجنبية:

. بعد الكنية والاسم وسنة النشر يضاف عنوان البحث وتتبعه فاصلة، اسم المجلد ويوضع تحته خط وتتبعه فاصلة . المجلد والعدد (كتابة مختزلة) وبعدها فاصلة . أرقام الصفحات الخاصة بالبحث ضمن المجلة . مثال على ذلك:

BUSSE,E 1980 Organic Brain Diseases Clinical Psychiatry News , Vol. 4. 20 – 60

ج . إذا كان المرجع أو البحث منشوراً باللغة العربية فيجب تحويله إلى اللغة الإنكليزية و التقيد

بالبنود (أ و ب) ويكتب في نهاية المراجع العربية: (المراجع In Arabic)

رسوم النشر في مجلة جامعة البعث

1. دفع رسم نشر (40000) ل.س أربعون ألف ليرة سورية عن كل بحث لكل باحث يريد نشره في مجلة جامعة البعث.
2. دفع رسم نشر (100000) ل.س مئة ألف ليرة سورية عن كل بحث للباحثين من الجامعة الخاصة والافتراضية .
3. دفع رسم نشر (200) مئتا دولار أمريكي فقط للباحثين من خارج القطر العربي السوري .
4. دفع مبلغ (6000) ل.س ستة آلاف ليرة سورية رسم موافقة على النشر من كافة الباحثين.

المحتوى

الصفحة	اسم الباحث	اسم البحث
26-11	أنس قر د. حسن بدور د. عبد الباسط يونسو	محدودية مؤثر كوشي - بومبيو التكامل في ثمن قرص الواحدة
50-27	معن خليف د. حمزة حاكمي	بنى جزئية جديدة في المودول الثنائي
62-51	د. ميشيل حداد	التحويلات الثابتة بين فضاءات كيلير المكافئية
98-63	نبيل رومية د. حسن المقدم	جودة صورة جهاز الرنين المغناطيسي اعتماداً على عزوم البروتونات

124-99	<p>نهى كفا د. وليد صهيوني د. علاء ناصيف</p>	<p>تأثير تغير كثافة غاز الديتيريوم في جهاز البلازما المحرقة الكثيفة NX2 على قيمة النشاط الإشعاعي للنظير N13</p>
150-125	<p>عبد الله النونه د. حسن وسوف</p>	<p>تحضير البلاستيك الحيوي من (CMC) المحضر من السليلوز المستخلص ودراسة خواصه</p>

محدودية مؤثر كوشي – بومبيو التكاملي في ثمن قرص الواحدة

* أ.د. حسن بدور + د. عبد الباسط يونسو

** أنس قر

□ الملخص □

في هذا البحث قمنا بتعيين صيغة كوشي – بومبيو التكامليّة في ثمن قرص الواحدة من المستوي العقدي، باستخدام تحويل محافظ ينقل ثمن قرص الواحدة \mathbb{D}_4 إلى نصفها \mathbb{D}^+ ، إذ أنّ تمثيل كوشي – بومبيو التكاملي موجود مسبقاً في نصف قرص الواحدة، وذلك بُغية إيجاد مؤثر كوشي – بومبيو التكاملي في ثمن قرص الواحدة، ثم أثبتنا محدودية مؤثر كوشي – بومبيو الناتج، باستخدام متراجحة شميتر باعتباره مؤثراً في الفضاء $C^\alpha(\mathbb{D}_4; \mathbb{C})$ حيث α عدد حقيقي موجب مناسب.

الكلمات المفتاحية: مؤثر كوشي بومبيو – ثمن قرص الواحدة – التمثيل التكاملي – مسألة

شوارتز – التحويل المحافظ – قرص الواحدة.

*أستاذ- قسم الرياضيات كلية العلوم-جامعة تشرين-اللاذقية-سورية

**طالب دراسات عليا (دكتوراه) - قسم الرياضيات-كلية العلوم-جامعة تشرين-اللاذقية-سورية

The Boundedness Of The Cauchy – Pompeiu's Integral Operator In The Octant Of Unit Disk

Dr. Hasan Baddour* Anas Kar**

□ Abstract □

In this research, we determined the integral Cauchy – Pompeiu's formula in octant of unit disk of the complex plane, by using conformal mapping that transform the octant unit disk \mathbb{D}_4 onto the half unit disk \mathbb{D}^+ , because we have already the integral Cauchy – Pompeiu's representation in half unit disk ,for determining Cauchy – Pompeiu's operator in octant unit disk, then we proved the boundedness of the resulting operator, by using Shmitz's inequality , composing it an operator in the space $C^\alpha(\mathbb{D}_4; \mathbb{C})$ where α is a proper real positive number.

Key Words : Cauchy Pompeiu's operator – octant unit disk – integral representation – Schwartz's problem – conformal mapping – unit disk.

*Professor ,Department of Mathematics, Faculty of Science, Tishreen University, Lattakia, Syria

**Postgraduate Student, Department of Mathematics, Faculty of Science, Tishreen University, Lattakia, Syria

مقدمة:

تُعد نظرية المؤثرات فرعاً مهماً من فروع التحليل الدّالي، تدرس خصائص المؤثرات

(خطي ، محدود ، مستمر ، تقليص ، ...) على الفضاءات الخطية المنظّمة الشهيرة مثل فضاء الدوال المستمرة $C(D; \mathbb{C})$ في المنطقة D ، وفضاء الدوال القابلة للمكاملة $L(D; \mathbb{C})$ ، وغيرها، في هذا البحث سنوجد $T_{\mathbb{D}_4}$ ، مؤثر كوشي - بومبيو التكاملي في ثمن قرص الواحدة من المستوي العقدي \mathbb{C} ، وسندرس بعض خصائصه.

أهمية البحث وأهدافه:

تكمن أهمية البحث في أن مؤثر كوشي - بومبيو التكاملي T في المنطقة $D \subset \mathbb{C}$ ، يُساعد في تعيين حل مسألة شوارتز الحدية الآتية [1]:

$$\begin{cases} w_{\bar{z}} = f & \text{in } D \\ \text{Re}(w) = \gamma & \text{on } \partial D \end{cases}$$

إنّ صيغة كوشي - بومبيو التكاملية تُمثّل الدالة w بالشكل:

$$w(z) = \phi(z) + Tf(z)$$

حيث ϕ دالة تحليلية (أي إنّ $\partial_{\bar{z}}\phi = 0$)، والمؤثر T يحقق المساواة:

$$\partial_{\bar{z}}Tf = f$$

وبذلك يُصبح:

$$\partial_{\bar{z}}w = \partial_{\bar{z}}\phi + \partial_{\bar{z}}Tf = f$$

لحل مسألة شوارتز ، يبقى التأكد من الشرط الحدّي $\text{Re}(w) = \gamma$ ، والذي يجعلنا نعدّل صيغة كوشي - بومبيو الأساسية حسب شكل وخصائص المنطقة المدروسة.

ويهدف البحث إلى:

○ تعيين صيغة كوشي - بومبيو التكامليّة في ثمن قرص الواحدة من المستوي العقدي

$$\mathbb{D}_4 = \left\{ z \in \mathbb{C}; |z| < 1, 0 < \arg(z) < \frac{\pi}{4} \right\}$$

○ تعيين مؤثر كوشي - بومبيو التكاملي في هذه المنطقة $T_{\mathbb{D}_4}$.

○ دراسة بعض خصائص المؤثر (خطيّة ، محدوديّة ، استمرار).

طرائق البحث ومواده:

يشمل البحث مبرهنات وتعريف تربط بين نظرية المؤثرات و التحليل الدالي و التمثيل التكاملي ويستند بشكل أساسي على تعديل صيغة كوشي - بومبيو التكامليّة المعرفّة على نصف قرص الواحدة باستخدام تحويل محافظ ينقل ثمن قرص الواحدة إلى نصف قرص الواحدة ، لتعيين مؤثر كوشي - بومبيو في ثمن قرص الواحد في المستوي العقدي .

التعاريف الأساسية:

نذكر فيما يأتي مجموعة من التعاريف الأساسية وبعض الملاحظات التي تساعدنا في فهم المصطلحات العلمية الواردة في البحث وتوضيح برهان المبرهنات الواردة فيه.

تعريف (1) المنطقة النظاميّة [2]:

تُدعى المنطقة $D \subset \mathbb{C}$ ، منطقة نظامية إذا كانت مفتوحة ومحدودة و حدودها منحنيّ أملس أو اجتماع منتهٍ لمنحنيات ملساء، وموجّه بعكس عقارب الساعة.

نذكر أمثلةً للمناطق النظامية : الدائرة، الحلقة، نصف الحلقة، وربّعها، نصف الدائرة، وربّعها، المثلث، المستطيل، متوازي الأضلاع، ...

تعريف (2) المؤثر المحدود [3]:

ليكن X و Y فضاءان منظمان، يُدعى المؤثر الخطي $T: X \rightarrow Y$ مؤثراً محدوداً إذا وجد عدد حقيقي موجب $C > 0$ يحقق الآتي:

$$\|Tx\|_Y < C \cdot \|x\|_X ; \forall x \in X$$

صيغة كوشي - بومبيو التكاملية Cauchy - Pompeiu's representation

[4] formula

لتكن $D \subset \mathbb{C}$ منطقة نظامية، ولتكن الدالة $w \in C^1(D; \mathbb{C}) \cap C(\bar{D}; \mathbb{C})$ ، عندئذٍ لكل $z \in D$ و $\zeta = \xi + i\eta$ تمثل الدالة $w = w(z)$ بإحدى الصيغتين:

$$w(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\partial D} w(\zeta) \cdot \frac{d\zeta}{\zeta - z} - \frac{1}{\pi} \int_D w_{\bar{\zeta}}(\zeta) \cdot \frac{d\xi d\eta}{\zeta - z}$$

$$w(z) = -\frac{1}{2\pi i} \int_{\partial D} w(\zeta) \cdot \frac{\overline{d\zeta}}{\bar{\zeta} - \bar{z}} - \frac{1}{\pi} \int_D w_{\zeta}(\zeta) \cdot \frac{d\xi d\eta}{\bar{\zeta} - \bar{z}}$$

ملحوظة:

عندما $z \in \mathbb{C} \setminus \bar{D}$ ، تصبح صيغتنا كوشي - بومبيو السابقتين على النحو الآتي:

$$0 = \frac{1}{2\pi i} \int_{\partial D} w(\zeta) \cdot \frac{d\zeta}{\zeta - z} - \frac{1}{\pi} \int_D w_{\bar{\zeta}}(\zeta) \cdot \frac{d\xi d\eta}{\zeta - z}$$

$$0 = -\frac{1}{2\pi i} \int_{\partial D} w(\zeta) \cdot \frac{\overline{d\zeta}}{\bar{\zeta} - \bar{z}} - \frac{1}{\pi} \int_D w_{\zeta}(\zeta) \cdot \frac{d\xi d\eta}{\bar{\zeta} - \bar{z}}$$

ومنه، يمكننا صياغة مبرهنة كوشي - بومبيو التكاملية بشكل آخر [5]، على النحو الآتي:

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\partial D} w(\zeta) \cdot \frac{d\zeta}{\zeta - z} - \frac{1}{\pi} \int_D w_{\bar{\zeta}}(\zeta) \cdot \frac{d\xi d\eta}{\zeta - z} = \begin{cases} w(z) & ; z \in D \\ 0 & ; z \notin \bar{D} \end{cases}$$

$$-\frac{1}{2\pi i} \int_{\partial D} w(\zeta) \cdot \frac{d\bar{\zeta}}{\bar{\zeta} - z} - \frac{1}{\pi} \int_D w_\zeta(\zeta) \cdot \frac{d\xi d\eta}{\bar{\zeta} - z} = \begin{cases} w(z) & ; z \in D \\ 0 & ; z \notin \bar{D} \end{cases}$$

تعريف (3) مؤثر كوشي - بومبيو Cauchy - Pompeiu's Operator [4]:

لتكن $D \subset \mathbb{C}$ منطقة نظامية، يُدعى المؤثر التكامل

$$Tf(z) = -\frac{1}{\pi} \int_D f(\zeta) \frac{d\xi d\eta}{\bar{\zeta} - z} \quad ; \quad \zeta = \xi + i\eta$$

بمؤثر كوشي - بومبيو على المنطقة D ، حيث $f \in L_1(D; \mathbb{C})$.

ملحوظة:

إن صيغة كوشي - بومبيو التكاملية تنقسم إلى مجموع تكاملين، الأول هو تكامل على حدود المنطقة المدروسة (وهو ϕ)، أما الثاني هو تكامل في المنطقة المدروسة D (وهو Tf)، ويُمثل مؤثر كوشي - بومبيو في هذه المنطقة.

مبرهنة (1) [6]:

لتكن $D \subset \mathbb{C}$ منطقة نظامية، إذا كان $f \in L_1(D; \mathbb{C})$ ، عندئذٍ $Tf \in L_p(D^*; \mathbb{C})$ ، حيث p عدد حقيقي، كفي، يحقق $1 \leq p < 2$ ، و D^* هي منطقة كيفية، محدودة في المستوي العقدي \mathbb{C} ، على اعتبار Tf دالة لـ z في المنطقة D .

مبرهنة (2) [6]:

لتكن $D \subset \mathbb{C}$ منطقة محدودة، إذا كان $f \in L_p(D; \mathbb{C})$ ، حيث $p > 2$ ، عندئذٍ مؤثر خطي، ينقل الفضاء $L_p(D; \mathbb{C})$ إلى $C^\alpha(\bar{D}; \mathbb{C})$ ، حيث $\alpha = \frac{p-2}{p}$.

مبرهنة (3) [7]:

كل دالة $w \in C^1(\mathbb{D}^+; \mathbb{C}) \cap C(\bar{\mathbb{D}}^+; \mathbb{C})$ ، تُمثل بالشكل الآتي:

$$\begin{aligned}
 w(z) &= \frac{1}{2\pi i} \int_{\substack{|\zeta|=1 \\ \text{Im}\zeta>0}} \text{Re}w(\zeta) \left[\frac{\zeta+z}{\zeta-z} - \frac{\bar{\zeta}+z}{\bar{\zeta}-z} \right] \cdot \frac{d\zeta}{\zeta} \\
 &\quad + \frac{1}{\pi} \int_{\substack{|\zeta|=1 \\ \text{Im}\zeta>0}} \text{Im}w(\zeta) \cdot \frac{d\zeta}{\zeta} \\
 &\quad + \frac{1}{\pi i} \int_{-1}^1 \text{Re}w(t) \left[\frac{1}{t-\zeta} - \frac{z}{1-zt} \right] dt \\
 &\quad - \frac{1}{\pi i} \int_{\mathbb{D}^+} \left\{ w_{\bar{\zeta}}(\zeta) \left[\frac{1}{\zeta-z} - \frac{z}{1-z\bar{\zeta}} \right] - \overline{w_{\bar{\zeta}}(\zeta)} \left[\frac{1}{\bar{\zeta}-z} - \frac{z}{1-z\bar{\zeta}} \right] \right\} d\xi d\eta
 \end{aligned}$$

حيث:

$$z \in \mathbb{D}^+ = \{z \in \mathbb{C}; \text{Im}(z) > 0, |z| < 1\}, \zeta = \xi + i\eta$$

مراجعة شميتر (Schmitz) [8]:

لتكن $D \subset \mathbb{C}$ منطقة نظامية ، عندئذ يكون:

$$\int_D \frac{d\xi d\eta}{|\bar{\zeta}-z|^\alpha} \leq \frac{2\pi}{2-\alpha} \left(\frac{S_D}{\pi} \right)^{1-\frac{\alpha}{2}}$$

حيث S_D هي مساحة المنطقة D ، و α عدد حقيقي يحقق $0 < \alpha < 2$.

تعريف (4) مسألة شوارتز الحديثة [1] The Schwartz's problem:

إن حل مسألة شوارتز الحديثة هو عملية إيجاد دالة w ، في المنطقة $D \subset \mathbb{C}$ ، تحقق ما يأتي:

$$\begin{cases} \partial_{\bar{z}}w = f & \text{in } D \\ \text{Re}(w) = \gamma & \text{on } \partial D \end{cases}$$

حيث $\gamma \in C(\partial D, \mathbb{C})$ ، $f \in L_1(D; \mathbb{C})$ هما دالتان مفروضتان.

ملحوظة: تُحقق صيغة كوشي - بومبيو في التمثيل التكاملي الشرط: $\partial_{\bar{z}} w = f$ ، ويلزم تعديل هذه الصيغة من منطقة إلى أخرى، لتحقيق الشرط الحدي لمسألة شوارتز.

النتائج ومناقشتها :

يُعرف ثمن قرص الواحدة بالشكل الآتي:

$$\mathbb{D}_4 = \left\{ z \in \mathbb{C}; |z| < 1, 0 < \arg z < \frac{\pi}{4} \right\}$$

ولنفرض:

$$\partial_1 \mathbb{D}_4 \text{ للقطعة المستقيمة } [0,1]$$

$$\partial_2 \mathbb{D}_4 \text{ للقوس } [1, e^{\frac{\pi}{4}i}]: \tau \rightarrow e^{ti} \text{ حيث } \tau \in [0, \frac{\pi}{4}]$$

$$\partial_3 \mathbb{D}_4 \text{ للقطعة المستقيمة } [e^{\frac{\pi}{4}i}, 0]$$

إن التحويل:

$$\varphi: \zeta \rightarrow \zeta^4$$

ينقل ثمن قرص الواحدة إلى نصفها، ومنه ينقل التحويل العكسي:

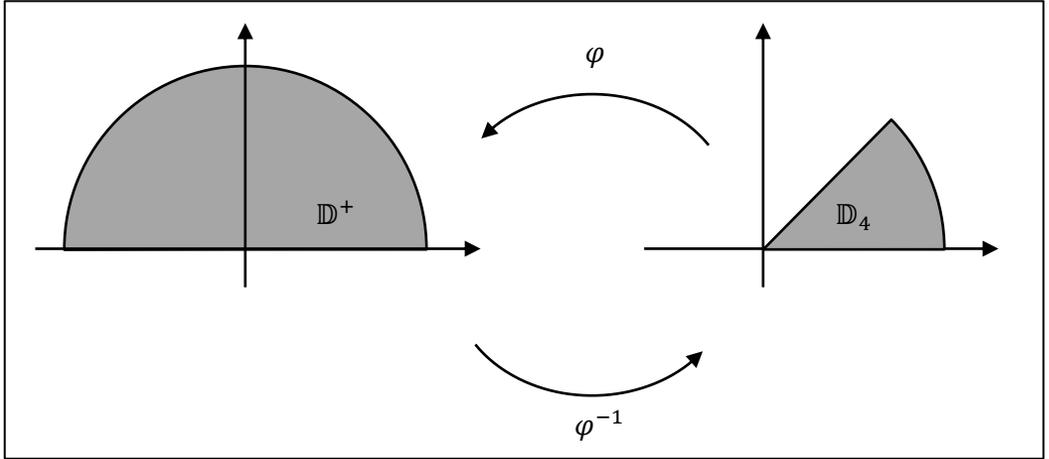
$$\varphi^{-1} = \psi: \zeta \rightarrow \sqrt[4]{\zeta}$$

نصف قرص الواحدة إلى ثمنها (الشكل 1)

ينقل التحويل ψ القطعة المستقيمة $[0,1]$ من نصف قرص الواحدة إلى القطعة المستقيمة نفسها من ربع قرص الواحدة.

ينقل التحويل ψ القوس $\tau \rightarrow e^{i\tau}$: $\tau \in [0, \pi]$ حيث $[1, -1]$ إلى القوس $\partial_2 \mathbb{D}_4$ من ربع قرص الوحدة.

ينقل التحويل ψ القطعة المستقيمة $[-1, 0]$ من نصف قرص الوحدة إلى القطعة المستقيمة $\partial_3 \mathbb{D}_4$ من ربع قرص الوحدة.



(الشكل 1)

وبشكلٍ عام، إذا كانت $z \in \mathbb{D}^+$ عندئذٍ يكون:

$$0 < \arg(z) < \pi, \quad |z| < 1$$

ومنه:

$$0 < \frac{1}{4} \arg(z) < \frac{\pi}{4} \Rightarrow 0 < \arg(\sqrt[4]{z}) < \frac{\pi}{4}, \quad |\sqrt[4]{z}| < 1$$

هذا يعني أنّ: $\sqrt[4]{z} \in \mathbb{D}_4$

مبرهنة 1: كل دالة $w \in C^1(\mathbb{D}_4; \mathbb{C}) \cap C(\overline{\mathbb{D}_4}; \mathbb{C})$ تُمثّل بالشكل الآتي:

$$\begin{aligned}
 w(z) = & \frac{2}{\pi i} \int_{\substack{|\zeta|=1 \\ 0 < \arg \zeta < \frac{\pi}{4}}} \left\{ \operatorname{Re}[w(\zeta)] \cdot \left[\frac{\zeta^4 + z^4}{\zeta^4 - z^4} + \frac{\zeta^4 z^4 + 1}{z^4 \zeta^4 - 1} \right] \right\} \frac{d\zeta}{\zeta} \\
 & + \frac{4}{\pi i} \int_{\substack{|\zeta|=1 \\ 0 < \arg \zeta < \frac{\pi}{4}}} \operatorname{Im}[w(\zeta)] \frac{d\zeta}{\zeta} \\
 & + \frac{4}{\pi i} \int_1^0 \operatorname{Re} \left[w \left(t \cdot e^{\frac{\pi i}{4}} \right) \right] \cdot \left[\frac{t^3}{t^4 + z^4} + \frac{t^3 z^4}{z^4 t^4 + 1} \right] dt \\
 & + \frac{4}{\pi i} \int_0^1 \operatorname{Re}[w(t)] \cdot \left[\frac{t^3}{t^4 - z^4} + \frac{t^3 z^4}{z^4 t^4 - 1} \right] dt \\
 & - \frac{1}{\pi} \int_{\mathbb{D}_4} \left\{ w_{\bar{\zeta}}(\zeta) \cdot \left[\frac{4\zeta^3}{\zeta^4 - z^4} + \frac{4\zeta^3 z^4}{z^4 \zeta^4 - 1} \right] \right. \\
 & \quad \left. - \overline{w_{\bar{\zeta}}(\zeta)} \cdot \left[\frac{4\bar{\zeta}^3}{\bar{\zeta}^4 - z^4} + \frac{4\bar{\zeta}^3 z^4}{z^4 \bar{\zeta}^4 - 1} \right] \right\} d\xi d\eta
 \end{aligned}$$

البرهان:

بتعويض ζ^4 (و z^4 أيضاً) بدلاً من ζ (بدلاً من z) ، في المبرهنة (3) ، ومع ملاحظة أن:

$$d\zeta^4 = 4\zeta^3 d\zeta$$

وباستبدال التكامل على القطعة المستقيمة $[-1,1]$ بمجموع تكاملين ، الأول على القطعة المستقيمة $[0,1]$ ، والثاني على القطعة المستقيمة $[e^{\frac{\pi i}{4}}, 0]$ ، نحصل على الصيغة المطلوبة.

من المبرهنة السابقة يمكننا تعيين مؤثر كوشي - بومبيو التكامل في ثمن قرص الوحدة \mathbb{D}_4 بالشكل الآتي:

$$T_{\mathbb{D}_4}f(z) = -\frac{1}{\pi} \int_{\mathbb{D}_4} \left\{ f(\zeta) \cdot \left[\frac{4\zeta^3}{\zeta^4 - z^4} + \frac{4\zeta^3 z^4}{z^4 \zeta^4 - 1} \right] - \overline{f(\zeta)} \cdot \left[\frac{4\bar{\zeta}^3}{\bar{\zeta}^4 - z^4} + \frac{4\bar{\zeta}^3 z^4}{z^4 \bar{\zeta}^4 - 1} \right] \right\} d\xi d\eta$$

وهو التكامل على المنطقة \mathbb{D}_4 ، في تمثيل كوشي - بومبيو المعدل في \mathbb{D}_4 .

في المبرهنة الآتية نبرهن محدودية المؤثر $T_{\mathbb{D}_4}$:

مبرهنة 2: إن المؤثر $T_{\mathbb{D}_4}: C^p(\mathbb{D}_4; \mathbb{C}) \rightarrow C^\alpha(\overline{\mathbb{D}_4}; \mathbb{C})$ محدود ، حيث $p > 2$ ، $\alpha = \frac{p-2}{p}$.

البرهان:

من المبرهنة (2) [6] يمكننا أن نكتب:

$$T_{\mathbb{D}_4}: C^p(\mathbb{D}_4; \mathbb{C}) \subset L_p(\mathbb{D}_4; \mathbb{C}) \rightarrow C^\alpha(\overline{\mathbb{D}_4}; \mathbb{C})$$

حيث $p > 2$ و $\alpha = \frac{p-2}{p}$

لدينا:

$$\begin{aligned} |T_{\mathbb{D}_4}f(z)| &= \left| -\frac{1}{\pi} \int_{\mathbb{D}_4} \left\{ f(\zeta) \cdot \left[\frac{4\zeta^3}{\zeta^4 - z^4} + \frac{4\zeta^3 z^4}{z^4 \zeta^4 - 1} \right] - \overline{f(\zeta)} \cdot \left[\frac{4\bar{\zeta}^3}{\bar{\zeta}^4 - z^4} + \frac{4\bar{\zeta}^3 z^4}{z^4 \bar{\zeta}^4 - 1} \right] \right\} d\xi d\eta \right| \\ &\leq \frac{1}{\pi} \int_{\mathbb{D}_4} \left| f(\zeta) \cdot \left[\frac{4\zeta^3}{\zeta^4 - z^4} + \frac{4\zeta^3 z^4}{z^4 \zeta^4 - 1} \right] - \overline{f(\zeta)} \cdot \left[\frac{4\bar{\zeta}^3}{\bar{\zeta}^4 - z^4} + \frac{4\bar{\zeta}^3 z^4}{z^4 \bar{\zeta}^4 - 1} \right] \right| d\xi d\eta \end{aligned}$$

$$\leq \frac{1}{\pi} \int_{\mathbb{D}_4} \left\{ |f(\zeta)| \cdot \left| \frac{4\zeta^3}{\zeta^4 - z^4} + \frac{4\zeta^3 z^4}{z^4 \zeta^4 - 1} \right| + |f(\bar{\zeta})| \cdot \left| \frac{4\bar{\zeta}^3}{\bar{\zeta}^4 - z^4} + \frac{4\bar{\zeta}^3 z^4}{z^4 \bar{\zeta}^4 - 1} \right| \right\} d\xi d\eta \dots (2.1)$$

بما أن:

$$\frac{4\zeta^3}{\zeta^4 - z^4} = \frac{1}{\zeta - z} + \frac{1}{\zeta + z} + \frac{1}{\zeta - iz} + \frac{1}{\zeta + iz}$$

$$\frac{4\zeta^3 z^4}{z^4 \zeta^4 - 1} = \frac{1}{\zeta - \frac{1}{z}} + \frac{1}{\zeta + \frac{1}{z}} + \frac{1}{\zeta - \frac{i}{z}} + \frac{1}{\zeta + \frac{i}{z}}$$

يُمكننا أن نكتب:

$$\left| \frac{4\zeta^3}{\zeta^4 - z^4} \right| = \left| \frac{1}{\zeta - z} + \frac{1}{\zeta + z} + \frac{1}{\zeta - iz} + \frac{1}{\zeta + iz} \right|$$

$$\leq \left| \frac{1}{\zeta - z} \right| + \left| \frac{1}{\zeta + z} \right| + \left| \frac{1}{\zeta - iz} \right| + \left| \frac{1}{\zeta + iz} \right| \leq \left| \frac{4}{\zeta - z} \right|$$

$$\left| \frac{4\zeta^3 z^4}{z^4 \zeta^4 - 1} \right| = \left| \frac{1}{\zeta - \frac{1}{z}} + \frac{1}{\zeta + \frac{1}{z}} + \frac{1}{\zeta - \frac{i}{z}} + \frac{1}{\zeta + \frac{i}{z}} \right|$$

$$\leq \left| \frac{1}{\zeta - \frac{1}{z}} \right| + \left| \frac{1}{\zeta + \frac{1}{z}} \right| + \left| \frac{1}{\zeta - \frac{i}{z}} \right| + \left| \frac{1}{\zeta + \frac{i}{z}} \right| \leq \left| \frac{4}{\zeta - \frac{1}{z}} \right|$$

وذلك بملاحظة أن:

$$|\zeta - z| < |\zeta + z|, |\zeta - z| < |\zeta - iz|, |\zeta - z| < |\zeta + iz|$$

$$\Rightarrow \left| \frac{1}{\zeta - z} \right| > \left| \frac{1}{\zeta + z} \right|, \left| \frac{1}{\zeta - z} \right| > \left| \frac{1}{\zeta - iz} \right|, \left| \frac{1}{\zeta - z} \right| > \left| \frac{1}{\zeta + iz} \right|$$

بالتعويض في (2.1) ، آخذين بعين الاعتبار أن: $|f(\zeta)| = |\overline{f(\zeta)}|$ نجد:

$$\begin{aligned} |T_{\mathbb{D}_4}f(z)| &\leq \frac{2}{\pi} \int_{\mathbb{D}_4} |f(\zeta)| \left\{ \left| \frac{4}{\zeta - z} \right| + \left| \frac{4z}{z\zeta - 1} \right| + \left| \frac{4}{\zeta - \bar{z}} \right| \right. \\ &\quad \left. + \left| \frac{4\bar{z}}{\bar{z}\zeta - 1} \right| \right\} d\xi d\eta \\ &\leq \frac{2}{\pi} \|f\|_{C^p} \int_{\mathbb{D}_4} \left| \frac{16}{|\zeta - z|} \right| d\xi d\eta \dots (2.2) \end{aligned}$$

حيث:

$$\|f\|_{C^p} = \max_{z \in \mathbb{D}_4} |f(z)|$$

$$\left| \frac{1}{\zeta - z} \right| > \left| \frac{z}{z\zeta - 1} \right| , \left| \frac{1}{\zeta - z} \right| > \left| \frac{1}{\zeta - \bar{z}} \right| , \left| \frac{1}{\zeta - z} \right| > \left| \frac{\bar{z}}{\bar{z}\zeta - 1} \right|$$

وحسب مبرهنة شميترز (Shmitz) لدينا:

$$\int_{\mathbb{D}_4} \frac{16}{|\zeta - z|} d\xi d\eta \leq 32\pi \left(\frac{S_{\mathbb{D}_4}}{\pi} \right)^{1-\frac{1}{2}} = 8\pi\sqrt{2}$$

حيث:

$$S_{\mathbb{D}_4} = \frac{\pi}{8}$$

بالتعويض في (2.2) نحصل على :

$$|T_{\mathbb{D}_4}f(z)| \leq \frac{2}{\pi} \|f\|_{C^p} (8\pi\sqrt{2}) = 16\sqrt{2} \cdot \|f\|_{C^p} \dots (2.3)$$

ومنه يصبح المؤثر $T_{\mathbb{D}_4}$ محدوداً، وهو المطلوب.

بسهولة يمكننا ملاحظة أنّ المؤثر $T_{\mathbb{D}_4}$ خطّي ، ولما كان كل مؤثر خطّي و محدود في فضاء منظم هو مؤثر مستمر ، استنتجنا أنّ المؤثر $T_{\mathbb{D}_4}$ مستمر .

نذكر بعض التطبيقات العمليّة لهذا البحث:

(1) تعيين مقدار قوى الضغط على سطح منطقة D ، بمعرفة مقدار الضغط على محيط هذه المنطقة.

(2) تعيين شدة حقل كهربائي مطبق على صفيحة معدنية D ، بمعرفة شدّة الحقل عند حدود الصفيحة.

(3) تعيين قوّة اهتزاز سطح غشاء D ، بمعرفة قوّة اهتزاز حدود الغشاء.

أهم النتائج والتوصيات :

1- قمنا بتعديل صيغة كوشي - بومبيو التكاملية في النصف العلوي لقرص الواحدة باستخدام التحويل $\zeta^4 \rightarrow \zeta : \varphi$ ، الذي ينقل ثمن قرص الواحدة إلى نصفها.

2- عينا مؤثر كوشي - بومبيو التكاملي في ثمن قرص الواحدة.

3- أثبتنا محدودية و استمرار مؤثر كوشي - بومبيو التكاملي المعين في ثمن قرص الواحدة، باستخدام متراجحة شميدت.

التوصيات :

ننصح بمتابعة هذا البحث من خلال الآتي:

- 1- تعديل صيغة كوشي - بومبيو التكاملية في مناطق جديدة مثل القطاع \mathbb{D}_n حيث $n \geq 2$ ، والذي يعد تعميماً لما تم إنجازه حتى الآن في هذا الموضوع.
- 2- تعيين مؤثر كوشي - بومبيو الناتج في المناطق الجديدة، ودراسة خصائصه.

المراجع :

- [1] Wang, Y, 2011 - Boundary value problems for complex partial differential equations in fan-shaped domains. Ph.D. thesis, FU Berlin.
- [2] Shupeyeva, B, 2013 - Some Basic Boundary Value Problems for Complex Partial Differential Equations in Quarter Ring and Half Hexagon. Ph.D. thesis, FU Berlin,.
- [3] Morse, P. M, and Feshbach, H, 1946 - Methods of Theoretical Physics. MIT Technology Press. 497p.
- [4] Vaitsikhovich, T, 2008 - Boundary Value Problems for Complex Partial Differential Equations in a ring domain. PhD thesis, FU Berlin.
- [5] Begehr, H , Vaitekhovich, T, 2014 - Schwarz problem in lens and lune. Complex Var. Ell. Eq., **59**(1),p 76–84.
- [6] Vekua I.N, 1962 - Generalized Analytic Functions. Pergamon Press. Oxford.
- [7] Begehr, H, Vaitekhovich, T, 2009 - Harmonic boundary value problems in half disc and half ring. Functiones et Approximatio, 40.2, pp.251-282.
- [8] Tutschke, W, Mshimba, A.S, 1995 - proceedings of the Functional analytic methods in complex analysis and applications to partial differential equations. World Scientific Publishing Co.Pte.Ltd, Singapore,

بنى جزئية جديدة في المودول التثائبي

معن خليف²

حمزة حاكمي¹

المالخص

لما كان للمودولات الجزئية لمودول ما، دور مهم في تحديد طبيعة المودول وأيضاً في تحديد طبيعة حلقة الإندومورفيزمات لهذا المودول. لأجل ذلك، في هذه المقالة عرفنا مجموعات جزئية جديدة في المودول التثائبي $[M, N]$ ، حيث M, N مودولان فوق حلقة R ، وهي:

$$\Delta_M [M, N], \quad \Delta_N [M, N], \quad \nabla_M [M, N], \quad \nabla_N [M, N]$$

وقد أثبتنا أن هذه المجموعات الجزئية تشكل مودولات جزئية من المودول $[M, N]$. ودرسنا علاقتها بكل من $J[M, N]$ و $\text{Tot}[M, N]$.

وقد تبين لنا أنه لأجل المودول نصف الإسقاطي وشبه الجامد N فإن:

$$\text{Tot}[M, N] = \nabla_N [M, N]$$

وذلك لأجل أي مودول آخر M . وأنه لأجل المودول نصف الإسقاطي وشبه الجامد M فإن:

$$\text{Tot}[M, N] = \nabla_M [M, N]$$

وذلك لأجل أي مودول آخر N . فضلاً عن ذلك، تبين لنا أنه إذا كان المودول M هو N -نصف أفقي، فإن الشرطين الآتيين متكافئان:

1 - لأجل كل عنصر $\alpha \in [M, N]$ بحيث $\alpha \notin \Delta_M [M, N]$ فإن المودول الجزئي $\text{Ker}(\alpha)$ محتوى في حد مباشر $K \neq M$ للمودول M .

2 - المودول $[M, N]$ شبه جامد وأن $J[M, N] = \Delta_M [M, N]$.

الكلمات المفتاحية: المودول التثائبي، المودول التثائبي شبه الجامد، أساس المودول، المودول نصف الإسقاطي (نصف الأفقي).

التصنيف الرياضياتي للعالم لعام 2020. 16E50, 16N20, 16D40, 16D90.

¹ أستاذ في قسم الرياضيات كلية العلوم جامعة دمشق.

² طالب دراسات عليا قسم الرياضيات كلية العلوم جامعة دمشق.

A New Substructures in Bi-Modules

Hamza Hakmi¹

Maen Khelif²

Abstract

When the submodules of some module, have an important role in certain the kind of the module, also in certain the kind of it's endomorphism ring. For that in this paper, we introduced new subsets of bi-module $[M, N]$, where M, N are modules over a ring R , this subsets are:

$$\Delta_M[M, N], \quad \Delta_N[M, N], \quad \nabla_M[M, N], \quad \nabla_N[M, N]$$

We proved that, this subsets are submodules of the module $[M, N]$ and we study it's relation with $J[M, N]$ and $\text{Tot}[M, N]$.

It is obvious that if N is semi-projective and semi-potent module, then:

$$\text{Tot}[M, N] = \nabla_N[M, N]$$

Also, it is obvious that if M is semi-projective and semi-potent module, then:

$$\text{Tot}[M, N] = \nabla_M[M, N]$$

In addition, if M is N -semi-injective module, then the following conditions are equivalent:

- 1 – For every $\alpha \in [M, N]$ such that $\alpha \notin \Delta_M[M, N]$, the submodule $\text{Ker}(\alpha)$ is contained in a direct summand $K \neq M$ of M .
- 2 – The bi-module $[M, N]$ is semi-potent and $\text{Tot}[M, N] = \Delta_M[M, N]$.

Key words: Bi-modules, Semi-potent bi-module, Radical of Module, Semi-projective (semi-injective) module.

(2020) Mathematics Subject Classification:
16E50 , 16N20 , 16D40 , 16D90 .

¹ Prof. Department of Mathematics, Faculty of Science, Damascus University.

² Graduate Student. Department of Mathematics, Faculty of Science, Damascus University.

1 - المقدمة.

تلعب المودولات الجزئية لمودول ما، دوراً مهماً في تحديد طبيعة المودول وفي طبيعة حلقة الإندومورفيزمات لهذا المودول. فعلى سبيل المثال أثبت R. Ware في [4] أن حلقة الإندومورفيزمات لمودول ما M ، تكون منتظمة عندما و فقط عندما تكون $Im(f)$ و $Ker(f)$ حدوداً مباشرة في المودول M وذلك لأجل كل $f \in End_R(M)$.

وفي عام 2004 أدخل F. Kasch في [3]، عدداً من البنى الجزئية في المودول الثنائي $[M, N]$ ، حيث M و N مودولان فوق حلقة R ، مثل الأساس $J[M, N]$ والتوتال $Tot[M, N]$ وغيرها. حيث درس تأثير هذه البنى الجزئية على المودول $[M, N]$. وفي عام 2009 تابع Y. Zhou في [6]، دراسة تأثير البنى الجزئية السابقة على المودول $[M, N]$ ، حيث أثبت أن المودول $[M, N]$ يكون شبه جامد عندما و فقط عندما يكون $Tot[M, N] = J[M, N]$.

في هذه المقالة عرفنا مجموعات جزئية جديدة في المودول الثنائي $[M, N]$ ، هي:

$$\Delta_M[M, N], \Delta_N[M, N], \nabla_M[M, N], \nabla_N[M, N]$$

حيث أثبتنا أن هذه المجموعات تشكل مودولات جزئية من المودول $[M, N]$. ودرسنا علاقتها بكل من $J[M, N]$ و $Tot[M, N]$. وقد أثبتنا أنه لأجل المودول نصف الإسقاطي وشبه الجامد N فإن:

$$Tot[M, N] = \nabla_N[M, N]$$

وذلك لأجل أي مودول آخر M . وأنه لأجل المودول نصف الإسقاطي وشبه الجامد M فإن:

$$Tot[M, N] = \nabla_M[M, N]$$

وذلك لأجل أي مودول آخر N .

جميع الحلقات التي ستتم دراستها هي حلقات واحدة والمودولات فوق هذه الحلقات هي مودولات يمينية مالم يتم ذكر خلاف ذلك وبشكل صريح. ليكن M مودولاً فوق حلقة R ، سنرمز لحلقة الإندومورفيزمات للمودول M بالشكل $E_M = \text{End}_R(M)$.

تعريف 1-1. ليكن M مودولاً فوق حلقة R . نقول عن المودول الجزئي A في M إنه صغير في M إذا كان لأجل أي مودول جزئي آخر B في M يحقق $M = A + B$ ينتج أن $B = M$.
إذا كان A مودولاً جزئياً صغيراً في M سوف نرمز لذلك $A \ll M$ ، [1].

تعريف 1-2. ليكن M مودولاً فوق حلقة R . نقول عن المودول الجزئي A إنه كبير في M ، إذا كان لأجل أي مودول جزئي آخر B في M يحقق أن $A \cap B = 0$ ينتج أن $B = 0$.

إذا كان A مودولاً جزئياً كبيراً في M سوف نرمز لذلك $A \leq_e M$ ، [1].

تعريف 1-3. ليكن M مودولاً فوق حلقة R . نسمي تقاطع جميع المودولات الجزئية الأعظمية في M بأساس المودول M ونرمز له $J(M)$ ، [2].

2 - المودولات الثنائية.

ليكن M_R, N_R مودولين فوق حلقة R . لنفرض أن $E_M = \text{End}_R(M)$ و $E_N = \text{End}_R(N)$ ، لنفرض أيضاً أن $[M, N] = \text{Hom}_R(M, N)$.
إن المجموعة $[M, N]$ تشكل زمرة جمعية تبديلية، وهذه الزمرة تشكل مودولاً يسارياً فوق الحلقة E_N وتشكل أيضاً مودولاً يمينياً فوق الحلقة E_M ، لذلك فإن الزمرة $[M, N]$ هي (E_N, E_M) -مودول ثنائي.

لدينا في المودول $[M, N]$ المجموعات الآتية:

- أساس جاكبسون ويعرف بالشكل الآتي:

$$J[M, N] = \{ \alpha : \alpha \in [M, N]; \alpha\beta \in J(E_N), \quad \forall \beta \in [N, M] \}$$

$$J[M, N] = \{ \alpha : \alpha \in [M, N]; \beta\alpha \in J(E_M), \quad \forall \beta \in [N, M] \}$$

وهو مودول جزئي في المودول $[M, N]$ ، [6].

- المودول الجزئي الشاذ وهو مودول جزئي في المودول $[M, N]$ ، [6] ويعرف بالشكل الآتي:

$$\Delta[M, N] = \{ \alpha : \alpha \in [M, N]; Ker(\alpha) \leq_e M \}$$

- المودول الجزئي الشاذ الثنوي وهو مودول جزئي في المودول $[M, N]$ ، [6] ويعرف بالشكل الآتي:

$$\nabla[M, N] = \{ \alpha : \alpha \in [M, N]; Im(\alpha) \ll N \}$$

- التوتال وهي مجموعة جزئية غير خالية في المودول $[M, N]$ ، [6] تعرف بالشكل الآتي:

$$Tot[M, N] = \{ \alpha : \alpha \in [M, N]; \alpha[N, M] \text{ has no nonzero idempotents of } E_N \}$$

$$Tot[M, N] = \{ \alpha : \alpha \in [M, N]; [N, M]\alpha \text{ has no nonzero idempotents of } E_M \}$$

العلاقة بين المجموعات السابقة نوردتها من خلال التمهيدية الآتية:

تمهيدية 1-2 [6].

ليكن M, N مودولين فوق حلقة R . القضايا الآتية صحيحة:

$$J[M, N] \subseteq Tot[M, N] - 1$$

$$\nabla[M, N] \subseteq \text{Tot}[M, N], \quad \Delta[M, N] \subseteq \text{Tot}[M, N] - 2$$

تعريف [6].

ليكن M, N مودولين فوق حلقة R . نقول عن المودول الثنائي $[M, N]$ إنه شبه جامد إذا كان لأجل كل عنصر $\alpha \in [M, N]$ بحيث إن $\alpha \notin J[M, N]$ ، يوجد عنصر مغاير للصفر $\gamma \in [N, M]$ يحقق أن $\gamma = \gamma\alpha\gamma$.

مبرهنة 2-2 [6].

ليكن M, N مودولين فوق حلقة R . عندئذ المودول الثنائي $[M, N]$ شبه جامد عندما فقط عندما $J[M, N] = \text{Tot}[M, N]$.

3 - بنى جزئية أخرى في المودول الثنائي $[M, N]$.

تمهيدية 1-3.

ليكن M, N مودولين فوق حلقة R . لناخذ المجموعتين الآتيتين:

$$\nabla_N[M, N] = \{ \alpha : \alpha \in [M, N]; \text{Im}(\alpha\beta) \ll N, \quad \forall \beta \in [N, M] \}$$

$$\nabla_M[M, N] = \{ \alpha : \alpha \in [M, N]; \text{Im}(\beta\alpha) \ll M, \quad \forall \beta \in [N, M] \}$$

عندئذ القضايا الآتية صحيحة:

1 - كل من المجموعتين $\nabla_N[M, N]$ و $\nabla_M[M, N]$ تشكل مودولاً جزئياً في المودول $[M, N]$.

$$\nabla[M, N] \subseteq \nabla_M[M, N] \text{ و } \nabla[M, N] \subseteq \nabla_N[M, N] - 2$$

$$\nabla_M[M, N] \subseteq \text{Tot}[M, N] \text{ و } \nabla_N[M, N] \subseteq \text{Tot}[M, N] - 3$$

البرهان.

1 - واضح أن $0 \in \nabla_N[M, N]$ وبالتالي فإن $\nabla_N[M, N]$ مجموعة جزئية غير خالية في $[M, N]$. ليكن $\alpha, \gamma \in \nabla_N[M, N]$ ، عندئذ أياً كان $\beta \in [N, M]$ فإن كلاً من $Im(\alpha\beta), Im(\gamma\beta)$ مودول جزئي صغير في N ومنه فإن:

$$Im((\alpha - \gamma)\beta) \subseteq Im(\alpha\beta) + Im(\gamma\beta) \ll N$$

وبالتالي فإن $\alpha - \gamma \in \nabla_N[M, N]$.

ليكن $\alpha \in \nabla_N[M, N]$ ، عندئذ:

- أياً كان $\lambda \in E_M$ وأياً كان $\beta \in [N, M]$ فإن $\lambda\beta \in [N, M]$ وأن:

$$Im((\alpha\lambda)\beta) = Im(\alpha(\lambda\beta)) \ll N$$

ومنه فإن $\alpha\lambda \in \nabla_N[M, N]$ وهذا يبين أن $\nabla_N[M, N]$ مودول جزئي من المودول $[M, N]_{E_M}$.

- أياً كان $\lambda \in E_N$ ، عندئذ فإن $\lambda\alpha \in [M, N]$ وأنه أياً كان $\beta \in [N, M]$ فإن:

$$Im((\lambda\alpha)\beta) = Im(\lambda(\alpha\beta)) = \lambda(Im(\alpha\beta))$$

ولما كان المودول الجزئي $Im(\alpha\beta)$ صغير في N نجد أن المودول الجزئي $\lambda(Im(\alpha\beta))$ صغير في N ومنه فإن المودول الجزئي $Im((\lambda\alpha)\beta)$ صغير في N وهذا يبين أن $\lambda\alpha \in \nabla_N[M, N]$ ومنه فإن $\nabla_N[M, N]$ مودول جزئي من المودول $[M, N]_{E_N}$. مما سبق نجد أن $\nabla_N[M, N]$ مودول جزئي من المودول $[M, N]_{E_M}$. بطريقة مشابهة يمكننا إثبات أن المجموعة $\nabla_M[M, N]$ تشكل مودولاً جزئياً من المودول $[M, N]_{E_M}$.

2 - ليكن $\alpha \in \nabla[M, N]$ ، عندئذ فإن المودول الجزئي $Im(\alpha)$ صغير في N ، ولما كان لأجل كل $\beta \in [N, M]$ فإن $Im(\alpha\beta) \subseteq Im(\alpha)$ نجد أن $Im(\alpha\beta)$ صغير

في N ومنه $\alpha \in \nabla_N[M, N]$ وبالتالي فإن $\nabla[M, N] \subseteq \nabla_N[M, N]$ بطريقة مشابهة نجد أن $\nabla[M, N] \subseteq \nabla_M[M, N]$.

3 - ليكن $\alpha \in \nabla_N[M, N]$ ، عندئذ فإن المودول الجزئي $Im(\alpha\beta)$ صغير في N وذلك أياً كان $\beta \in [N, M]$. لنفرض جديلاً أن $\alpha \notin Tot[M, N]$ ، عندئذ يوجد عنصر $\gamma \in [N, M]$ بحيث إن $\alpha\gamma \in E_N$ عنصر جامد مغاير للصفر، ولما كان $Im(\alpha\gamma)$ صغيراً في N نجد أن:

$$N = Im(\alpha\gamma) \oplus Im(1_N - \alpha\gamma) = Im(1_N - \alpha\gamma)$$

ومنه فإن:

$$Im(\alpha\gamma) \cap Im(1_N - \alpha\gamma) = Im(\alpha\gamma) \cap N = Im(\alpha\gamma) = 0$$

وبالتالي يكون $\alpha\gamma = 0$ وهذا غير ممكن، ومنه فإن $\alpha \in Tot[M, N]$ وأن:

$$\nabla_N[M, N] \subseteq Tot[M, N]$$

وهو المطلوب. بطريقة مشابهة نجد أن $\nabla_M[M, N] \subseteq Tot[M, N]$.

تمهيدية 2-3.

ليكن M, N مودولين فوق حلقة R . لناخذ المجموعتين الآتيتين:

$$\Delta_M[M, N] = \{ \alpha : \alpha \in [M, N]; Ker(\beta\alpha) \leq_e M, \quad \forall \beta \in [N, M] \}$$

$$\Delta_N[M, N] = \{ \alpha : \alpha \in [M, N]; Ker(\alpha\beta) \leq_e N, \quad \forall \beta \in [N, M] \}$$

عندئذ القضايا الآتية صحيحة:

1 - كل من المجموعتين $\Delta_M[M, N]$ و $\Delta_N[M, N]$ تشكل مودولاً جزئياً من المودول $\cdot_{E_N}[M, N]_{E_M}$.

$$\Delta[M, N] \subseteq \Delta_N[M, N] \text{ و } \Delta[M, N] \subseteq \Delta_M[M, N] \quad - 2$$

$$\Delta_N[M, N] \subseteq Tot[M, N] \text{ و } \Delta_M[M, N] \subseteq Tot[M, N] \quad - 3$$

البرهان.

1 - واضح أن $0 \in \Delta_M[M, N]$ وبالتالي فإن $\Delta_M[M, N]$ مجموعة جزئية غير خالية في $[M, N]$. ليكن $\alpha, \gamma \in \Delta_M[M, N]$ ، عندئذ أياً كان $\beta \in [N, M]$ فإن $\beta\alpha, \beta\gamma \in E_M$ وأن كلاً من:

$$\text{Ker}(\beta\alpha), \text{Ker}(\beta\gamma)$$

مودول جزئي كبير في M ، ولما كان:

$$\text{Ker}(\beta\alpha) \cap \text{Ker}(\beta\gamma) \subseteq \text{Ker}(\beta(\alpha - \gamma))$$

نجد أن المودول الجزئي $\text{Ker}(\beta(\alpha - \gamma))$ كبير في M وبالتالي فإن $\alpha - \gamma \in \Delta_M[M, N]$.
ليكن $\alpha \in \Delta_M[M, N]$ ، عندئذ:

- أياً كان $\lambda \in E_M$ فإن $\alpha\lambda \in [M, N]$ وبالتالي أياً كان $\beta \in [N, M]$ فإن:

$$\text{Ker}((\beta\alpha)\lambda) = \lambda^{-1}(\text{Ker}(\beta\alpha))$$

ولما كان $\alpha \in \Delta_M[M, N]$ فإن المودول الجزئي $\text{Ker}(\beta\alpha)$ كبير في M وبالتالي فإن المودول الجزئي $\lambda^{-1}(\text{Ker}(\beta\alpha))$ كبير في M ، ولما كان:

$$\text{Ker}(\beta(\alpha\lambda)) = \text{Ker}((\beta\alpha)\lambda) = \lambda^{-1}(\text{Ker}(\beta\alpha))$$

نجد أن المودول الجزئي $\text{Ker}(\beta(\alpha\lambda))$ كبير في M وذلك أياً كان $\beta \in [N, M]$ وهذا يبين أن:

$$\alpha\lambda \in \Delta_M[M, N]$$

ومنه فإن $\Delta_M[M, N]$ مودول جزئي من المودول $[M, N]_{E_M}$.

- ليكن $\lambda \in E_N$ ، عندئذ أياً كان $\beta \in [N, M]$ فإن $\beta\lambda \in [N, M]$ ولما كان $\alpha \in \Delta_M[M, N]$ فإن المودول الجزئي $\text{Ker}((\beta\lambda)\alpha)$ كبير في M ولما كان $\lambda\alpha \in [M, N]$ وأن:

$$Ker((\beta\lambda)\alpha) = Ker(\beta(\lambda\alpha))$$

نجد أن المودول الجزئي $Ker(\beta(\lambda\alpha))$ كبير في M وذلك أيضاً كان $\beta \in [N, M]$ ومنه فإن $\lambda\alpha \in \Delta_M[M, N]$. وهذا يبين أن $\Delta_M[M, N]$ مودول جزئي من المودول $\cdot_{E_N}[M, N]_{E_M}$.

مما سبق نجد أن $\Delta_M[M, N]$ مودول جزئي من المودول $\cdot_{E_N}[M, N]_{E_M}$ بطريقة مشابهة يمكننا إثبات أن المجموعة $\Delta_N[M, N]$ تشكل مودولاً جزئياً من المودول $\cdot_{E_N}[M, N]_{E_M}$.

2 - ليكن $\alpha \in \Delta[M, N]$ ، عندئذ فإن المودول الجزئي $Ker(\alpha)$ كبير في M ، ولما كان لأجل كل $\beta \in [N, M]$ فإن $Ker(\alpha) \subseteq Ker(\beta\alpha)$ نجد أن المودول الجزئي $Ker(\beta\alpha)$ كبير في M ومنه فإن $\alpha \in \Delta_M[M, N]$ وبالتالي يكون $\Delta[M, N] \subseteq \Delta_M[M, N]$ بطريقة مشابهة نجد أن:

$$\Delta[M, N] \subseteq \Delta_N[M, N]$$

3 - ليكن $\alpha \in \Delta_M[M, N]$ ، عندئذ أيضاً كان $\beta \in [N, M]$ فإن المودول الجزئي $Ker(\beta\alpha)$ كبير في M . لنفرض جدلاً أن $\alpha \notin \text{Tot}[M, N]$ ، عندئذ يوجد $\gamma \in [N, M]$ بحيث إن $\gamma\alpha \in E_M$ عنصر جامد مغاير للصفر، ومنه فإن:

$$M = \text{Im}(\gamma\alpha) \oplus \text{Im}(1_M - \gamma\alpha) = \text{Im}(\gamma\alpha) \oplus \text{Ker}(\gamma\alpha)$$

ولما كان $Ker(\gamma\alpha)$ كبيراً في M وأن $\text{Im}(\gamma\alpha) \cap \text{Ker}(\gamma\alpha) = 0$ نجد أن $\text{Im}(\gamma\alpha) = 0$ ومنه فإن $\gamma\alpha = 0$ وهذا غير ممكن، وبالتالي

$$\Delta_M[M, N] \subseteq \text{Tot}[M, N] \text{ وأن } \alpha \in \text{Tot}[M, N]$$

$$\Delta_N[M, N] \subseteq \text{Tot}[M, N] \text{ بطريقة مشابهة نجد أن}$$

تمهيدية 3-3.

لتكن M, N, W مودولات فوق حلقة R . عندئذ القضايا الآتية صحيحة:

$$\nabla_N[M, N] \cdot [W, M] \subseteq \nabla_N[W, N] - 1$$

$$[N, W] \cdot \nabla_M[M, N] \subseteq \nabla_M[M, W] - 2$$

$$\Delta_N[M, N] \cdot [W, M] \subseteq \Delta_N[W, N] - 3$$

$$[N, W] \cdot \Delta_M[M, N] \subseteq \Delta_M[M, W] - 4$$

البرهان.

1 - ليكن $\alpha \in \nabla_N[M, N]$ و $\gamma \in [W, M]$ ، عندئذ فإن $\alpha\gamma \in [W, N]$ وأنه أياً

كان $\beta \in [N, W]$ فإن $(\alpha\gamma)\beta \in E_N$ ويحقق $Im((\alpha\gamma)\beta) = Im(\alpha(\gamma\beta))$.

لما كان $\gamma\beta \in [N, M]$ وأن $\alpha \in \nabla_N[W, N]$ نجد أن المودول الجزئي $Im(\alpha(\gamma\beta))$

صغير في N وذلك أياً كان $\beta \in [N, W]$ ومنه نجد أن $\alpha\gamma \in \nabla_N[W, N]$ ومنه

فإن:

$$\nabla_N[M, N] \cdot [W, M] \subseteq \nabla_N[W, N]$$

2 - يبرهن بطريقة مشابهة.

3 - ليكن $\alpha \in \Delta_N[M, N]$ و $\gamma \in [W, M]$ ، عندئذ فإن $\alpha\gamma \in [W, N]$ وأنه أياً

كان $\beta \in [N, W]$

فإن $\gamma\beta \in [N, M]$ ، ولما كان $\alpha \in \Delta_N[M, N]$ نجد أن المودول

الجزئي $Ker(\alpha(\gamma\beta))$ كبير في N ، ولما كان $\alpha(\gamma\beta) = (\alpha\gamma)\beta$ نجد أن المودول

الجزئي $Ker((\alpha\gamma)\beta)$ كبير في N وذلك أياً كان $\beta \in [N, W]$ ومنه

فإن $\alpha\gamma \in \Delta_N[W, N]$ وهذا يبين أن:

$$\Delta_N[M, N] \cdot [W, M] \subseteq \Delta_N[W, N]$$

4 - يبرهن بطريقة مشابهة.

ليكن M, N مودولين فوق حلقة R . لنأخذ المجموعات الآتية:

$$\begin{aligned}\nabla'[M, N] &= \{ \alpha : \alpha \in [M, N]; \text{Im}(1_N - \alpha\beta) = N, \quad \forall \beta \in [N, M] \} \\ \nabla''[M, N] &= \{ \alpha : \alpha \in [M, N]; \text{Im}(1_M - \beta\alpha) = M, \quad \forall \beta \in [N, M] \} \\ \Delta'[M, N] &= \{ \alpha : \alpha \in [M, N]; \text{Ker}(1_N - \alpha\beta) = 0, \quad \forall \beta \in [N, M] \} \\ \Delta''[M, N] &= \{ \alpha : \alpha \in [M, N]; \text{Ker}(1_M - \beta\alpha) = 0, \quad \forall \beta \in [N, M] \}\end{aligned}$$

من الواضح أن المجموعات السابقة هي مجموعات جزئية غير خالية من المودول $[M, N]$ وذلك لأن التشاكل الصفري ينتمي إلى جميع المجموعات السابقة، فضلاً عن ذلك التمهيدية الآتية صحيحة:

تمهيدية 3-4.

ليكن M, N مودولين فوق حلقة R . عندئذ القضايا الآتية صحيحة:

$$\begin{aligned}1 - \nabla'[M, N] &= \nabla''[M, N] \\ 2 - \Delta'[M, N] &= \Delta''[M, N] \\ 3 - J[M, N] &\subseteq \nabla'[M, N], \quad J[M, N] \subseteq \Delta'[M, N] \\ 4 - J[M, N] &= \nabla'[M, N] \cap \Delta'[M, N] \\ 5 - \nabla'[M, N] &\subseteq \text{Tot}[M, N], \quad \Delta'[M, N] \subseteq \text{Tot}[M, N]\end{aligned}$$

البرهان.

1 - ليكن $\alpha \in \nabla'[M, N]$ ، عندئذ أيّاً كان $\beta \in [N, M]$ فإن $\text{Im}(1_N - \alpha\beta) = N$ وبالتالي فإن $\text{Im}(1_M - \beta\alpha) = M$ ومنه فإن $\alpha \in \nabla''[M, N]$ وبالتالي فإن $\nabla'[M, N] \subseteq \nabla''[M, N]$.
بطريقة مشابهة يمكننا إثبات الاحتواء المعاكس.

2 - ليكن $\alpha \in \Delta'[M, N]$ ، عندئذ أياً كان $\beta \in [N, M]$ فإن $Ker(1_N - \alpha\beta) = 0$ وبالتالي فإن $Ker(1_M - \beta\alpha) = 0$ ومنه فإن $\alpha \in \Delta''[M, N]$ وبالتالي فإن $\Delta'[M, N] \subseteq \Delta''[M, N]$.
 بطريقة مشابهة يمكننا إثبات الاحتواء المعاكس.

3 - ليكن $\alpha \in J[M, N]$ ، عندئذ أياً كان $\beta \in [N, M]$ فإن $1_N - \alpha\beta \in E_N$ عنصر قابل للقلب في الحلقة E_N ومنه فإن $Im(1_N - \alpha\beta) = N$ وأن $Ker(1_N - \alpha\beta) = 0$ ومنه فإن $\alpha \in \nabla'[M, N]$ و $\alpha \in \Delta'[M, N]$ وهذا يبين أن $J[M, N] \subseteq \nabla'[M, N]$ ، $J[M, N] \subseteq \Delta'[M, N]$.

4 - لدينا حسب (3) أن $J[M, N] \subseteq \nabla'[M, N]$ ، $J[M, N] \subseteq \Delta'[M, N]$ ومنه فإن:

$$J[M, N] \subseteq \nabla'[M, N] \cap \Delta'[M, N]$$

ليكن $\alpha \in \nabla'[M, N] \cap \Delta'[M, N]$ ، عندئذ فإن $\alpha \in [M, N]$ وأنه أياً كان $\beta \in [N, M]$ فإن $Im(1_N - \alpha\beta) = N$ و $Ker(1_N - \alpha\beta) = 0$ ومنه فإن $1_N - \alpha\beta \in E_N$ عنصر قابل للقلب في الحلقة E_N وبالتالي فإن $\alpha \in J[M, N]$ وهكذا نجد أن $\nabla'[M, N] \cap \Delta'[M, N] \subseteq J[M, N]$. مما سبق نجد أن $J[M, N] = \nabla'[M, N] \cap \Delta'[M, N]$.

5 - ليكن $\alpha \in \nabla'[M, N]$ ، عندئذ فإن $Im(1_N - \alpha\beta) = N$ وذلك أياً كان $\beta \in [N, M]$. لنفرض جدلاً أن $\alpha \notin \text{Tot}[M, N]$ ، عندئذ يوجد عنصر $\gamma \in [N, M]$ بحيث إن $\alpha\gamma \in E_N$ عنصر جامد مغاير للصفر، ومنه فإن $N = Im(\alpha\gamma) \oplus Im(1_N - \alpha\gamma)$. ولما كان $Im(1_N - \alpha\gamma) = N$ نجد أن:

$$Im(\alpha\gamma) \cap Im(1_N - \alpha\gamma) = Im(\alpha\gamma) \cap N = Im(\alpha\gamma) = 0$$

ومنه $\alpha\gamma = 0$ وهذا غير ممكن، وبالتالي فإن $\alpha \in \text{Tot}[M, N]$ وأن $\nabla[M, N] \subseteq \text{Tot}[M, N]$.

ليكن $\alpha \in \Delta'[M, N]$ ، عندئذ $\text{Ker}(1_N - \alpha\beta) = 0$ فإن ذلك أيضاً كان $\beta \in [N, M]$. لنفرض جديلاً أن $\alpha \notin \text{Tot}[M, N]$ ، عندئذ يوجد عنصر $\gamma \in [N, M]$ بحيث إن $\alpha\gamma \in E_N$ عنصر جامد مغاير للصفر، ومنه فإن:

$$N = \text{Im}(\alpha\gamma) \oplus \text{Im}(1_N - \alpha\gamma) = \text{Ker}(1_N - \alpha\gamma) \oplus \text{Ker}(\alpha\gamma)$$

ولما كان $\text{Ker}(1_N - \alpha\gamma) = 0$ نجد أن $\text{Ker}(\alpha\gamma) = N$ ومنه فإن $\alpha\gamma = 0$ وهذا غير ممكن، وبالتالي فإن $\alpha \in \text{Tot}[M, N]$ وأن $\Delta'[M, N] \subseteq \text{Tot}[M, N]$.

تمهيدية 3-5.

ليكن M, N مودولين فوق حلقة R . إذا كان $\text{Tot}[M, N] = \nabla[M, N]$ ، عندئذ القضيتان الآتيتان صحيحتان:

$$\text{Tot}[M, N] = \nabla_N[M, N] - 1$$

$$\text{Tot}[M, N] = \nabla_M[M, N] - 2$$

البرهان.

1 - لنفرض أن $\text{Tot}[M, N] = \nabla[M, N]$. لدينا حسب التمهيدية (3-1) أن:

$$\nabla_N[M, N] \subseteq \text{Tot}[M, N]$$

ليكن $\alpha \in \text{Tot}[M, N]$ ، لنفرض جديلاً أن $\alpha \notin \nabla_N[M, N]$ ، عندئذ يوجد $\beta \in [N, M]$ بحيث إن المودول الجزئي $\text{Im}(\alpha\beta)$ ليس صغيراً في N ، ولما كان $\text{Im}(\alpha\beta) \subseteq \text{Im}(\alpha)$ نجد أن $\text{Im}(\alpha)$ ليس صغيراً في N ومنه فإن $\alpha \notin \nabla[M, N]$ وحسب الفرض نجد أن $\alpha \notin \text{Tot}[M, N]$ وهذا غير ممكن، ومنه $\text{Tot}[M, N] \subseteq \nabla_N[M, N]$ وبالتالي يكون $\text{Tot}[M, N] = \nabla_N[M, N]$.

2 - يبرهن بطريقة مشابهة.

تمهيدية 3-6.

ليكن M, N مودولين فوق حلقة R . إذا كان $\text{Tot}[M, N] = \Delta[M, N]$ ، عندئذ القضيتان الآتيتان صحيحتان:

$$\text{Tot}[M, N] = \Delta_N[M, N] - 1$$

$$\text{Tot}[M, N] = \Delta_M[M, N] - 2$$

البرهان.

1 - لنفرض أن $\text{Tot}[M, N] = \Delta[M, N]$. لدينا حسب التمهيدية (3-2) أن:

$$\Delta_N[M, N] \subseteq \text{Tot}[M, N]$$

ليكن $\alpha \in \text{Tot}[M, N]$ عندئذ حسب الفرض $\alpha \in \Delta[M, N]$ ومنه فإن المودول الجزئي $\text{Ker}(\alpha)$ كبير في M ولما كان لأجل أي عنصر $\beta \in [N, M]$ فإن $\text{Ker}(\alpha\beta) = \text{Ker}(\alpha)$ نجد أن المودول الجزئي $\text{Ker}(\alpha\beta)$ كبير في N ومنه فإن $\alpha \in \Delta_N[M, N]$ وبالتالي فإن:

$$\text{Tot}[M, N] \subseteq \Delta_N[M, N]$$

وبالتالي يكون $\text{Tot}[M, N] = \Delta_N[M, N]$.

2 - يبرهن بطريقة مشابهة.

تمهيدية 3-7.

ليكن M, N مودولين فوق حلقة R . إذا كان المودول الثنائي $[M, N]$ شبه جامد، عندئذ القضيتان الآتيتان صحيحتان:

$$\nabla'[M, N] = \Delta'[M, N] - 1$$

$$J[M, N] = \nabla'[M, N] = \Delta'[M, N] - 2$$

البرهان.

لنفرض أن المودول $[M, N]$ شبه جامد، عندئذ فإن $J[M, N] = \text{Tot}[M, N]$.
 1 - لدينا حسب التمهيدية (4-3) أن $\nabla'[M, N] \subseteq \text{Tot}[M, N]$ و $\Delta'[M, N] \subseteq \text{Tot}[M, N]$. كما أن $J[M, N] = \nabla'[M, N] \cap \Delta'[M, N]$ ومنه نجد أن:

$$\nabla'[M, N] \subseteq \nabla'[M, N] \cap \Delta'[M, N]$$

$$\Delta'[M, N] \subseteq \nabla'[M, N] \cap \Delta'[M, N]$$

وهذا يبين أن $\nabla'[M, N] \subseteq \Delta'[M, N]$ و $\Delta'[M, N] \subseteq \nabla'[M, N]$ ومنه فإن:

$$\Delta'[M, N] = \nabla'[M, N]$$

2 - لدينا حسب التمهيدية (4-3) أن $J[M, N] = \nabla'[M, N] \cap \Delta'[M, N]$ وبحسب (1) نجد أن:

$$J[M, N] = \nabla'[M, N] \cap \Delta'[M, N] = \nabla'[M, N] = \Delta'[M, N]$$

4 - المودولات M - نصف الإسقاطية.

تعريف [5].

ليكن M, N مودولين فوق حلقة R . نقول عن المودول N إنه M - نصف إسقاطي إذا كان لأجل كل $\alpha \in [M, N]$ فإن $\alpha[N, M] = [N, \text{Im}(\alpha)]$. ونقول عن المودول M فوق الحلقة R إنه نصف إسقاطي إذا كان M - نصف إسقاطي.

تمهيدية 4-1.

ليكن M, N مودولين فوق حلقة R . إذا كان المودول N هو M - نصف إسقاطي، عندئذ فإن:

$$\nabla_N[M, N] \subseteq J[M, N]$$

البرهان.

ليكن $\alpha \in \nabla_N[M, N]$ ، عندئذ أياً كان $\beta \in [N, M]$ فإن المودول الجزئي $Im(\alpha\beta)$ صغير في N ولما كان $N = Im(\alpha\beta) + Im(1_N - \alpha\beta)$ نجد أن $N = Im(1_N - \alpha\beta)$ ولما كان المودول N هو M - نصف إسقاطي نجد أن $E_N = (1_N - \alpha\beta)E_N$ وهذا يبين أن $\alpha \in J[M, N]$ ومنه فإن:

$$\nabla_N[M, N] \subseteq J[M, N]$$

مبرهنة 4-2.

ليكن M, N مودولين فوق حلقة R . عندئذ القضيتان الآتيتان صحيحتان:

1 - إذا كان المودول N نصف إسقاطي وشبه جامد فإن $Tot[M, N] = \nabla_N[M, N]$.

2 - إذا كان المودول M نصف إسقاطي وشبه جامد فإن $Tot[M, N] = \nabla_M[M, N]$.

البرهان.

1 - لنفرض أن المودول N نصف إسقاطي وشبه جامد. لدينا حسب التمهيدية (3-2) أن:

$$\nabla_N[M, N] \subseteq Tot[M, N]$$

ليكن $\alpha \in Tot[M, N]$ ولنفرض جلاً أن $\alpha \notin \nabla_N[M, N]$ ، عندئذ يوجد عنصر $\beta \in [N, M]$ بحيث إن المودول الجزئي $Im(\alpha\beta)$ ليس صغيراً في N ولما كان المودول N شبه جامد فإن المودول الجزئي $Im(\alpha\beta)$ يحوي حداً مباشراً مغايراً للصفر للمودول N وبالتالي يوجد عنصر جامد مغاير للصفر $e \in E_N$ بحيث إن $Im(e) \subseteq Im(\alpha\beta)$ ومنه فإن:

$$Im(e) = e(Im(e)) \subseteq Im(e\alpha\beta) \subseteq Im(e)$$

ومنه فإن $Im(e) = Im(e\alpha\beta)$ ولما كان المودول N نصف إسقاطي نجد أن:

$$eE_N = hom_R(N, Im(e)) = hom_R(N, Im(e\alpha\beta)) = (e\alpha\beta)E_N$$

وبالتالي يوجد عنصر مغاير للصفر $\lambda \in E_N$ بحيث إن $e = (e\alpha\beta)\lambda$ ومنه فإن:

$$\beta\lambda e = (\beta\lambda e)\alpha(\beta\lambda)$$

وبالتالي يكون $\beta\lambda e = (\beta\lambda e)\alpha(\beta\lambda e)$.

لنضع $g = \alpha(\beta\lambda e)$ فنجد أن $g \in E_N$ عنصر جامد مغاير للصفر، ولما

كان $\beta\lambda e \in [N, M]$ نجد أن $g = \alpha(\beta\lambda e) \in \alpha[N, M]$ وهذا يناقض

كون $\alpha \in Tot[M, N]$ ، ومنه نجد أن:

$$\alpha \in \nabla_N[M, N]$$

وبالتالي فإن $Tot[M, N] \subseteq \nabla_N[M, N]$. مما سبق نجد

$$. Tot[M, N] = \nabla_N[M, N]$$

2 - لنفرض أن المودول M نصف إسقاطي وشبه جامد. لدينا حسب التمهيدية (2-3)

أن:

$$\nabla_M[M, N] \subseteq Tot[M, N]$$

ليكن $\alpha \in Tot[M, N]$ ولنفرض جلاً أن $\alpha \notin \nabla_M[M, N]$ ، عندئذ يوجد

عنصر $\beta \in [N, M]$ بحيث إن المودول الجزئي $Im(\beta\alpha)$ ليس صغيراً في M ولما

كان المودول M شبه جامد فإن المودول الجزئي $Im(\beta\alpha)$ يحوي حداً مباشراً مغايراً

للصفر للمودول M وبالتالي يوجد عنصر جامد مغاير للصفر $e \in E_M$ بحيث

إن $Im(e) \subseteq Im(\beta\alpha)$ ومنه فإن:

$$Im(e) = e(Im(e)) \subseteq Im(e\beta\alpha) \subseteq Im(e)$$

ومنه فإن $Im(e) = Im(e\beta\alpha)$ ولما كان المودول M نصف إسقاطي نجد أن:

$$eE_M = hom_R(M, Im(e)) = hom_R(M, Im(e\beta\alpha)) = (e\beta\alpha)E_M$$

وبالتالي يوجد عنصر مغاير للصفر $\lambda \in E_M$ بحيث إن $e = (e\beta\alpha)\lambda$ ومنه
 فإن $e = e\beta\alpha\lambda e$ وأن $\lambda e = (\lambda e\beta)\alpha\lambda e$ وبالتالي يكون $\lambda e\beta = (\lambda e\beta)\alpha(\lambda e\beta)$.
 لنضع $g = \alpha(\lambda e\beta)$ فنجد أن $g \in E_M$ عنصر جامد مغاير للصفر، ولما
 كان $\lambda e\beta \in [N, M]$ نجد أن $g = \alpha(\lambda e\beta) \in \alpha[N, M]$ وهذا يناقض
 كون $\alpha \in \text{Tot}[M, N]$ ، ومنه فإن $\alpha \in \nabla_M[M, N]$ وبالتالي
 يكون $\text{Tot}[M, N] \subseteq \nabla_M[M, N]$. مما سبق نجد
 أن $\text{Tot}[M, N] = \nabla_M[M, N]$.

مبرهنة 3-4.

ليكن M, N مودولين فوق حلقة R . إذا كان المودول N هو M -نصف إسقاطي،
 عندئذ القضيتان الآتيتان متكافئتان:

- 1 - لأجل كل عنصر $\alpha \in [M, N]$ بحيث $\alpha \notin \nabla_N[M, N]$ فإن المودول
 الجزئي $Im(\alpha)$ يحوي حداً مباشراً مغايراً للصفر للمودول N .
 - 2 - المودول $[M, N]$ شبه جامد وأن $J[M, N] = \nabla_N[M, N]$.
- البرهان.

(1) \Leftarrow (2). لما كان المودول N هو M -نصف إسقاطي، فإنه حسب التمهيدية (4)-
 (1) يكون:

$$\nabla_N[M, N] \subseteq J[M, N]$$

ليكن $\alpha \in J[M, N]$ ولنفرض جديلاً أن $\alpha \notin \nabla_N[M, N]$ ، عندئذ حسب الفرض فإن
 المودول الجزئي $Im(\alpha)$ يحوي حداً مباشراً مغايراً للصفر للمودول N وبالتالي يوجد
 عنصر جامد مغاير للصفر $e \in E_N$ بحيث إن $Im(e) \subseteq Im(\alpha)$ ، ولما كان
 المودول N هو M -نصف إسقاطي نجد أن:

$$e \in eE_N \subseteq \alpha[N, M] \subseteq J(E_N)$$

وهذا غير ممكن، ومنه فإن $\alpha \in \nabla_N[M, N]$ وبالتالي فإن $J[M, N] \subseteq \nabla_N[M, N]$ وهكذا نجد أن $J[M, N] = \nabla_N[M, N]$.
ليكن $\alpha \in [M, N]$ وأن $\alpha \notin J[M, N]$ ، عندئذ فإن $\alpha \notin \nabla_N[M, N]$ وبحسب
الفرض فإن المودول الجزئي $Im(\alpha)$ يحوي حداً مباشراً مغايراً للصفر للمودول N
وبالتالي يوجد عنصر جامد مغاير للصفر $e \in E_N$ بحيث إن $Im(e) \subseteq Im(\alpha)$ ،
ولما كان المودول N هو M -نصف إسقاطي نجد أن:

$$e \in eE_N \subseteq \alpha[N, M]$$

وبالتالي يوجد عنصر مغاير للصفر $\beta \in [N, M]$ بحيث إن $e = \alpha\beta$ ومنه نجد
أن $e = e\alpha\beta e$ كما أن $\beta e = (\beta e)\alpha(\beta e)$. لنضع $\gamma = \beta e$ فنجد أن $\gamma \in [N, M]$
عنصر مغاير للصفر وأن $\gamma = \gamma\alpha\gamma$ ومنه فإن المودول $[M, N]$ شبه جامد.
(2) \Leftarrow (1). ليكن $\alpha \in [M, N]$ بحيث إن $\alpha \notin \nabla_N[M, N]$ ، حسب الفرض
فإن $\alpha \notin J[M, N]$ ولما كان المودول $[M, N]$ شبه جامد فإنه يوجد عنصر مغاير
للصفر $\gamma \in [N, M]$ بحيث إن $\gamma = \gamma\alpha\gamma$. لنضع $e = \alpha\gamma$ فنجد أن $e \in E_N$ عنصر
جامد مغاير للصفر وبالتالي فإن $Im(e)$ حد مباشر مغاير للصفر للمودول N
وأن $Im(e) = Im(\alpha\gamma) \subseteq Im(\alpha)$.

5 - المودولات N -نصف الأفقية.

تعريف [5].

ليكن M, N مودولين فوق حلقة R . نقول عن المودول N إنه N -نصف أفقي إذا
كان لأجل أي عنصر $\alpha \in [M, N]$ فإن
 $[N, M]\alpha = \ell_{E_M}(Ker(\alpha)) = \ell_{E_M}(r_M(\alpha))$. ونقول عن المودول M فوق الحلقة
 R إنه نصف أفقي إذا كان M -نصف أفقي.

تمهيدية 5-1.

ليكن M, N, R مودولين فوق حلقة R . إذا كان المودول M هو N -نصف أفقي، عندئذ فإن:

$$\Delta_M [M, N] \subseteq J[M, N]$$

البرهان.

ليكن $\alpha \in \Delta_M [M, N]$ ، عندئذ أيضاً كان $\beta \in [N, M]$ فإن المودول الجزئي $Ker(\beta\alpha)$ كبير في M ولما كان $Ker(\beta\alpha) \cap Ker(1_M - \beta\alpha) = 0$ نجد أن $Ker(1_M - \beta\alpha) = 0$ ، ومنه فإن:

$$\ell_{E_M}(Ker(1_M - \beta\alpha)) = \ell_{E_M}(0) = E_M$$

ولما كان المودول M هو N -نصف أفقي نجد أن $E_M = E_M(1_M - \beta\alpha)$ ومنه فإن $\alpha \in J[M, N]$ وبالتالي يكون $\Delta_M [M, N] \subseteq J[M, N]$.

مبرهنة 5-2.

ليكن M, N مودولين فوق حلقة R . إذا كان المودول M هو N -نصف أفقي، عندئذ الشرطان الآتيان متكافئان:

1 - لأجل كل عنصر $\alpha \in [M, N]$ بحيث $\alpha \notin \Delta_M [M, N]$ فإن المودول الجزئي $Ker(\alpha)$ محتوي في حد مباشر $K \neq M$ للمودول M .

2 - المودول $[M, N]$ شبه جامد وأن $J[M, N] = \Delta_M [M, N]$.

البرهان.

(1) \Leftrightarrow (2). لما كان المودول M هو N -نصف أفقي، فإنه بحسب التمهيدية (5-1) فإن:

$$\Delta_M [M, N] \subseteq J[M, N]$$

ليكن $\alpha \in [M, N]$ ، ولنفرض جديلاً أن $\alpha \notin \Delta_M [M, N]$ ، عندئذ حسب الفرض فإن المودول الجزئي $Ker(\alpha)$ محتوى في حد مباشر $K \neq M$ للمودول M ، وبالتالي يوجد عنصر جامد $e \in E_M$ بحيث $e \neq 1$ وأن $Ker(\alpha) \subseteq Im(e)$ ، ومنه فإن:

$$Ker(\alpha) \subseteq Im(e) = Ker(1_M - e)$$

وبالتالي يكون $\ell_{E_M}(Ker(1_M - e)) \subseteq \ell_{E_M}(Ker(\alpha))$. لما كان المودول M هو N -نصف أفقي، نجد أن $E_M(1_M - e) \subseteq [N, M]\alpha$. وبالتالي يوجد عنصر مغاير للصفر $\beta \in E_M$ بحيث إن:

$$1_M - e = \beta\alpha \in J(E_M)$$

وهذا غير ممكن، لأن $1_M - e$ عنصر جامد مغاير للصفر، ومنه فإن $\alpha \in \Delta_M [M, N]$ ، أي إن:

$$J[M, N] = \Delta_M [M, N] \text{ . مما سبق نجد أن } J[M, N] \subseteq \Delta_M [M, N]$$

ليكن $\alpha \in [M, N]$ بحيث إن $\alpha \notin J[M, N]$ ، عندئذ فإن $\alpha \notin \Delta_M [M, N]$ ، وحسب الفرض فإن المودول الجزئي $Ker(\alpha)$ محتوى في حد مباشر $K \neq M$ للمودول M ، وبالتالي يوجد عنصر جامد $e \in E_M$ بحيث $e \neq 1$ وأن $Ker(\alpha) \subseteq Im(e) = Ker(1_M - e)$ ، ومنه فإن:

$$\ell_{E_M}(Ker(1_M - e)) \subseteq \ell_{E_M}(Ker(\alpha))$$

ولما كان المودول M هو N -نصف أفقي، نجد أن $E_M(1_M - e) \subseteq [N, M]\alpha$ ، وبالتالي يوجد عنصر مغاير للصفر $\beta \in E_M$ بحيث إن $1_M - e = \beta\alpha$ ، وبالتالي فإن:

$$1_M - e = (1_M - e)\beta\alpha(1_M - e)$$

$$\text{ومنه نجد أن } (1_M - e)\beta = (1_M - e)\beta\alpha(1_M - e)\beta$$

لنضع $g = (1_M - e)\beta$ ، فنجد أن $g \in [N, M]$ عنصر مغاير للصفر ويحقق $g = g\alpha g$ ، ومنه فإن المودول $[M, N]$ شبه جامد.

(2) \Leftarrow (1). ليكن $\alpha \in [M, N]$ بحيث إن $\alpha \notin \Delta_M[M, N]$ ، حسب الفرض فإن $\alpha \notin J[M, N]$ ، ولما كان المودول $[M, N]$ شبه جامد فإنه يوجد عنصر مغاير للصفر $\gamma \in [N, M]$ بحيث إن $\gamma = \gamma\alpha\gamma$. لنضع $e = \gamma\alpha$ فنجد أن $e \in E_M$ عنصر جامد مغاير للصفر وبالتالي فإن:

$$Ker(e) = Ker(\gamma\alpha)$$

حد مباشر للمودول M وأن $Ker(\alpha) \subseteq Ker(\gamma\alpha) = Ker(e)$ ، فضلاً عن ذلك إن $Ker(e) \neq M$.

المراجع العلمية.

- [1] – Anderson, F. W. and Fuller, K. R., " Rings and Categories of Modules ", New York. Springer 1973.
- [2] – Kasch F., " Modules and Rings ", London Math. Soc. Mono. 1982.
- [3] – Kasch, F., and Mader, A., " Rings, Modules, and The Total", Front. Math., Birkhauser Verlag, Basel, (2004).
- [4] Ware, R., " Endomorphism Rings of Projective Modules ", Trans. Amer. Math. Soc. 155, p. 233 – 256. (1971).
- [5] – Wisbauer, R., " Foundations of Modules and Rings ", Gordon, 1991.
- [6] – Zhou, Y., " On (Semi) Regularity and The Total of Rings and Modules ". Journal of Algebra, 322, (2009).p. 562 – 578.

التحويلات الثابتة بين فضاءات كيلير المكافئة

د. ميشيل حداد (1)

ملخص البحث

نذكر بالتعاريف والمبرهنات الأساسية للعمل ثم نعرف التحويل الثابت بين فضاءات كيلير ونثبت المبرهنات التي تنتج عن هذا التحويل.

نعرف فضاء كيلير - التطبيق الهولومورفي الإسقاطي ، ونكر في المبرهنات (2)، (3)

(1) ، ومن ثم نعرف التحويل الثابت بين فضاءات كيلير . نوجد في المبرهنة (4)

التحويلات التي تنتج عن التطبيقات الهولومورفية الإسقاطية.

وأخيراً نثبت في المبرهنة (5) إذا وجد تطبيق هولومورفي إسقاطي غير مبتدل من الفضاء

K_n الموافق للمتجه v_i إلى الفضاء \bar{K}_n الموافق للمتجه \bar{v}_i فإن التحويل $\Gamma(g, \bar{g}, \bar{v}_i)$

يولد متتالية غير منتهية من الفضاءات الهولومورفية المحققة للعلاقات (24) و (16).

كلمات مفتاحية: تحويل خطي - فضاء كيلير - تطبيق هولومورفي إسقاطي.

¹ - أستاذ في جامعة الوادي الدولية الخاصة

The Constant mapping between Parabolic Kahlerian Spaces

Dr. Micheal Haddad⁽¹⁾

Abstract

In this research defined Khlerian space, and parabolically, projective mapping in the theorem (1-3) premise the necessary and sufficient , conditions, to be exist parabolically projective mapping.

The team, define constant trans formation between Khlerian space.

In theorem (4) fined the transformations that produces at Holomorphically projective mappings.

Finally , theorem (5) proved that if exist Holomorphically projective mappings from K_n space corresponding to vector v_i to \bar{K}_n space corresponding to vector \bar{v}_i , then the transformation $\Gamma(g, \bar{g}, \bar{v}_i)$, generates an infinite sequence of Holomorphically space, check relationships (24) , (16).

- **Key word:**Constant transformation Khlerian space, Holomorphically projective mappings.

¹- Docent at Wadi International University

- هدف البحث وفكرته العلمية :

يهدف البحث لدراسة التحويلات بين فضاءات كيلير المكافئية وتحديد علاقات الانتقالات بين التنسورات المترية للفضاءات التي يوجد بينها تحويلات خطية وتحديد التطبيقات الهولومورفية الإسقاطية بين فضاءات كيلير التي يوجد بينها تحويلات خطية.

- المقدمة :

تمت دراسة التطبيقات الهولومورفية الإسقاطية بين فضاءات كيلير المكافئية من قبل عدد من الباحثين [1-5] ودرس كل من [6-16] التحويلات الثابتة بين فضاءات ريمان. نتابع في هذا البحث دراسة التحويلات الثابتة بين فضاءات كيلير المكافئية.

المناقشة والنتائج :**تعريف أساسية :****- تعريف (1) :**

فضاء كيلير المكافئي $K_n^{o(m)}$ هو فضاء ريمان المتواجد فيه إضافة إلى التنسور المترية $\bar{g}_{ij}(x)$ تركيب تألفي (تنسور من النوع $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$) يحقق الشروط الآتية:

- $F_\alpha^h F_i^\alpha = 0$
- $F_i^\alpha + F_j^\alpha F_{\alpha i} = 0$
- $F_{i,j}^h = \partial_j F_i^h + F_i^\alpha \Gamma_{\alpha j}^h - F_\alpha^h \Gamma_{ij}^\alpha = 0$ (1)
- $\text{Rang}(F_i^h) = m ; n \geq m \geq 2$

- تعريف (2) :

نسمي المنحني $x^h \equiv x^h(t)$ في الفضاء $K_n^{o(m)}$ منحنيًا هولومورفيًا إذا بقي المماس $Z^h(t) \equiv \frac{\partial x^h(t)}{\partial t}$ للمنحني وفق أي انسحاب له على طول المنحني ذاته واقعاً في المنطقة $E_2 = \{Z, \bar{Z}\}$ المحدودة بالمتجهتين $Z^h = Z^\alpha F_\alpha^h, Z^h(t)$ ، أي أنه تحقق المعادلة:

$$Z^h Z^\alpha = \frac{\partial Z^h}{\partial t} + \Gamma_{\alpha B}^h Z^\alpha Z^B = a(t)Z^h + b(t)Z^{\bar{h}} \quad (2)$$

حيث Γ_{ij}^h رموز كريستوفل للفضاء و $a(t)$, $b(t)$ دوال تابعة لـ t .

- تعريف (3):

نسمي التطبيق $f: K_n^{o(m)} \rightarrow \bar{K}_n^{o(m)}$ تطبيقاً هولومورفياً إسقاطياً إذا كانت صورة أي منحنى هولومورفي في K_n هو منحنى هولومورفي في \bar{K}_n .

كما وجدنا [] الشروط اللازمة والكافية كي يكون التطبيق f هولومورفياً إسقاطياً نعرضها من خلال المبرهنات التالية:

- مبرهنة (1):

إن الشرط اللازم والكافي كي يوجد تطبيق هولومورفي إسقاطي من الفضاء $K_n^{o(m)}$ إلى الفضاء $\bar{K}_n^{o(m)}$ هو أن تحقق الشروط الآتية في أي نظام إحداثي مشترك x .

$$\bar{\Gamma}_{ij}^h(x) = \Gamma_{ij}^h(x) + \delta^h(i\bar{\theta}j) + F^h(i\theta j)$$

$$\bar{F}_i^h(x) = \alpha F_i^h(x) \quad (3)$$

حيث $\bar{\theta}_j = \theta_j = \theta_\alpha F_j^\alpha$ متجه غير صفري و α ثابت غير صفري.

$\bar{\Gamma}_{ij}^h, \Gamma_{ij}^h$ رموز كريستوفل للفضائين $K_n^{o(m)}, \bar{K}_n^{o(m)}$ على الترتيب.

- مبرهنة (2):

إن الشرط اللازم والكافي كي يوجد تطبيق هولومورفي إسقاطي:

$f: K_n^{o(m)} \rightarrow \bar{K}_n^{o(m)}$ بين الفضائين $K_n^{o(m)}, \bar{K}_n^{o(m)}$ هو أن تتحقق العلاقة الآتية في $K_n^{o(m)}$.

$$\overline{g_{ij,k}} = 2 \bar{\theta}_k \bar{g}_{ij} + \overline{\varphi_{(ig_1)k}} + \bar{\theta}_{(i\bar{F}_1)k} \quad (4)$$

حيث $\bar{F}_{ij} = \bar{g}_{i\alpha} F_j^\alpha, \bar{F}_{ij} + \bar{F}_{ji} = 0$

\bar{g}_{ij} المتسور المتري في $\bar{K}_n^{o(m)}$, $\det // \bar{g}_{ij} // \neq 0$

مبرهنة (3):

إن الشرط اللازم والكافي كي يوجد تطبيق هولومورفي إسقاطي $f: K_n^{o(m)} \rightarrow \bar{K}_n^{o(m)}$ بين الفضاءين $K_n^{o(m)}$, $\bar{K}_n^{o(m)}$ هو أن تحقق العلاقة الآتية:

$$a_{ij,k} = \lambda_{(\bar{i}g_j)k} - \lambda_{(ig_j)k} \quad (5)$$

حيث: $a_{\bar{i}j} + a_{ij} = 0$.

$$a) a_{ij} \equiv \exp(2\bar{\vartheta}) \bar{g}^{\alpha B} g_{\alpha i} g_{Bj}$$

$$b) Z_i \equiv \exp(2\bar{\vartheta}) \bar{g}^{\alpha B} g_{\alpha i} \vartheta_B \quad (6)$$

الآن بفرض $a_{ij} = a_{ij}^1$ التنسور المتري في فضاء كيلر K_n^1 و رموز كريستوفل في الفضاء K_n^1 نرمز له بـ Γ_{ij}^1 وباعتبار أن:

$$\Gamma_{ij,k}^1 = \frac{1}{2} (\partial_i g_{jk}^1 + \partial_j g_{ik}^1 - \partial_k g_{ij}^1) = \frac{1}{2} (\partial_i a_{jk}^1 + \partial_j a_{ik}^1 - \partial_k a_{ij}^1)$$

وأن:

$$a_{ij,k}^1 = \partial_k a_{ij}^1 = a_{\alpha j}^1 \Gamma_{ik}^{\alpha} + a_{i\alpha}^1 \Gamma_{jk}^{\alpha} \rightarrow$$

ومنه:

$$\partial_k a_{ij}^1 = \partial_k g_{ij}^1 = a_{ij,k}^1 + a_{ik}^1 \Gamma_{jk}^{\alpha} + a_{\alpha j}^1 \Gamma_{ik}^{\alpha}$$

واستناداً إلى أن: $a_{ij} = a_{ij}^1$ وإلى (5) نجد:

$$a_{ij,k}^1 = \lambda_{\bar{i}g_{jk}} + \lambda_j g_{ik} + \lambda_i F_{kj} + \lambda_j g_{ki}$$

أي أن:

$$\Gamma_{ij,k}^1 = \Gamma_{ij}^{\alpha\alpha} a_{k\alpha}^1 + \lambda_i F_{jk} + \lambda_j F_{ik}$$

و برفع الدليل k في الأخيرة بواسطة التنسور المتري $a_1^{\alpha k}$ حيث $a_1^{ik} //$ هي المصفوفة العكسية للمصفوفة a_{ik}^1 نجد:

$$\Gamma_{ij}^k = \Gamma_{ij}^k + \vartheta^k g_{ij} - \lambda_i F_j^k - \lambda_j F_i^k$$

حيث: $\vartheta^k = \lambda_{\alpha} a_1^{\alpha k}$.

واستناداً إلى أن:

$$g_{ij,k} = \partial_k g_{ij} - g_{i\alpha} \Gamma_{jk}^{\alpha} - g_{j\alpha} \Gamma_{ik}^{\alpha}$$

وإلى (7) نجد أن:

$$g_{ij,k} = (\vartheta_{\bar{i}} g_{kj} + \vartheta_{\bar{j}} g_{ki} + \lambda_j F_{ki} + \lambda_i F_{kj})$$

حيث: $\vartheta_i = \vartheta^{\alpha} g_{\alpha i} = \lambda_{Ba} B_1^{\alpha} g_{\alpha i}$

و λ_i, a_{ij} موضحة في (6)، نصل إلى أن:

$$Z_i = -\vartheta_i \quad (9)$$

بالتعويض في (8) نجد أن:

$$g_{ij,k} = -\vartheta_{\bar{i}} g_{ki} - \vartheta_{\bar{j}} g_{ki} + \varphi_i F_{ki} + \varphi_j F_{kj} \quad (10)$$

وبالتالي من أجل التنسور:

$$\frac{1}{a_{ij}} = \frac{2\bar{\vartheta}}{e g_{ij}} \quad (11)$$

نجد أن:

$$\frac{1}{a_{ij,k}} = 2\bar{\vartheta}_k \frac{1}{a_{ij}} + \vartheta_{(i\bar{g}_j)k} + \vartheta_{(i\bar{f}_j)k} \quad (12)$$

مما سبق نصل إلى صحة المبرهنة التالية:

- مبرهنة (4):

إذا وجد تطبيق هولومورفي إسقاطي غير مبتذل من فضاء كيلير المكافئ K_n ذي التنسور المترى g_{ij} إلى فضاء كيلير الفضائي \bar{K}_n ذي التنسور المترى \bar{g}_{ij} موافقاً للمتجه $\bar{\vartheta}_i$ ، فإنه يوجد تطبيق هولومورفي إسقاطي غير مبتذل من فضاء كيلير \bar{K}_n ذي التنسور المترى $\frac{1}{a_{ij}}$ المحقق للعلاقة (8) إلى فضاء كيلير المكافئ \bar{K}_n ذي التنسور المترى $\frac{1}{\bar{a}_{ij}}$ المحقق للعلاقة (11) موافقاً للمتجه $\bar{\vartheta}_i$ ذاته.

نسمي التحويل الذي ينقلنا من تطبيق هولومورفي إسقاطي:

$$\partial: K_n \xrightarrow{\vartheta_{\bar{i}}} \bar{K}_n$$

إلى تطبيق هولومورفي إسقاطي:

$$\partial: \frac{1}{K_n} \xrightarrow{\vartheta_{\bar{i}}} \frac{1}{\bar{K}_n}$$

تحويلاً ثابتاً لفضاء كيلر المتواجد بينهما تطبيق هولومورفي ونرمز لهذا التحويل

$$\Gamma(g, \bar{g}, \bar{\theta}_i) = (\bar{a}, \frac{1}{\bar{a}}, \bar{\theta}_i) \quad (13)$$

لنجد الآن علاقة الانتقال من (6a) إلى (11) أن $\Gamma(g, \bar{g}, \bar{\theta}_i)$ تقابل، ومن العلاقات:

$$\bar{g}_{ij} = \exp(-2\bar{\theta}_i) \bar{g}_{ij}$$

$$\bar{g}_{ij} = e^{-2\bar{\theta}_i} g_{ij} \quad (14)$$

$$\bar{\theta}_i = \frac{1}{n+2} \partial_i \lim \sqrt{|\bar{g}/g|}$$

نجد أن:

$$\bar{g}_{ij} = e^{-2\bar{\theta}_i} \frac{a^{\alpha B}}{1} \bar{a}_{\alpha i} \frac{1}{\bar{a}_{Bj}} \quad (15)$$

بمقارنة (15) مع (6, a) و (11) نجد:

$$\Gamma(\frac{1}{\bar{a}}, \frac{1}{\bar{a}}, -\bar{\theta}_i) = (\bar{g}, g_1, -\bar{\theta}_i)$$

نجد أن خاصة Γ - تحويل حقيقي يدعى تحويل هولومورفي ثابتاً.

ثانياً: لنأخذ التنسور:

$$A_i^j = e^{2\bar{\theta}_i} g^{-j\alpha} g_{\alpha i} \quad (16)$$

عندئذ فإن تنسورات المترية $\frac{1}{\bar{a}_{ij}}, \frac{1}{\bar{a}_{ij}}$ الناتجين عن التنسورات المترية \bar{g}_{ij}, g_{ij} للفضائين \bar{K}_n, K_n بنتيجة Γ - تحويل وبنتيجة العلاقات (1) و (2) بأخذه العلاقات

$$\frac{1}{\bar{a}_{ij}} = A_i^\alpha g_{\alpha i} \text{ و } \frac{1}{\bar{a}_{ij}} = e^{2\bar{\theta}_i} g_{ij} \quad (17)$$

واستناداً إلى المبرهنة (1) فإن الفضاء $\frac{1}{K_n}$ يسمح بتطبيق هولومورفي Γ - اسقاطي على $\frac{1}{K_n}$ الموافق للمتجه $\bar{\theta}_i$ ، وبالتالي يوجد $\Gamma(\frac{1}{\bar{a}}, \frac{1}{\bar{a}}, \bar{\theta}_i)$ تحويل هولومورفي وبالتالي نحصل على الفضائين $\frac{2}{K_n}, \frac{2}{K_n}$ ذي التنسورين المترين $\frac{2}{\bar{a}_{ij}}, \frac{2}{\bar{a}_{ij}}$:

$$\frac{2}{\bar{a}_{ij}} = \frac{2}{A_i^\alpha} \frac{1}{\bar{a}_{\alpha j}}, \quad \frac{2}{\bar{a}_{ij}} = e^{2\bar{\theta}_i} \frac{1}{\bar{a}_{\alpha j}} \quad (18)$$

حيث $\frac{1}{A_i}$ موضح بالعلاقة (5)، أي:

$$A_i^j = e^{2\bar{\theta}} \begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ a^{j\alpha} & a_{\alpha i} & \end{matrix} \quad (19)$$

ينتج من (15) أن:

$$A_i^j = g^{j\alpha} a_{\alpha i} = A_i^B g_{B\alpha} g^{\alpha i} = A_i^j \quad (20)$$

تعني (20) أن التنسور (16) ثابت بالنسبة لـ Γ - تحويل، عندئذ تأخذ العلاقة (9) الشكل:

$$a_{ij}^2 = A_i^\alpha A_\alpha^B g_{Bi} \quad , \quad \bar{a}_{ij}^2 = e^{2\bar{\theta}} A_i^\alpha g_{\alpha i} \quad (21)$$

بصورة مشابهة نجد أن التحويل $\Gamma = (\begin{matrix} 2 & 2 \\ a, \bar{a}, \bar{\theta} \end{matrix})$ إلى الثلاثية $(\begin{matrix} 3 & 3 \\ a, \bar{a}, \bar{\theta} \end{matrix})$ حيث

$$a_{ij}^3 = A_i^\alpha A_\alpha^B A_B^\alpha g_{Bi} \quad , \quad \bar{a}_{ij}^3 = e^{2\bar{\theta}} A_i^\alpha A_\alpha^B g_{Bi} \quad (22)$$

وبصورة عامة إذا فرضنا Γ^m تحويل من المرتبة m المعرف بالشكل:

$$\Gamma^m(g, \bar{g}, \bar{\theta}) = (a^m, \bar{a}^m, \bar{\theta}) \quad (23)$$

عندئذ نجد أنه يمكن التعبير عن التنسورات المترية a_{ij}^m, \bar{a}_{ij}^m للفضائين V_n^m, V_n^m بالشكل:

$$a_{ij}^m = \begin{matrix} m \\ A_i^\alpha \end{matrix} g_{Bi} \quad , \quad \bar{a}_{ij}^m = e^{2\bar{\theta}} \begin{matrix} m-1 \\ A_i^\alpha \end{matrix} A_\alpha^B g_{\alpha i} \quad (24)$$

حيث $\begin{matrix} m \\ A_i^\alpha \end{matrix}$ التنسور A_i^j من المرتبة m على أن تعتبر $A_j^i = \partial_j^i$.

- الآن يتبادر إلى الذهن السؤال الآتي:

هل يوجد فضاءات بحيث من أجل عدد ما من m وبحيث

$$\Gamma^m(g, \bar{g}, -\bar{\theta}) = (g, \bar{g}, \bar{\theta}) \quad (25)$$

وبفرض (25) محققة أي يكون: $a_{ij}^m = g_{ij}, \bar{a}_{ij}^m = \bar{g}_{ij}$ ، واستناداً إلى (24) نجد أن:

$$\begin{matrix} m-1 \\ A_j^i \end{matrix} = \partial_j^i$$

من هنا نجد أن التنسور A_j^i صامد (ثابت موضعياً).

لكن (16) و (14) و (12) نجد:

$$\det ||A_j^i|| = C e^{-2\bar{\theta}}$$

لذلك نجد أن \bar{q} ثابت، وأن تطبيق من $\bar{K}_n S' K_n$ مبتدل وهذا مخالف للفرض، من هنا إلى المبرهن التالية:

- مبرهنة (5):

إذا وجد تطبيق هولومورفي إسقاطي غير مبتدل من K_n إلى \bar{K}_n الموافق للمتجه \bar{q}_i فإن التحويل $\Gamma (g, \bar{g}, \bar{q}_i)$ يولد متتالية غير متناهية من التطبيقات الهولومورفية $\bar{K}_n \xrightarrow{\theta_i} K_m^n$ ذوات الفضاءات المترية المحققة بالعلاقات (24) و (16) من أجل $m = 1, 2, 3, \dots$.

REFERENCES

- 1- T. Otsuki and Y. Tashiro, on curves in Kahlerian spaces, Math. J.Okayama Univ. 4(1954), 57-78.
- 2- D.V.Beklemishev, differential geometry of spaces with an almost complex structure, (Russian), in: Itoge Nauki, Geometric, 1963. All-union institute for Scientific and technical information Moscow, (1965), 165-212.
- 3-K.Yano, Differential Geometry on Complex and Almost Spaces (Pergamum Press, Oxford, 1965).
- 4-A.Z.Petrov, New Method in General Relativity Theory (Navka, Moscow, 1966).
- 5- V.V. Domashev and J. Mikes on the theory of holomorphially projective mappings of Kahlerian Spaces, mat.Zametki 23 (1978) (2) 297-304.
- 6- Sinyukov. N. S. Geodesic Mappings of Riemannian Space, Hauka Moscow, 1979 P.255.
- 7-M. Prvanovic, a note in holomorphically projective transformations of the Kahler spaces, Tensor New Ser. 35

(1981), 99-104.

1- V.V. Vishnevsky, A.P. Shirokov, V.V. Shurigin, Spaces over Algebra, Kazan Univ. Press, Kazan, (1985).

2-

9- J. Mikes and N. S. Sinyukov, On quasi Planar Mappings for affine- connected spaces, Sov. Math , 27, 1(1983), 63-70.

10- Mikes, J. Holomorphically Projective Mappings and their generalizations. J Math , Sci., New York , 89, 3, 1334-1352-1998.

11- J. Mikes F Planar Transformations of affine-connected spaces arch, Math, Bron 27A, 53-56 – 1991.

12- J. Mikes, On Special F- Planar Mappings of affine-connected spaces, Vestn, Mosk, Univ, 3(1994) 18-24.

13- Shiha, M., On the Theory of Holomorphically Projective Mappings Parabolically- Kahlerian spaces. Diff. Geometry and its App. Conf. Opava, 157-160, 1993.

- 14- Shiha, M., the Holomorphically Projective Mappings of Parabolically- Kahlerrian Spaces (Russian). Moscow 1994.**
- 15- Shiha, M., Mikes, J., On Parabolically- Sasakian and Equidistant Parabolically- Kahlerian spaces. (Russian) Dvizh. V, Penza, 1999.**
- 16- Shiha, M., Mikes. J., On holomorphically Projective flat Parabolically- Kahlerian spaces Grant No.201/05/2707 Czech Science Foundation and Council of Czech Government MSN No. 6198959214 (2005).**

جودة صورة جهاز الرنين المغناطيسي اعتماداً على عزوم البروتونات

* أ.د حسن المقدم

** نبيل رومية

الملخص:

التصوير بالرنين المغناطيسي **Magnetic Resonance Imaging** ويختصر بالرمز **MRI** هو إحدى تقنيات التصوير الطبي التي لا تستخدم الأشعة السينية أو أي نوع آخر من الأشعة الضارة. ويتم ذلك بالاعتماد على دراسة الخواص المغناطيسية الموجودة أصلاً في جسم الإنسان بشكل طبيعي، ويعتبر أفضل طريقة لرؤية ما بداخل الجسم البشري وحيث له قدرة على التصوير بدقة عالية جداً وبشكل آمن بعيداً عن الإشعاعات المؤينة ومع الوقت ازداد الاهتمام بالتطبيقات اللامتناهية للرنين المغناطيسي خاصة في مجالات تصوير الدماغ، ويعتبر الرنين المغناطيسي مثال حي على القدرة الهائلة للعقل البشري في إدراك الظواهر الطبيعية وتطويرها والتحكم بها وتقويتها وتحسينها للوصول إلى نتائج يتم الإستفادة منها بأقصى حد في تحسين حياة البشر

الكلمات المفتاحية:

الرنين المغناطيسي - العزوم المغناطيسية - البروتونات - زمن الاسترخاء الأول - زمن الاسترخاء الثاني - المغنطة الطولية - المغنطة العرضية

* أ.د حسن المقدم : استاذ في كلية العلوم - جامعة البعث

** نبيل رومية : طالب مرحلة الدراسات العليا /دكتوراه/ كلية العلوم - اختصاص فيزياء

المادة الكثيفة

MRI image quality based on the moments of protons

*Prof: Hassan Al-Moukadam
** Nabeel Roumia

Abstract

Magnetic Resonance Imaging (MRI) is a medical imaging technique that does not use x-rays or any other type of harmful radiation. This is done based on the study of magnetic properties that are naturally present in the human body, and it is considered the best way to see what is inside the human body and where it has the ability to image with very high accuracy and safely away from ionizing radiation. With time, interest in the endless applications of magnetic resonance has increased, especially in the fields of brain imaging. Magnetic resonance is a vivid example of the tremendous ability of the human mind to perceive, adapt, control, strengthen and improve natural phenomena to reach results that can be used to the fullest extent in improving human life.

Key words: Magnetic resonance - magnetic moments - protons – first relaxation time - second relaxation time - longitudinal magnetization - tangential magnetization

*Prof: Hassan Al-Moukadam: Albaath University – Faculty of Science

** Nabeel Roumia: graduate student /Ph.D/ Albaath University – Faculty of Science condensed matter physics

مقدمة:

يُعتمد على تقنية التصوير بالرنين المغناطيسي لتصوير أمراض متنوعة تشمل أورام الدماغ والجلطات والسرطانات وأمراض القلب والجهاز الهضمي بالإضافة إلى الأربطة والأوتار والمفاصل. حيث يمكننا الحصول على صور دقيقة وتفصيلية ثنائية أو ثلاثية الأبعاد. ويتميز الرنين المغناطيسي بتصوير الأنسجة الرخوة بوضوح عالي. وهو جهاز آمن ومناسب للكبار والصغار. تم إختراع جهاز الرنين المغناطيسي نتيجة لتراكم المعرفة في فهم الخواص الفيزيائية والكيميائية والهندسية بدءاً من عام 1950. لكن دخوله بشكل واضح وقوي كجهاز يستخدم في تصوير الإنسان بدءاً من عام 1977 كان حدثاً مذهلاً في عالم الطب الحديث وشكل بعد ذلك ثورة في تقنيات التصوير الطبي.[2]

ونحن نحتاج للتصوير بهذه التقنية شيئين رئيسيين بشكل مبدئي: الأول هو الحصول على مغناطيس قوي جداً وهذا هو المكون الرئيسي في جهاز الرنين المغناطيسي بالإضافة إلى جهاز آخر يرسل موجات راديوية ويستقبل الإشارة القادمة من المريض. وسيتم مناقشة هذا الأجراء في هذا البحث.

هدف البحث:

- دراسة تحسين عمل أجهزة الرنين المغناطيسي
- دور العزوم المغناطيسية للبروتونات في عمليات التصوير
- تأثير المغنطة الأفقية والمغنطة الشاقولية على صور أجهزة الرنين المغناطيسي

مشكلة البحث:

تحسين دقة ووضوح صور الرنين المغناطيسي اعتماداً على العزوم المغناطيسية للبروتونات

مواد وطرائق البحث:

استناداً على التطور الحاصل في التصوير باستخدام أجهزة الرنين المغناطيسي والاستخدام الواسع لهذه الأجهزة في دراسة الخلايا الحية وتشخيص الأمراض، فقد تمت دراسة تأثير العزوم المغناطيسية للبروتونات بهدف الحصول على الصور بدقة عالية بما يساعد في التشخيص الدقيق للحالة الصحية المدروسة وبالتالي فتح آفاق جديدة ومفيدة في التطبيقات العملية

الخصائص المغناطيسية في جسم الإنسان:

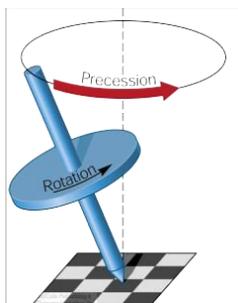
ذكرنا سابقاً أن تقنية الرنين المغناطيسي تعتمد على الخواص المغناطيسية الموجودة أصلاً في جسم الإنسان، ولكن ماهي وأين توجد الخواص المغناطيسية داخل الجسم البشري؟! الجواب هو في البروتونات الموجبة الشحنة. حيث يمكن تعزيز وتقوية هذه الخواص أكثر داخل جهاز الرنين المغناطيسي.[1]

تتواجد البروتونات في أنوية العناصر الموجودة في جسم الإنسان مثل ذرات الهيدروجين والكربون والأكسجين... إلخ. وبما أن جسم الإنسان يتكون من 70 بالمائة من الماء فإنه يتم اختيار بروتونات ذرة الهيدروجين لتحسين التصوير بالرنين المغناطيسي. نظراً لاعتماد إشارة الرنين المغناطيسي المستخدمة في المجال الطبي على كمية الهيدروجين الموجودة بكثرة في أغلب أنسجة الجسم ومكوناته. علماً أنه من الممكن استخدام بروتونات ذرات أخرى كالكربون والصوديوم وهي متواجدة في جسم الإنسان إلا أنها لن تقدم صورة بجودة مقبولة على اعتبار أن الهيدروجين يتواجد في جسم الإنسان بعدد أكبر بكثير ولذلك يستخدم في الرنين المغناطيسي، ومعلوم أن جزي الماء الواحد H_2O يتكون من ذرتين هيدروجين بالإضافة إلى ذرة أكسجين.

وتجدر الإشارة إلى أنه توجد خاصيتان يمتلكهما البروتون تجعله يتصرف وكأنه مغناطيس:

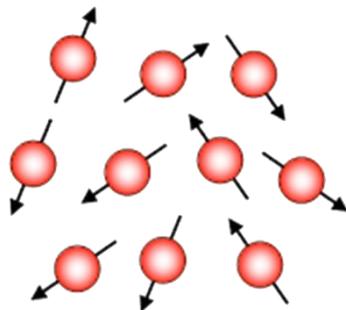
1. البروتون له شحنة موجبة
2. البروتون يتحرك حركة مغزلية تسمى السبين (اللف الذاتي)

عند وجود شحنة متحركة يتولد مجال مغناطيسي. هذا ما يحدث للبروتون الموجب الشحنة عندما يتحرك بشكل مغزلي. ونحصل أيضاً على عزم المغناطيسي مرتبط بهذه الحركة الدورانية (المغزلية) للبروتون بهذا يكون سلوك البروتون الواحد وكأنه مغناطيس له قطبين شمالي وجنوبي. [2]



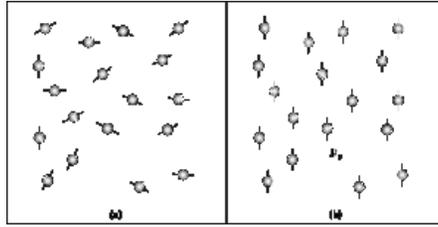
الشكل (1): بروتون موجب الشحنة يدور حول نفسه

المجال المغناطيسي للبروتون محدود وصغير جداً ولكن جسم الإنسان يحتوي على العديد من بروتونات الهيدروجين خاصة أنه يتألف من 70% ماء، لكن مع ذلك لا يوجد لها أي تأثير يذكر ويعود السبب إلى أنها مبعثرة الإتجاهات في الجسم ويلغي بعضها بعضاً. يمكننا وصف ذلك بالقول أن مجموع العزم المغناطيسية للبروتونات تساوي الصفر.



الشكل (2): توجه السبينات بشكل عشوائي للبروتونات في جسم الإنسان

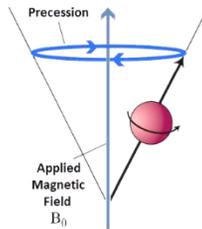
مما تقدم فإن البروتونات في جسم الإنسان مغناط صغيرة ولكن ليس لها أي تأثير ولا يستطيع أخذ أي إشارة للتصوير منها. لكن ماذا يحدث لهذه البروتونات المبعثرة عند خضوعها لمجال مغناطيسي خارجي \vec{B}_0 ؟ في هذه الحالة البروتونات سوف توحد اتجاهات مجالاتها المغناطيسية المتولدة المتولدة بنتيجة الحركة الدورانية (المغزلية) مع اتجاه المجال المغناطيسي الخارجي، وبالتالي نحصل على متجه مغناطيسي كلي يمكن الاعتماد عليه في أخذ إشارة الرنين المغناطيسي. وسنتعرف لاحقاً على كيفية أخذ الإشارة من هذا المتجه المغناطيسي. [4]



الشكل (3): تغير جهة السبينات للبروتونات عند خضوعها لحقل مغناطيسي خارجي

حركة لارمور الدورانية:

بالإضافة للحركة الدورانية للبروتونات حول المحور تتحرك أيضاً عند وضعها في مجال مغناطيسي بحركة دائرية حول خطوط المجال المغناطيسي



الشكل (4): حركة البروتون عند وضعه ضمن مجال مغناطيسي خارجي وهو يدور حول نفسه (حركة مغزلية) والدوران حول خطوط المجال المغناطيسي (حركة لارمور الدورانية)

أن سرعة حركة لارمور الدورانية للبروتون تتغير باختلاف قوة المجال المغناطيسي، فالحركة الدورانية يزيد ترددها بزيادة شدة المجال المغناطيسي (علاقة طردية). نسمى هذا التردد بتردد لارمور. ويمكن حساب تردد هذه الحركة عند مجال مغناطيسي معين بواسطة قانون لارمور:

$$f = \gamma \cdot B_0 \quad (1)$$

حيث: γ : هو معامل الجيرومغناطيسية

B_0 : المجال المغناطيسي الخارجي المطبق

في الرنين المغناطيسي يهمننا فقط بروتونات ذرة الهيدروجين [3].

الجدول (1): قيم ثابت الجيرومغناطيسية بالنسبة لبعض العناصر

Nucleus or Particle	Gyromagnetic Ratio (γ) in MHz/Tesla
1H	42.58
3He	-32.43
^{13}C	10.71
^{19}F	40.05
^{23}Na	11.26
^{31}P	17.24
Electron	-27.204

مراحل أخذ إشارة الرنين المغناطيسي؟

1- الإتزان

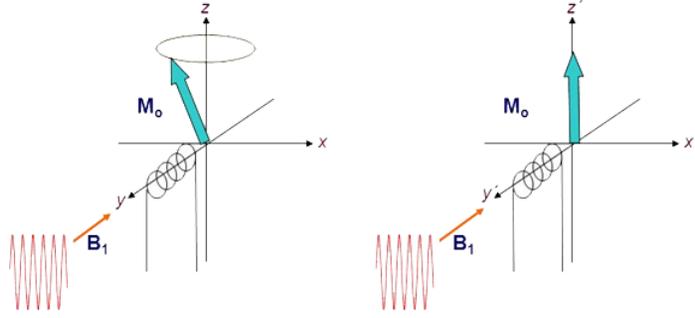
2- الإستثارة

3- الإسترخاء

حالة الإتزان:

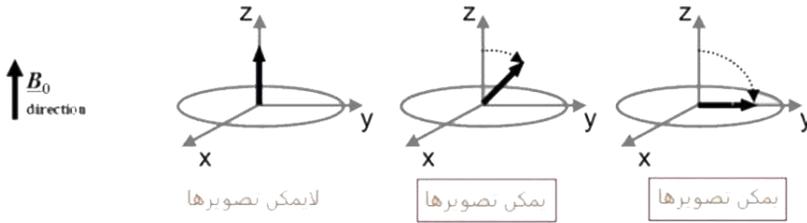
عند وضع البروتونات في مجال مغناطيسي خارجي سيكون مجموع المجالات المغناطيسية للبروتونات موازي للمجال المغناطيسي الخارجي \vec{B}_0 وهذا ما ندعوه بالمغنة الطولية (Longitudinal magnetization) والتي لا يمكن أخذ أي إشارة في

هذه الحالة ولا بد لنا من استثارة البروتونات لكل تكون في اتجاه مغاير للمجال المغناطيسي الرئيسي للحصول على إشارة، كما أن البروتونات تدور حول خطوط مجالها المغناطيسي بتردد معين يعتمد على قوة المجال المغناطيسي الخارجي [6].



الشكل (5): حالة الاتزان والمغطة الطولية

حالة الإتزان لا يمكن أخذ منها أي إشارة لأن الإشارة المغناطيسية التي نريدها تكون مطابقة لإتجاه المجال المغناطيسي الخارجي. ولكي نسجل الإشارة لابد من استثارتها بحيث تبتعد عن إتجاه المجال الرئيسي [5].

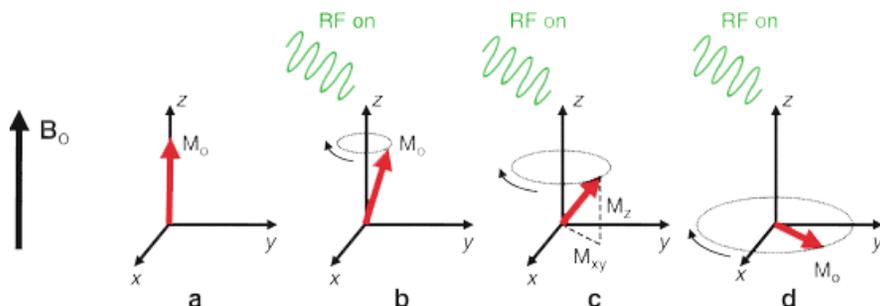


الشكل (6): توجه السينات للبروتونات وإمكانية التقاط الصور باستخدام الرنين المغناطيسي

الاستثارة:

من خلال استخدام الموجات الراديوية (RF) وهي عبارة عن طاقة يتم إعطاؤها لهذه البروتونات بحيث تكون قادرة على تغيير إتجاه مجالها المغناطيسي المحصل من المغنطة الطولية إلى المغنطة العرضية

موجات الراديو يتم إرسالها بتردد محدد بحيث تستثير البروتونات التي تمتلك نفس التردد فقط في ظاهرة تسمى بالرنين. Resonance البروتونات التي ليس لها نفس تردد موجات الراديو لا يحدث لها أي إستثارة. بهذا يمكننا إستثارة البروتونات المرغوبة وذلك بمعرفة ترددها. حيث يمكن حساب تردد البروتونات بواسطة قانون لارمور ومن ثم إرسال موجات راديوية ترددها مساوي لتردها (البروتونات) لكي يتم إستثارتها[7].

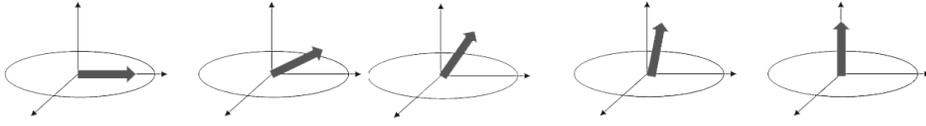


الشكل (7): الانتقال من المغنطة الطولية إلى المغنطة العرضية بتأثير الأمواج الراديوية

الإسترخاء (Longitudinal relaxation):

في هذه المرحلة نحصل على إشارة الرنين المغناطيسي. حيث يتم الإسترخاء بعد إيقاف الموجات الراديوية وذلك بعودة البروتونات إلى حالة الإتزان. وهنا يتم خسارة المغنطة العرضية ويظهر تأثير المغنطة الطولية. بسبب خسارة البروتونات للطاقة التي أكتسبتها من الموجات الراديوية فتعود لحالتها الطبيعية. هذه الخسارة في الطاقة هي إشارة الرنين

المغناطيسي وتسمى بـ Free [8].Induction Decay.



الشكل(8): الانتقال من المغنطة الأفقية والعودة إلى المغنطة الطولية

إن الإشارة تكون قوية عند المغنطة العرضية وتقل تدريجياً حتى تنتهي مع إكمال المغنطة الطولية، فعند المغنطة العرضية Transverse Magnetization تكون الإشارة في أعلى مستوياتها وتتلاشى تماماً عندما تعود البروتونات إلى حالة الإتزان الكامل Longitudinal Magnetization عند المغنطة الطولية

الرنين : Resonance :

الرنين هو تبادل الطاقة بين الموجات الراديوية RF والبروتونات عندما يكون لهم تردد متشابه. وإذا اختلف التردد لا يتم تبادل الطاقة. ولإثارة البروتونات المتواجدة داخل جسم المريض نرسل لها موجات راديوية RF. تحدث الإستثارة فقط للبروتونات التي لديها تردد يساوي تردد موجات الراديو. وهذا يعطينا أفضلية في إختيار أي البروتونات التي نريد إستثارتها. فإذا أردنا إستثارة بروتونات معينة فعلينا أن نحسب ترددها بواسطة قانون لارمور ومن ثم نرسل لها موجات راديو مساوية لهذا التردد. تحدث الإستثارة فقط لهذه البروتونات المتوافقة. أي أن البروتونات الأخرى لن تتأثر بموجات الراديو. والجدير بالذكر أن جهاز الرنين المغناطيسي المزود ببرنامج خاص هو من يقدم هذه الحسابات وليس تقنيي الرنين المغناطيسي [10]

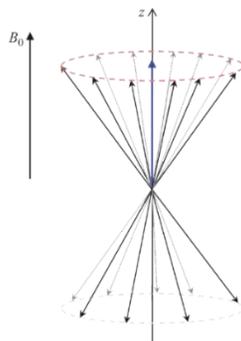
الإجراء التجريبي:

إن بروتونات الهيدروجين تكون في جسم الإنسان كمغانط صغيرة. في الوضع الطبيعي تكون إتجاهات المحصلة المغناطيسية لبروتونات الهيدروجين مبعثرة في جميع الإتجاهات مما يلغي خواصها المغناطيسية. لكن عند وضع المريض داخل جهاز الرنين

المغناطيسي تكون هذه البروتونات على إحد حالتين: إما موازية لإتجاه المجال المغناطيسي الخارجي \vec{B}_0 أو معاكسة له. البروتونات التي لديها طاقة منخفضة تتموضع وفق إتجاه المجال المغناطيسي الخارجي. لكن البروتونات التي لديها طاقة عالية تتموضع بإتجاه معاكس لإتجاه المجال المغناطيسي الخارجي وذلك لأن لديها طاقة كافية لمقاومة إتجاه المجال المغناطيسي الخارجي. وفي جسم الإنسان عدد البروتونات التي لديها طاقة ضعيفة (ستصبح في إتجاه المجال المغناطيسي الخارجي) أكبر من البروتونات التي لديها طاقة عالية. [9]

لنفرض أن لدينا 12 بروتون إتجاهاتها عشوائية في جسم المريض. سبعة من هذه البروتونات لديها طاقة ضعيفة أما الخمسة الأخرى فلديها طاقة عالية. هذه البروتونات ليس لها أي تأثير في جسم الإنسان لأنها مبعثرة. عند وضعها داخل جهاز الرنين المغناطيسي فإن سبعة منها ستكون في إتجاه المجال المغناطيسي الخارجي. وخمسة تكون عكس إتجاه المجال الخارجي.

خمسة من البروتونات سوف تلغي تأثير خمسة من البروتونات في الإتجاه المعاكس. يتبقى بروتونان في إتجاه المجال المغناطيسي الخارجي سوف يكون مجموع محصلاتها عبارة عن متجه مغناطيسي يكون في إتجاه المجال المغناطيسي الخارجي وهذا ما يعرف بالمغنطة الطولية.



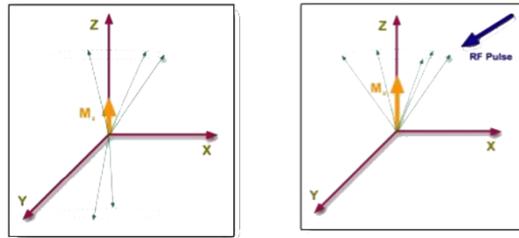
الشكل (9): محصلة العزوم للبروتونات في جسم الإنسان

يتم إرسال موجات راديوية RF فتحصل حالة الإستثارة وتنتقل المغنطة الطولية إلى المغنطة العرضية. تسمى موجات تردد الراديو بإسم (90 degree RF pulse) ذلك لأنها تجعل المغنطة الطولية تتحرك بزواوية 90 درجة لكي نحصل على المغنطة العرضية[11]

وتجدر الإشارة إلى أنه في الرنين المغناطيسي يوجد نوعان فقط من الموجات الراديوية 90 درجة أو 180 درجة. ويمكن معرفة وظيفتها من إسمها. فالأول يحرك المغنطة الطولية بزواوية 90 درجة (هذا ماسنركز عليه الآن) والآخر بزواوية 180 في الجهة المعاكسة (له إستخدامات أخرى قد اتطرق إليها لاحقاً). توجد أيضاً موجات راديوية بزوايا أكبر من 180 ولكن ليس لها أي إستخدام يستفاد منه في الرنين المغناطيسي في المجال الطبي وتستخدم في المجالات البحثية.[12]

تلاشي المغنطة الطولية وتكون المغنطة العرضية:

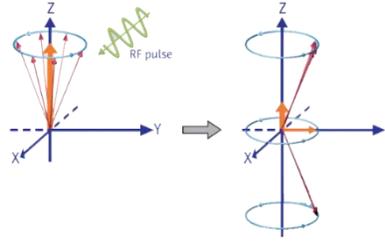
لنفرض أنه لدينا خمس بروتونات بدلاً من سبعة كما في المثال السابق في حالة الإتزان وتكون جميعها المغنطة الطولية. ولكن طاقتها ضعيفة، لذلك هي تكون مع إتجاه المجال المغناطيسي الخارجي. وعند تعرضها للأمواج الراديوية تكتسب البروتونات هذه الطاقة الإضافية بحيث إثنان منهما يصبح له طاقة كبيرة بحيث يستطيعان أن يكونوا في عكس إتجاه المجال المغناطيسي الخارجي. لنلاحظ أيضاً في الصورة التي في الأسفل تراجع قوة المغنطة الطولية. فلم يعد يصنع المغنطة الطولية خمس بروتونات، بل ثلاث بروتونات فقط.[14]



الشكل (10): تغير المغنطة عند تعرض البروتونات للأمواج الراديوية

نلاحظ أن المغنطة الطولية قد تناقصت لكنها لم تزل موجودة! أيضاً المغنطة العرضية لم تنشأ بعد رغم أننا أرسلنا الموجات الراديوية، هذا يعني أن الطاقة المقدمة لم تكن كافية للحصول على المغنطة العرضية.

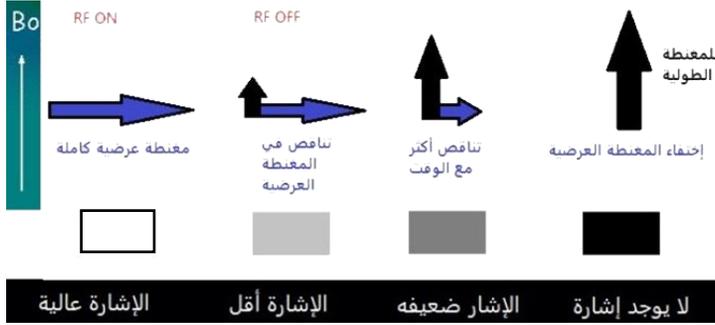
للموجات الراديوية لها تأثير آخر على البروتونات بالإضافة إلى إعطائها للطاقة. فإن التأثير الآخر هو جعل البروتونات تتحرك في نفس الطور أي تتحرك بشكل متماثل ومتناغم مع بعضها البعض. وهذا التأثير يكون على كلا البروتونات التي مع أو التي بعكس اتجاه المجال المغناطيسي الخارجي. وهنا نلاحظ أنه البروتونات لم تغير اتجاه مجالاتها المغناطيسية بشكل منفرد نحو المغنطة العرضية. وإنما الذي تغير هو مجموع المحصلة المغناطيسية وبالتالي نحصل على المغنطة العرضية، وفي الرنين المغناطيسي نتعامل فقط مع المحصلة المغناطيسية لجميع المجالات المغناطيسية للبروتونات. [15]



الشكل (11): تلاشي المغنطة الطولية ونشوء المغنطة العرضية بسبب موجات الراديو

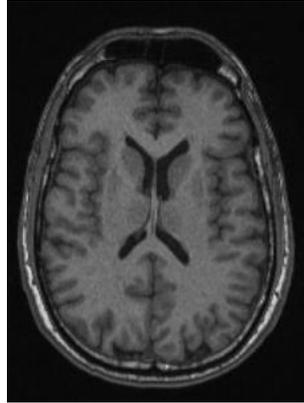
إن إشارة الرنين المغناطيسي تحدث عند الإسترخاء مع خسارة طاقة الموجات الراديوية المكتسبة، عندما يتم إيقاف الموجات الراديوية تخسر البروتونات التي أكتسبت الطاقة وتعود إلى وضعها الطبيعي في حالة الإتزان.

في الرنين المغناطيسي نستطيع تصوير أو التقاط المغنطة العرضية فقط لأننا لا نستطيع تمييز إشارة الرنين المغناطيسي الموافقة لإتجاه المجال المغناطيسي الرئيسي . كما أن مستقبل الإشارة يستقبل الإشارة فقط من المغنطة العرضية، وكلما كانت المغنطة العرضية أكبر تكون الإشارة المستقبلية أكبر والعكس صحيح حيث تتناقص الإشارة مع تناقص المغنطة العرضية حتى تتلاشى كلياً.



الشكل (12): تدرج الألوان في جهاز الرنين المغناطيسي

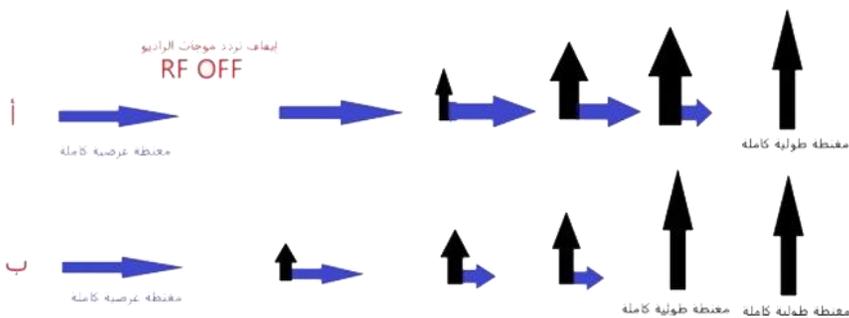
كما نعلم أن صورة الرنين المغناطيسي هي تدرج بين اللونين الأبيض والأسود. اللون الأبيض في الصورة يعني أن الإشارة قوية واللون الأسود يعني عدم وجود الإشارة. إن تدرج الطيف الرمادي بين الأبيض والأسود يعكس قوة الإشارة. كلما كانت الإشارة أقوى كانت أقرب إلى اللون الأبيض [16].



الشكل (13): اللون الأبيض في الصورة يعني أن الإشارة عالية (مغنطة عرضية) أما اللون الأسود يعني عدم وجود إشارة (مغنطة طولية) وتدرج اللون الرمادي يعكس باقي الأنسجة

الانتقال بين المغنطة العرضية والمغنطة الطولية له زمن معين. يختلف باختلاف نوع وبنية النسيج المدروس. بعض الأنسجة يحدث الانتقال فيها بسرعة والبعض الآخر يحدث الانتقال فيها ببطء.

لنفرض أنه لدينا نسيجين مختلفين أحدهما له زمن انتقال بطيء (أ) والآخر له زمن انتقال سريع (ب) كما هو موضح في الشكل

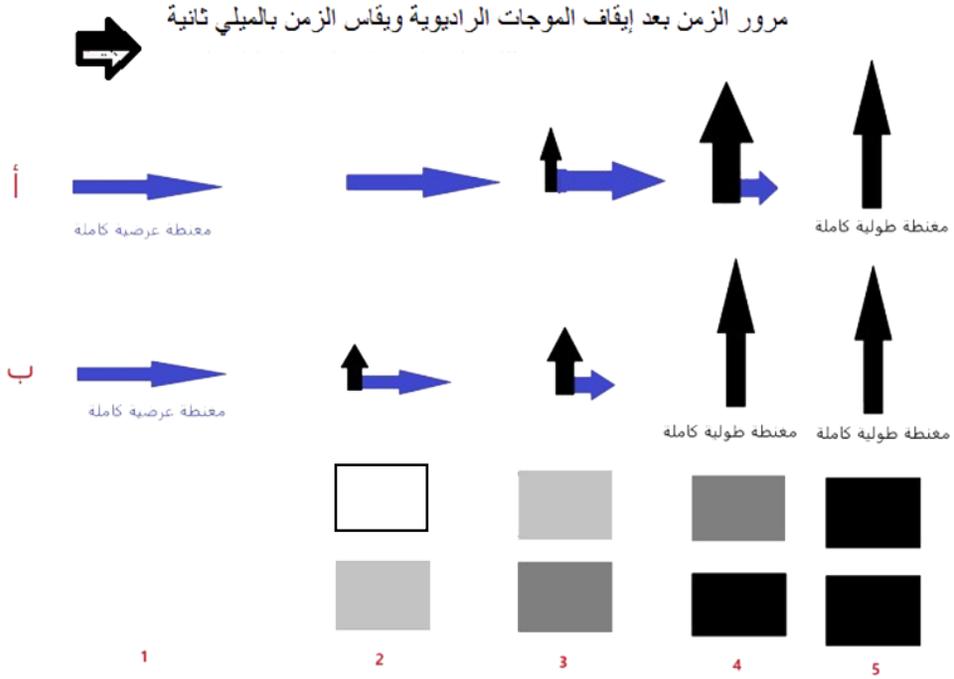


الشكل (14): اختلاف أزمنة الانتقال باختلاف نوع الأنسجة

نلاحظ أن النسيج (ب) قد عاد إلى حالة الإتزان بشكل أسرع من النسيج (أ).

لكن كيف يمكننا تطبيق ذلك على صور الرنين المغناطيسي؟

لنفرض أننا أخترنا التصوير عند زمن محدد بعد إيقاف الموجة الراديوية ويسمى عادة بزمن الصدى: (time to echo) وبالتالي يمكننا التحكم بزمن الصدى للحصول على الصورة الأمثل التي نريدها. على سبيل المثال لو أخترنا أوقات أخرى لحصنا على الصور التالية:



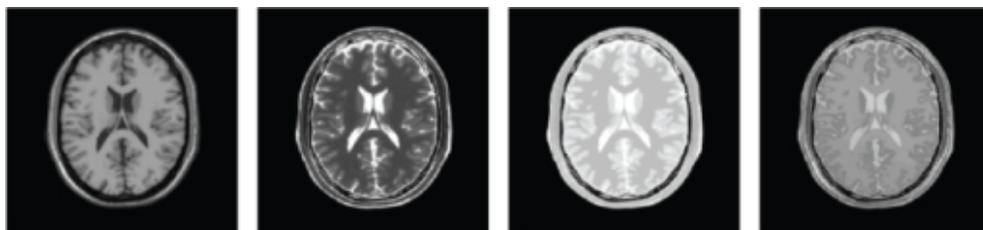
الشكل (15): اختلاف الصورة الناتجة باختلاف زمن الإيقاف

في الصورة الأولى كان التصوير والمغنطة العرضية في أوجها بالنسبة للنسيجين لذلك كلاهما يظهر باللون الأبيض في الصورة وهذا يعطينا صورة غير مرغوبة لعدم وجود تباين بين الأنسجة وعدم وضوح مكونات النسيج وبالتالي نستنتج إنه للحصول على صورة جيدة لا بد من الإنتظار لوقت معين (نستطيع تحديده بحسب نوع الصورة التي نريدها) وبالتالي لا بد من الإنتظار لوقت معين نسميه وقت الصدى وإلا لن نحصل على التباين بين الأنسجة. [18]

في الصورة الثانية حصلنا على بعض التباين بين النسيجين عند إختيار قيمة صغيرة لزمن الصدى ونلاحظ الوضع نفسه تقريباً في الصورة الثالثة والرابعة في الصورة الخامسة عندما يكون زمن الصدى طويلاً جداً تتلاشى المغنطة العرضية تماماً ولم يعد بإمكاننا الحصول على أي إشارة.

وبالتالي بإختلاف زمن التصوير يمكن أن نحصل على صور متعددة وبالتالي نستطيع إختيار الوقت المناسب لكي يكون السائل النخاعي الشوكي في الدماغ CSF أبيض وأنسجة الدماغ سوداء وتسمى هذه الصورة (صورة الزمن الثاني الموزونة) الصورة الثانية من اليسار ادناه،

أو العكس عندما تكون السوائل في الدماغ سوداء بينما نسيج الدماغ أبيض تسمى هذه (صورة الزمن الأول الموزونة) الصورة الأولى على اليسار، لأن إختلاف انواع الصور يمكننا من تشخيص أمراض مختلفة قد لا تظهر في أحد الصور وتكون واضحة في الأخرى.



الشكل (16): إختلاف صورة النخاع الشوكي باختلاف زمن الإيقاف

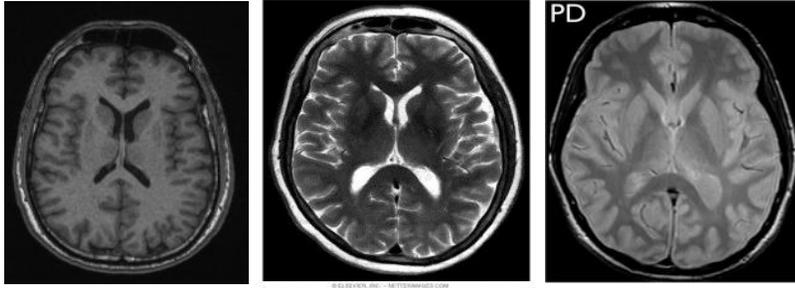
ومن الحالات التي يجب الإشارة إليها أيضاً في هذه الدراسة:

- ظاهرة زمن الإسترخاء الأول T1-Relaxation
- صورة الزمن الأول الموزونة T1-wighted image
- ظاهرة زمن الاسترخاء الثاني T2-Relaxation
- صورة الزمن الثاني الموزونة T2-wighted image
- صورة كثافة البروتون Proton Density image
- مبدئياً يمكننا القول بأنه يوجد ثلاث أنواع رئيسية في صور الرنين المغناطيسي:

1. صورة الزمن الأول الموزونة T1-Weighted Image

2. صورة الزمن الثاني الموزونة T2-Weighted Image

3. صورة كثافة البروتون الموزونة Proton Density Weighted Image



الشكل (17): الاختلاف في الصور التي تم التقاطها حسب تغير العوامل المؤثرة

نلاحظ اختلاف الألوان في هذه الصور بسبب اختلاف العوامل ومكونات الصورة . نلاحظ أنه في الصورة التي على اليمين أنه لا يمكننا مشاهدة السائل النخاعي الشوكي CSF وتم تضعيف الإشارة الخارجة منها، أما نظيرتها التي في المنتصف فتوضح جميع السوائل بما فيها الـ CSF باللون الأبيض. هذا بسبب أن الأمراض تختلف مكوناتها ولذلك للتشخيص الكامل لا بد من أخذ عدة أنواع من الصور. وهذا لا يحدث في أنواع الأشعة الأخرى، هذا ما يجعل جهاز الرنين المغناطيسي مميز وكأنه أكثر من جهاز. [20]

يوجد ثلاث عوامل رئيسية بالإضافة إلى عوامل أخرى تتحكم في التباين في صور الرنين المغناطيسي وكل صور الرنين المغناطيسي لا بد أن توجد فيها هذه الخصائص، لكن بنسب مختلفة. هذه الخواص الثلاثة هي صفات داخلية تتعلق بالبروتونات وتختلف باختلاف بروتونات نسيج عن آخر. ومن هذه الخصائص

1. زمن الإسترخاء الأول T1-Relaxation Time
2. زمن الاسترخاء الثاني T2-Relaxation Time
3. كثافة البروتونات في النسيج Proton Density

ملاحظة: يوجد اختلاف بين ظاهرة الزمن الأول T1-Relaxation وصورة الزمن الأول الموزونة T1-weighted image. مع العلم أنه يوجد علاقه بينهما، ولكنهما ليس نفس الشيء. كذلك نفس الاختلاف ينطبق على ظاهرة الزمن الثاني وصورة الزمن الثاني الموزونة.[21]

إن جميع صور الرنين المغناطيسي لا بد أن يكون فيها جميع هذه الخصائص لكن تختلف النسبة. هذه الخصائص كلها تتعلق ببعضها البعض ويرتبط حدوث احدها بحدوث الآخر لكن يمكننا بتغيير عدة عوامل أن نغير في النسب بين ظاهرة وأخرى. على سبيل المثال، إذا أردنا أن نأخذ صورة الزمن الأول الموزونة فإننا نستطيع تغيير بعض العوامل لزيادة ظاهرة الزمن الأول في الصورة وإضعاف ظاهرتي الزمن الثاني وكثافة البروتون وهكذا.

- الصورة الموزونة ويتحكم فيها بشكل رئيسي ظاهرة الزمن الأول.
- صورة الزمن الثاني الموزونة ويتحكم فيها بشكل رئيسي ظاهرة الزمن الثاني
- صورة كثافة البروتون الموزونة ويتحكم فيها بشكل رئيسي عدد البروتونات في النسيج

ما هو سبب تسمية الصور بالموزونة weighted ؟

إن أي نوع من الصور تتجمع فيه جميع الخصائص الثلاثة لكن أحدها يكون بنسبة أكبر. ويمكن التحكم بذلك بعدة عوامل وكأننا نستخدم ميزان لإختيار الصورة التي نريد. من خلال التحكم بوقت هذه العوامل يُمكننا من زيادة تأثير أحد هذه الظواهر في الصورة وتضعيف الظاهرتين الباقيتين

العوامل الرئيسية التي تتحكم في التباين في صور الرنين المغناطيسي:

- زمن التكرار : TR repetition time المقصود هنا هو تكرار الموجات الراديوية وهذا يعني وقت الإنتظار بين الموجات الراديوية المطبقة، وهذا يدل على أنها ليست موجة واحدة فقط بل سلسلة موجات متعاقبة، هذا يمكننا من التحكم بالصورة

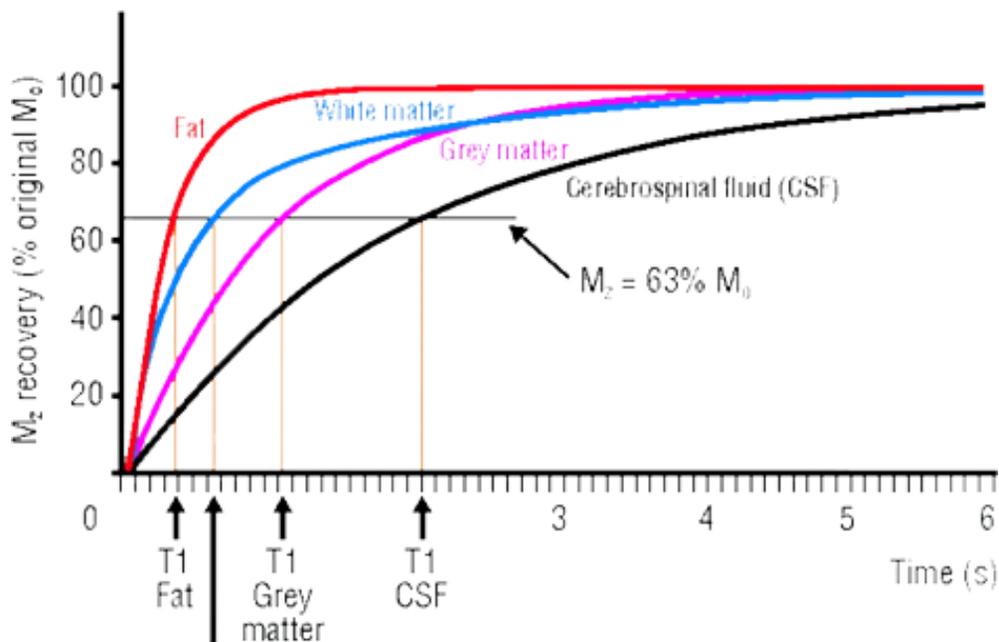
• زمن الصدى TE echo time هو الوقت الذي نصور فيه (وقت التصوير ويسمى هنا الصدى، لأننا نحن نعطي موجات راديوية ثم ترتد لنا عند الإسترخاء ونصورها) المقصود هنا مدة وقت الإنتظار بعد إرسال الموجة الراديوية لكي نأخذ الصورة.

ظاهرة زمن الإسترخاء الأول T1-Relaxation :

ينتج هذا الإسترخاء نتيجة انتقال الطاقة من البروتونات إلى محيطها وهذا ما يسمى Spin-Lattice Energy Transfer وعندما تخسر البروتونات الطاقة يحدث ضعف تدريجي في المغنطة العرضية حتى تختفي بشكل كامل مع إكمال تشكل المغنطة الطولية. هذا يعني الرجوع لحالة الإتزان. وتختلف سرعة الانتقال من المغنطة العرضية إلى المغنطة الطولية بين الأنسجة. لكن في الرنين المغناطيسي يكون الماء water و الدهن fat هما طرفا نقيض وكل ما عداهما يكون في المنتصف. لذلك يظهر الاهتمام بالفرق في وقت الإسترخاء بين الماء والدهن.

يكون زمن الإسترخاء بالنسبة للبروتونات في الدهن خلال ظاهرة زمن الإسترخاء الأول قصير. أي يحدث إسترخاء بسرعة (مما يعني حدوث تلاشي للمغنطة العرضية بشكل سريع). أما الماء فهو على العكس تماماً. فالوقت الذي تستغرقه بروتونات الماء للإسترخاء في ظاهرة الزمن الأول يعتبر طويل أي تستغرق بروتونات الماء وقت طويل للعودة إلى المغنطة الطولية

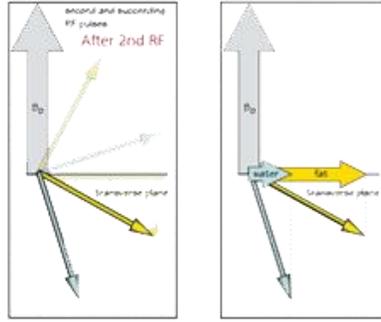
بعد إثارة البروتونات الموجودة في الدهن والماء بواسطة الموجات الراديوية تصبح جميعها في المغنطة العرضية بشكل كامل. وبعد إيقاف الموجات الراديوية تعود البروتونات الموجودة في الدهن بشكل أسرع من البروتونات الموجودة في الماء إلى المغنطة الطولية. [22]



الشكل (18): مخطط يوضح قيم زمن الاسترخاء T_1 لمكونات الأساسية للخلايا الحية في الجهاز العصبي لجسم الإنسان لبعض White matter

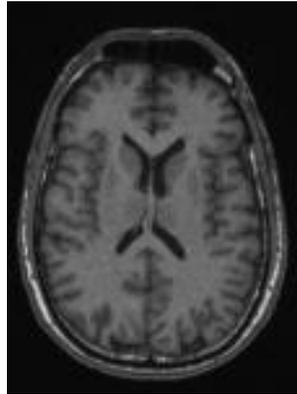
صورة الزمن الأول الموزونة T1-weighted images ؟

بما أننا نريد أن نستفيد من الفرق في المغنطة العرضية بين الدهن والماء وتمثيل ذلك على صورة الزمن الأول الموزونة. فإننا لو انتظرنا وقتاً طويلاً سنزيد من ظاهرة الزمن الثاني في الصورة (يكون ذلك من خلال تكرار إرسال الموجة الراديوية بعد زمن معين نسميه زمن التكرار TR وفي هذه الحالة علينا أن لا ننتظر طويلاً لإرسال الموجة الراديوية الثانية، لأنه لو انتظرنا طويلاً سيعود كلاهما للمغنطة الطولية وسيتلاشى الفرق بين الدهن والماء. لهذا السبب يكون وقت التكرار TR متحكماً في ظاهرة الزمن الأول لذلك ننتظر وقت قصير ونرسل الموجة الراديوية الثانية. [24]



الشكل (19): إبعاد الماء عن الدهون نتيجة تأثير الموجة الراديوية الثانية حيث يكون الدهن أقرب إلى المغنطة العرضية والماء أبعد عنها

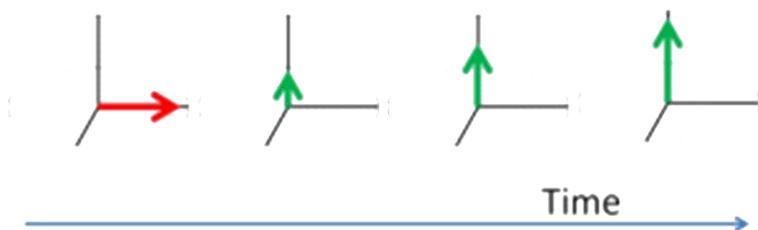
بما أن الإشارة من الطبقة الدهنية أكبر، فإنه يظهر على صورة الزمن الأول الموزونة باللون الأبيض. أما الماء فيكون لونه أسود في الصورة لأنه بعيد عن المغنطة العرضية. ولو أخذنا صورة الزمن الأول الموزونة على الدماغ فإن نسيج الدماغ (المادة الدهنية) يكون أبيض اللون أما السائل النخاعي الشوكي CSF (مكونه الأساسي هو الماء) فيكون أسود اللون، تتميز هذه الصورة بأنها صورة تشريحية لأنها توضح المكونات بشكل واضح. مثلاً في الدماغ المادة الرمادية تكون لونها في الصورة رمادي. أما المادة البيضاء فتكون بيضاء في الصورة).



الشكل (20): صورة توضيحية للنخاع الشوكي بعد التحكم بزمن الاسترخاء

تعتمد ظاهرة الزمن الأول على عودة المغنطة الطولية إلى وضعية الإتزان وعلى الرغم أن المغنطة الطولية هي المهمة في الزمن الأول، إلا أن الإشارة التي نلتقطها هي المغنطة العرضية، كلاهما مرتبط بالآخر لكن التوقيت يختلف . (مع وجود الموجات الراديوية تكون المغنطة الطولية تقريباً صفر. بعد إيقاف الموجات الراديوية تعود المغنطة الطولية بشكل تدريجي حتى تظهر بشكل كامل عند وصولها لحالة الإتزان كما في

الصور ادناه.[25]



الشكل (21): عودة المغنطة الطولية تدريجياً حتى تظهر بشكل كامل عند حالة الإتزان

تعطى العلاقة التي تعبر عن المغنطة الطولية بتابعية الزمن:

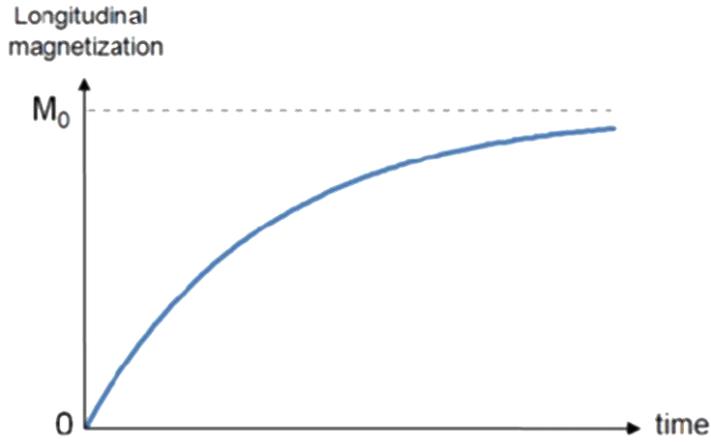
$$M_z(t) = M_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{T_1}\right) \right] \quad (2)$$

حيث M_0 : التمغنط الأساسي للبروتون

: T_1 زمن الاسترخاء الأول وهو الزمن الموافق للتمغنط عندما يصبح 0.63 من

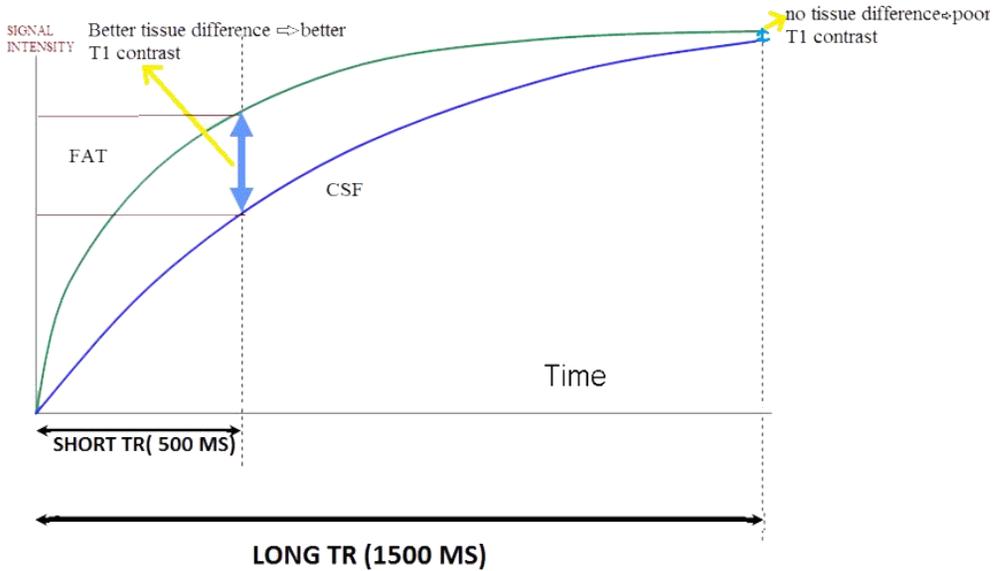
قيمه الأصلية

والتي يعبر عنها بيانياً بالشكل التالي

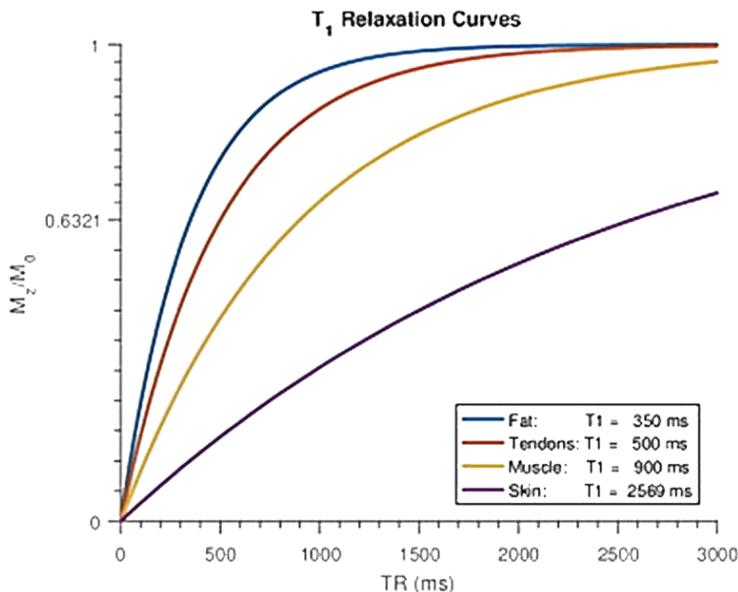


الشكل (22): العلاقة الأسية بين المغنطة الطولية والزمن ويظهر فيها زمن الاسترخاء الأول

وإذا ما أخذنا في الإعتبار الدهن والماء:



الشكل (23): العلاقة الأسية بين المغنطة الطولية والزمن ويظهر فيها زمن الاسترخاء الأول للدهن والماء



الشكل (24): العلاقة الأسية بين المغنطة الطولية والزمن ويظهر فيها زمن الاسترخاء الأول لعينات مختلفة من الخلايا الحية

ونلاحظ من المخطط البياني اختلاف قيم زمن الاسترخاء الأول لكل من الدهن والأوتار الرابطة والعضلات والجلد

350 m.s	الدهن
500 m.s	الأوتار الرابطة
900 m.s	العضلات
2569 m.s	الجلد

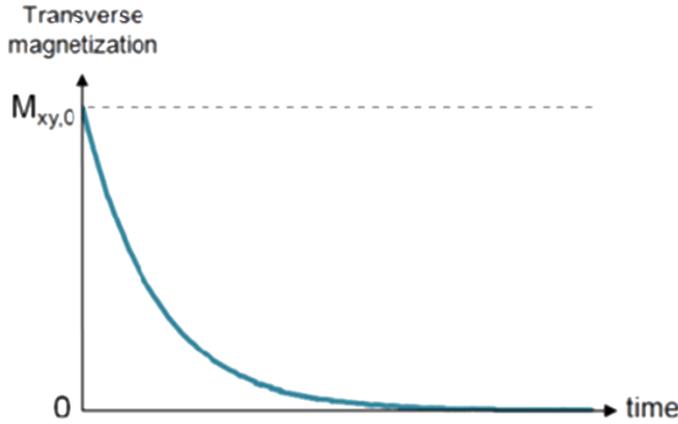
ظاهرة زمن الاسترخاء الثاني T₂-Relaxation :

أما بالنسبة لظاهرة الزمن الثاني فإنها تعتمد على تلاشي ونقصان في المغنطة العرضية نتيجة لتقديم البروتونات المدروسة الطاقة إلى البروتونات المجاورة لها ويمكن تسميتها

(استرخاء السينات) في ظاهرة إسترخاء الزمن الثاني (كما في ظاهرة الزمن الأول) تحدث خسارة الطاقة للبروتونات المجاورة نتيجة لفقد البروتونات خاصية الدوران في نفس الطور ويكون زمن خسارة البروتونات للطاقة بالنسبة للدهون قصير. أما بالنسبة للماء فيكون الزمن طويل.

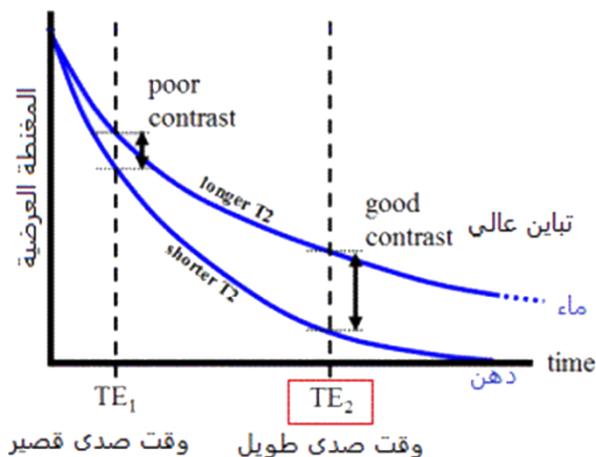
يمكننا رسم العلاقة بين المغنطة العرضية والزمن في ظاهرة إسترخاء الزمن الثاني كالتالي:

$$M_{x,y,o}(t) = M_{x,y,o} \cdot \exp\left(-\frac{t}{T_2}\right) \quad (3)$$



الشكل (25): العلاقة بين المغنطة العرضية والزمن ويظهر فيها زمن الاسترخاء الثاني

أما للمقارنة بين الدهن والماء فإن العلاقة تكون كالتالي:



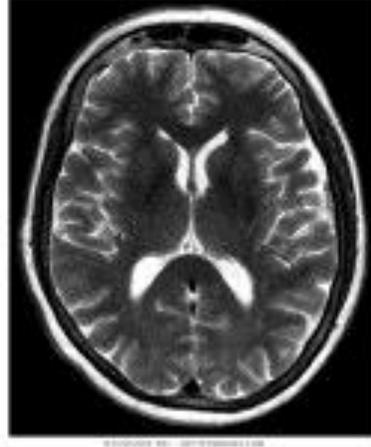
الشكل (26): العلاقة الأسية بين المغطة العرضية والزمن ويظهر فيها زمن الاسترخاء الثاني للماء والدهن

في صورة زمن الاسترخاء الثاني نختار زمن صدى طويل حيث نحصل على تباين بين النسيجين

هذا يعني أن المغطة العرضية للدهن تتلاشى بشكل أسرع من المغطة العرضية للماء في ظاهرة الزمن الثاني. بصيغة أخرى، بروتونات الماء تستغرق وقت أطول لتقديم الطاقة للبروتونات المجاورة مقارنة بالدهن.

صور الزمن الثاني الموزونة T2-weighted image :

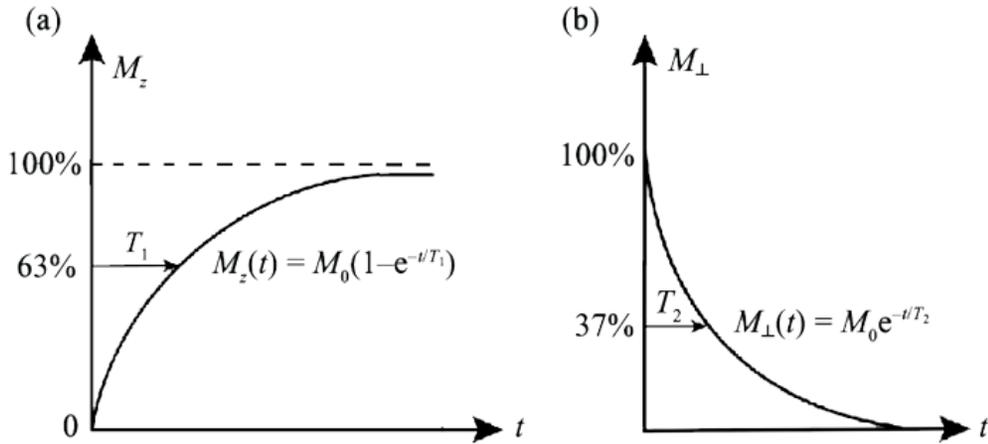
العامل المتحكم في صورة الزمن الثانية الموزونة هو وقت الصدى لا بد أن يكون طويل بحيث يكون هناك تباين بين الماء والدهن في الصورة. فلو اخترنا وقت صدى قصير يكون التباين قليل بين الدهن والماء. نلاحظ في الرسم البياني اعلاه أن الإشارة في الماء هي أعلى من الإشارة من الدهن. وهذا ما يعطينا صورة الزمن الثاني الموزونة. الماء يكون أبيض والدهن اسود.



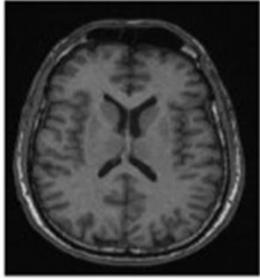
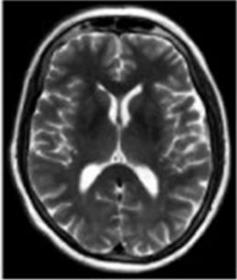
الشكل (27): صورة الزمن الثاني الموزونة. الماء يكون أبيض والدهن اسود

تجدد الإشارة إلى أننا لو أختارنا زمن تكرار قصير فإننا سنسمح بخواص ظاهرة الزمن الأول بالظهور على صورتنا، وبالتالي عندما نريد الحصول على صورة الزمن الثاني الموزونة نتبع الخطوات التالية:

- 1- نختار زمن صدى طويل فهو العامل المتحكم في ظاهرة الزمن الثاني.
- 2- نختار وقت تكرار طويل لكي تنفادى أو نخفف من ظاهرة الزمن الأول.



الشكل (28): مقارنة بين تحديد زمن الاسترخاء الأول وزمن الاسترخاء الثاني

صورة الزمن الأول الموزنة	صورة الزمن الثاني الموزنة	
		شكل الصورة
قصير هو العامل المتحكم في الزمن الأول	طويل لكي نقلل من ظاهرة الزمن الأول في الصورة	زمن التكرار TR
قصير لكي نقلل من ظاهرة الزمن الثاني في الصورة	طويل هو العامل المتحكم في الزمن الثاني	زمن الصدى TE
الماء يكون غامق الدهن يكون فاتح	الماء يكون فاتح الدهن يكون غامق	بعض خصائص الصورة
صورة التشريح	صورة الأمراض	تشتهر بـ
ظاهرة زمن الاسترخاء الأول أكبر	ظاهرة زمن الاسترخاء الثاني أكبر	ظاهرة الاسترخاء

الشكل (29): الفرق بين صورة الزمن الأول الموزونة وصورة الزمن الثاني الموزونة

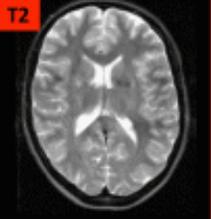
صورة كثافة البروتون الموزونة Proton Density Weighted Image :

نريد صورة تعطي الفرق في الخواص بين كثافة البروتونات في الأنسجة. للحصول على هذه الصورة لا بد من إختيار زمن التكرار TR وزمن الصدى TE المناسب لكي

نقل من تأثير ظاهرة الزمن الأول وظاهرة الزمن الثاني في الصورة. بحيث تكون الصورة معتمدة بشكل كبير على كثافة البروتونات في الأنسجة.

وللحصول على ذلك نختار زمن تكرار TR طويل، وزمن صدى قصير. الأول لتقليل تأثير ظاهرة الزمن الأول والثاني لتقليل تأثير ظاهرة الزمن الثاني. فتظهر الأنسجة قليلة الكثافة في البروتونات غامقة أو سوداء. أما الأنسجة كثيرة البروتونات فتكون بلون فاتح أو بيضاء.

يمكن تلخيص الأفكار السابقة بالمخطط التالي الذي يوضح التحكم في العوامل:

	Short TR	Long TR
Short TE	 T1	 PD
Long TE	 Poor contrast	 T2

الشكل (30): العوامل المؤثرة للحصول على الصورة الأفضل في أجهزة الرنين المغناطيسي

النتائج والمناقشة:

• يتم تحسين أداء التصوير بالرنين المغناطيسي بهدف أن تكون الصورة واضحة باعتماد إشارة الرنين المغناطيسي من البروتونات المتواجدة في الهيدروجين حصراً وذلك لأن ذرة الهيدروجين تمتلك بروتون واحد فقط من جهة، ومن جهة أخرى وجود كمية كبيرة من الهيدروجين في الجسم، هذه الحالة التي تكون فيها المغنطة طولية في إتجاه المجال المغناطيسي الخارجي تسميها بحالة الإتزان. لايمكن اعتماد إشارة هذه الحالة ولا بد من إستئثار البروتونات باتجاه مغاير للمجال المغناطيسي الرئيسي للحصول على إشارة يعتمد عليها والتي نسميها حالة الإستئثار

• يتم التأثير بالموجات الراديوية على البروتونات وإعطاء بعضها الطاقة تجعلها قادرة على الدوران باتجاه يعاكس المجال المغناطيسي المطبق، وبالتالي تلاشي للمغنطة الطولية وظهور المغنطة العرضية، وكلما زادت المغنطة العرضية كانت إشارة الرنين المغناطيسي أقوى وزاد اللون الأبيض في الصورة، وبالعكس كلما كانت ضعيفه كلما زاد اللون الأسود في الصورة، مع التأكيد على القدرة على اختيار زمن التكرار TR وزمن الصدى TE بحيث نتحكم بقوة الإشارة وشدتها وبالتالي يمكننا من رؤية التباين بين الأنسجة المختلفة.

• عند تحديد زمن الاسترخاء الأول وبعد إيقاف الموجات الراديوية نلاحظ عودة البروتونات المتواجدة في الدهون إلى حالة الإتزان بشكل سريع. أما البروتونات التي تتواجد في الماء فتعود بشكل بطئ. وهنا يكون فيها الدهن باللون الأبيض، أما الماء فيكون باللون الأسود.

• من أجل تحديد زمن الاسترخاء الثاني نلاحظ تناقص المغنطة العرضية. بعد إيقاف الموجات الراديوية حيث تفقد البروتونات خاصية الدوران بنفس الاتجاه ويكون زمن الاسترخاء الثاني (زمن خسارة البروتونات للطاقة) بالنسبة للدهون قصير وبالنسبة للماء

طويل. وفي هذه الحالة يكون فيها الماء باللون الأبيض، أما الدهن فيكون باللون الأسود.

• للحصول على أوضح الصور في الرنين المغناطيسي يتم اختيار زمن تكرار TR طويل، وزمن صدى TE قصير. الأول لتقليل تأثير زمن الاسترخاء الأول والثاني لتقليل تأثير زمن الاسترخاء الثاني. فتظهر الأنسجة ذات الكثافة البروتونية المنخفضة غامقة أو سوداء. أما الأنسجة ذات الكثافة البروتونية المرتفعة فتكون بلون فاتح أو بيضاء.

المراجع:

- [1]: Elizabeth A. Moore, MRI From Picture to Proton – second edition – CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS (2006)
- [2]: Hoffmann et al. Radiation Oncology – MR-guided proton therapy: a review and a preview – journal biomed central (2020)
- [3]: Joseph J Shaffer – Proton Exchange Magnetic Resonance Imaging: Current and Future Applications in Psychiatric Research – National Library of Medicine (2020)
- [4]: Puyang Wang – Improving Amide Proton Transfer-weighted MRI Reconstruction using T2 weighted Images – Springer Professional (2016)
- [5]: Jinyuan Zhou Improving Amide Proton Transfer-weighted MRI Reconstruction using T1-weighted Images – Conference on Medica Springer (2015)
- [6]: Quan, T.M., Nguyen-Duc, T., Jeong, W.K.: Compressed sensing mri reconstruction using a generative adversarial network with a cyclic loss. Transactions on Medical Imaging (2018)
- [7]: Huang, J., Chen, C., Axel, L.: Fast multi-contrast mri reconstruction. Magnetic resonance imaging 32(10), 1344–1352 Journal of Physics: Conference Series (2014)

- [8]: Dr Jeremy Jones – Longitudinal and transverse magnetization – Nature Reviews Materials (2021)
- [9]: G. Brix – Basics of Magnetic Resonance Imaging and Magnetic Resonance Spectroscopy – Acta Materialia (2008)
- [10]: Thomas T. Liu – MRI in Systems Medicine – La Jolla, CA, 92093–IEEE Journal of Photovoltaics (2018)
- [11]: Michael E. Hayden, Pierre–Jean Nacher – History and physical principles of MRI ffal–01191404f–Magnetochemistry (2016)
- [12]: Mispelter J, Lupu M, Briguet – NMR Probeheads for Biophysical and Biomedical Experiments. Imperial College Press, London (2006)
- [13]: Wolf S, Diehl D, Gebhardt M, Mallow J, et al. SAR Simulations for High–Field MRI: How Much Detail, Effort, and Accuracy Is Needed? Magn. Reson. Med. 69:1157–1168 – IEEE Magnetics Letters (2013)
- [14]: Hidalgo–Tobon S – Theory of gradient coil design methods for magnetic resonance imaging. Concepts in Magnetic Resonance Part A 36A:223–242 – Materials and Energy (2010)
- [15]: Rosen, B. R., & Savoy, R. L – fMRI at 20: has it changed the world? NeuroImage, 62(2), 1316–1324 – Functional Differential Equations (2012)

- [16]: Lundervold, A. S., & Lundervold, A. An overview of deep learning in medical imaging focusing on MRI. Zeitschrift fur medizinische Physik, 29(2), 102–127 – Advanced Functional Materials (2019)
- [17]: Kansagra, A. P., & Wong, E. C – Mapping of vertebral artery perfusion territories using arterial spin labeling MRI. Journal of magnetic resonance imaging : JMRI, 28(3), 762–766. (2008)
- [18]: Feng, L. Benkert, T., Block, K. T. Sodickson, D. K . Otazo, R. & Chandarana, H – Compressed sensing for body MRI. Journal of magnetic resonance imaging : JMRI, 45(4), 966–987–Advanced Electronic Materials (2017)
- [19]: Edelman, R. R., & Koktzoglou, I. Noncontrast MR angiography: – An Journal of magnetic resonance imaging : JMRI, 49(2), 355–373 (2019)
- [20]: Atle Bjørnerud – The Physics of Magnetic Resonance Imaging – FYS–KJM 4740 – The Physics of MRI (2006)
- [21]: Ibrahim SI, Abdel Lateef MF, Khalifa HMS, Abdel Monem AE. Phytoremediation of atrazine–contaminated soil using Zea mays (maize) – Materials Research Express (2018)
- [22]: Oliver Strbak – Longitudinal and Transverse Relaxivity Analysis of Native Ferritin and Magnetoferritin at 7 T MRI (2022)
- [23]: Elizabeth N. York – Quantitative magnetization transfer

imaging in relapsing–remitting multiple sclerosis: a systematic review and meta–analysis – Journal of Magnetism and Magnetic Materials (2012)

[24]: Bennett, K.M.; Shapiro, E.M.; Sotak, C.H.; Koretsky, A.P. Controlled aggregation of ferritin to modulate MRI relaxivity. Biophys. J, 95, 342–351– IEEE Electron Device Letters (2008)

[25]: J. M. Higbie, L. E. Sadler, S. Inouye, A. P. Chikkatur – Direct Nondestructive Imaging of Magnetization in a Spin (2015)

تأثير تغير كثافة غاز الديتيريوم في جهاز البلازما المحرقة الكثيفة NX2 على قيمة النشاط الإشعاعي للنظير N^{13}

للطالبة: نهى بسام كفا كلية العلوم - جامعة البعث

بإشراف الدكتور : وليد صهيوني

والدكتور المساعد: علاء ناصيف

ملخص

تمّ في هذا البحث دراسة تأثير كثافة غاز الديتيريوم على قيمة النشاط الإشعاعي للنظير المشع N^{13} الذي يتم إنتاجه من خلال قذف أهداف من الكربون C^{12} بأيونات الديتيريوم الناتجة عن جهاز البلازما المحرقة الكثيفة NX2. تمّ إيجاد مميزات منبع الأيونات (قبضة البلازما) باستخدام برنامج Lee ثمّ حساب عدد أيونات الديتيريوم الناتجة من انهيار قبضة البلازما ومردود التفاعل $N^{13} (d,n) C^{12}$ حيث بلغت قيمة النشاط الإشعاعي للنظير الناتج $A = 6.99 \times 10^5 \text{ Bq}$ عند قيمة الضغط 3 Torr. تم دراسة تأثير تغير كثافة غاز الديتيريوم على قيمة النشاط الإشعاعي من خلال تغيير الضغط حيث تبين أن القيم المنخفضة للضغط تؤدي إلى زيادة قيمة النشاط الإشعاعي وذلك بسبب زيادة سرعة تحرك طبقة البلازما محورياً وقطرياً داخل الجهاز وبالتالي وصول كمية أكبر من طاقة بنك المكثفات إلى قبضة البلازما وبالتالي زيادة عدد و طاقة أيونات الديتيريوم الناتجة وبالنتيجة زيادة قيمة النشاط الإشعاعي للنظير N^{13} .

الكلمات المفتاحية: قبضة البلازما، PET، النشاط الإشعاعي.

Effect of the change of density of deuterium gas in dense plasma focus device NX2 on the value of the radioactivity of the isotope N^{13}

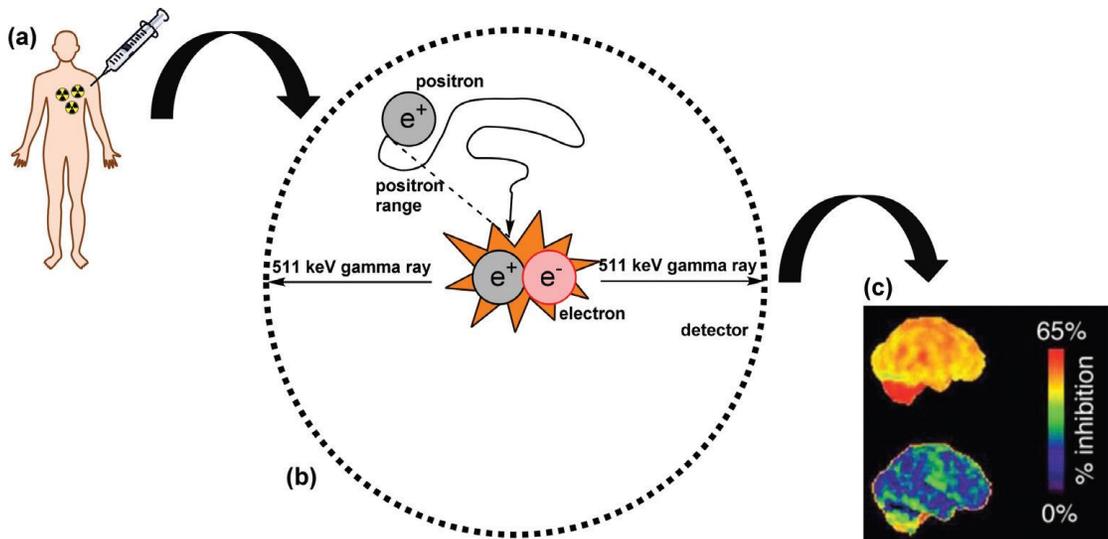
Abstract

In this paper, the effect of the density of deuterium gas on the radioactivity value of the radioactive isotope N^{13} which is produced by bombarding C^{12} carbon targets with deuterium ions from the NX2 dense plasma device was studied. The characteristics of the ion source (plasma pinch) were found using the Lee code, then the number of deuterium ions resulting from the collapse of the plasma pinch and the reaction yield $C^{12} (d,n) N^{13}$ was calculated, where the value of the radioactivity of the resulting isotope was $A = 6.99 \times 10^5 \text{ Bq}$ at a pressure value of 3 Torr. The effect of changing the density of deuterium gas on the value of radioactivity was studied through changing the pressure where it was found that low values of pressure lead to an increase in the value of radioactivity due to an increase in the speed of movement of the plasma layer axially and radially inside the device and thus the arrival of a greater amount of the energy of the capacitor bank to the plasma pinch and thus increasing the number and energy of the resulting deuterium ions and as a result increasing the value of the radioactivity of the isotope N^{13} .

Key words: plasma pinch, PET, radioactivity.

1- مقدمة:

تعدّ تقنية التصوير المقطعي بالإصدار البوزيتروني (Positron emission tomography (PET) إحدى تقنيات التصوير الجزيئي الوظيفي باستخدام مجسّات (probes) تسمّى المتتبع المشع (radiotracers) الذي يتكون من جزيئات نشطة بيولوجياً (الجلوكوز أو الأكسجين) موسومة بالنويات المشعة المصدرة للبوزيترون (مثل الكربون 11 والنيتروجين 13 والأكسجين 15 والفلورايد 18)؛ حيث ينتقل البوزيترون لمسافة قصيرة في الأنسجة حتى يصطدم بالإلكترون وينتج زوج من أشعة غاما يصدران باتجاهين متعاكسين بطاقة 511 KeV لكل منهما، يتم الكشف عنهما باستخدام كواشف (collinearly aligned) بشكل متزامن حيث تكون الكواشف مثبتة على شكل حلقة مما يسمح بقياس النشاط الإشعاعي للعضو المراد دراسته بزوايا ومسافات كبيرة بصورة مباشرة. تعد هذه الطريقة في التصوير الشعاعي واحدة من أسرع المجالات نمواً في مجال الأشعة [1,2].



الشكل (1): مبدأ التصوير المقطعي بالإصدار البوزيتروني: (a) حقن النظير المشع، (b) تحرك البوزيترون لمسافة قصيرة واصطدامه بالإلكترون ثم زوج أشعة جاما بطاقة KeV 511 في وقت واحد عند 180^0 لكل منهما (c) اكتشاف أشعة جاما وتحويلها إلى صور ثلاثية الأبعاد [1].

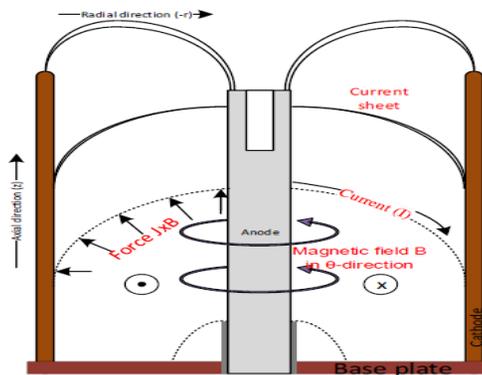
نعلم يتم الحصول على هذه النظائر المشعة من خلال قصف الأهداف المناسبة بواسطة الحزم الأيونية المنتجة في المسرعات (accelerators)، ولكن نظراً لعمر النصف القصير لهذه النظائر المشعة فيجب إنتاجها في مكان يُتوقع استخدامها فيه وبالتالي يجب استخدام المسرعات في المستشفيات. ولكن إنتاج النظائر المشعة PET عن طريق المسرعات طريقة باهظة الثمن لذلك تطرح أجهزة البلازما المحرقة كأحد البدائل في إنتاج النظائر المشعة قصيرة العمر لأنها منخفضة التكلفة وسهلة الاستخدام والصيانة [3].

2- **هدف البحث:** يهدف البحث إلى دراسة تأثير كثافة غاز الديتيريوم على قيمة النشاط الإشعاعي للنظير N^{13} وذلك من خلال إجراء دراسة عددية لتفاعل حزمة أيونات ديوتيريوم صادرة عن جهاز البلازما المحرقة الكثيفة NX2 مع هدف الكربون C^{12} .

3- جهاز البلازما المحرقة الكثيفة Dense Plasma Focus Device:

يعدّ جهاز البلازما المحرقة الكثيفة (Dense Plasma Focus DPF) مسرع ثنائي الاتجاه لأيونات، يستفيد الجهاز من نشوء قوة لورنز $F = J \times B$ ، حيث J هي كثافة التيار و B هي الحقل المغناطيسي لتسريع جزيئات الغاز التي يجرفها غلاف البلازما بشكل محوري بسرعة عالية إلى موضع معين (نهاية الأقطاب) ليتم بعدها تحويل التدفق إلى تدفق قطري مع سرعة أعلى ونشوء خيوط (filament) عالية الكثافة من البلازما تسمى البلازما المحرقة (Plasma Focus) [4]. الجهاز في الأصل عبارة عن مسرع متحد المحور (coaxial accelerator) [5] مكوّن من حجرة (chamber) بداخلها قطب مركزي يشكل مصعد محاط بمجموعة من الأقطاب تشكل مهبط معزولين عن بعضهما بواسطة عازل يتم وصلهما مع بنك مكثفات (كمون شحن بنك المكثفات عدة عشرات kV)، تحتوي الحجرة على غاز أو مجموعة من الغازات تحت ضغط معين. يعتمد مبدأ عمل الجهاز على نقل الطاقة المخزنة في بنك المكثفات إلى الأقطاب من خلال تيار التفريغ (يصل إلى عدة مئات kA في الأجهزة متوسطة الطاقة ويصل إلى MA في أجهزة عالية الطاقة) والذي يعمل على توليد حقل مغناطيسي. يُخترن الحقل المغناطيسي المتحرض خلف طبقة مؤينة من الغاز. يُشار إلى غمد البلازما المتحرك تحت تأثير الحقل المغناطيسي بالمكبس المغناطيسي (Magnetic Piston) [6]؛ تمتد هذه الطبقة المؤينة بين الأقطاب الكهربائية الداخلية والخارجية (المصعد والمهبط) وهي المسؤولة عن نقل التيار الكهربائي بينها. وتسمى الطبقة المتأينة التي تحمل التيار تسمى

صفحة التيار (Current Sheet CS) والتي تمثل المكون J من قوة لورنز، ويمر التيار الكهربائي عبر المهبط من قاعدته إلى موضع صفحة التيار مؤدياً إلى تحريض حقل مغناطيسي زاوي حول المهبط في الاتجاه الزاوي (B_θ) ، كما هو موضح في الشكل (2). يقع المجال المغناطيسي خلف صفحة التيار، يدفع كل من J_r و B_θ صفحة التيار بقوة لورنز (F_z) للوصول إلى سرعة محورية عالية تصل إلى 10^7 cm/s والتي تتضاعف في الاتجاه القطري، كما تزداد الكثافة لتصل إلى $10^{19}/\text{cm}^3$ لإنتاج خيوط بلازمية جداً بطاقة عدة وتتحد هذه الخيوط على قمة المصعد مشكلةً ما يسمى قبضة البلازما (Pinch) والتي هي عبارة عن عمود صغير من البلازما الحارة جداً وكثيفة جداً والذي ينهار بعد فترة قصيرة جداً (عشرات ns) نتيجة لا استقرارات البلازما ووجود كمون مرتفع مما يؤدي إلى إصدار حزم الأيونات و الإلكترونات في اتجاهين متعاكسين [4].



الشكل (2): الحركة المحورية والقطرية للورقة الحالية في جهاز تركيز بلازما محرقة كثيفة

[5]

في حال تمّ استخدام غاز الديتيريوم في جهاز البلازما المحرقة فيمكن الاستفادة من حزم الأيونات الطاقية الناتجة بعد انهيار قبضة البلازما واصطدامها بهدف مناسب من أجل

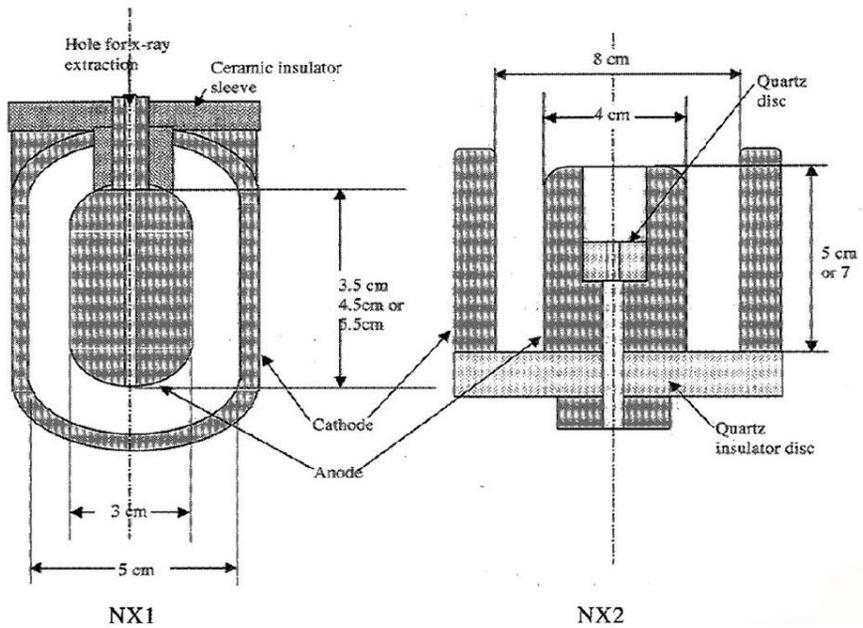
إحداث التفاعل المطلوب. ولهذه الغاية فقد تم إجراء العديد من الأبحاث والدراسات التجريبية والعديد للبحث في إمكانية الاستفادة من حزم الأيونات الصادرة عن انهيار عمود من البلازما متشكل في جهاز البلازما المحرقة الكثيفة وخاصة عند استخدام غاز الديتيريوم كغاز للتشغيل من أجل إحداث التفاعل النووي المطلوب لإنتاج النظائر المشعة قصيرة العمر، حيث وضع Sumini [7] تصميم جهاز بلازما محرقة كثيفة بطاقة 150 kJ يعمل بنمط تكراري 1 Hz لإنتاج النظير المشع $18F$ بنشاط إشعاعي 1 Ci في زمن ساعتين ووضع التصميم الهندسية للأقطاب وبارامترات الدارة الكهربائية وتم تنفيذ 128 عملية إطلاق. كما درس Shirani [8] إمكانية الحصول على النظير المشع $13N$ من جهاز بلازما محرقة منخفض الطاقة ونم الحصول على قيمة نشاط إشعاعي 10 kBq من أجل عملية إطلاق واحدة وازدادت قيمة النشاط الإشعاعي إلى عدة عشرات MBq من عند معدل تشغيل $f = 1\text{ Hz}$ لزمن تشغيل 600 s في حين أن النشاط الإشعاعي المطلوب طبيياً حوالي 4 GBq وتم طرح فكرة تغيير تصميم الأقطاب أو ضغط غاز الديتيريوم لزيادة طاقة طيف الديترونات الصادر. وأجرى Akel [9] تجارب عديدة باستخدام كود Lee لحساب خصائص حزم الأيونات الصادرة عن عدد من أجهزة البلازما المحرقة ذات طاقات تشغيل مختلفة وحساب النشاط الإشعاعي للتفاعل $13N(d,n)12C$ وتوصلوا إلى أنه يجب أن يعمل الجهاز بنمط تكراري (معدل تكرار $f = 25\text{ Hz}$ لفترة تشغيل 600 s) للوصول إلى قيمة النشاط الإشعاعي المطلوب طبيياً وأن إمكانية التشغيل هذه غير متوفرة في الأجهزة الحالية بالإضافة إلى ظهور مشكلة تحمّل الأهداف للأحمال الحرارية الناتجة. في عام 2019 طرح Sadeghi وآخرون [10] فكرة إضافة عدسات مغناطيسية (magnetic lenses) من أجل تركيز وتوجيه حزم الأيونات الصادرة وتقليل نسبة التشتت وتم تنفيذ محاكاة على 16 جهاز بلازما محرقة مختلفة بطاقتها من 400 J إلى 500 kJ وتم الوصول إلى قيمة نشاط

تأثير تغير كثافة غاز الديتيريوم في جهاز البلازما المحرقة الكثيفة NX2 على قيمة النشاط الإشعاعي للنظير N^{13}

إشعاعي $0.016 - 7.71 GBq$ وأن 9 من الأجهزة المدروسة كان لها القدرة على الوصول إلى القيمة المطلوبة طبيياً للنظير $13N$ من خلال استخدام هذه التقنية.

4- جهاز البلازما المحرقة الكثيفة NX2 :

يعدّ جهاز البلازما المحرقة الكثيفة NX2 نسخة مطورة عن جهاز البلازما المحرقة PF (Nanyang X-ray source) الذي تمّ تطويره في جامعة Nanyang، NTU NIE ، سنغافورة. يختلف هذا الجهاز عن النسخة الأولى بقيم أعلى للتيار وتردد التشغيل بالإضافة إلى الأبعاد الهندسية لحجرة التفريغ.



الشكل (3) مقارنة بين تصميم الجهازين NX1 و NX2 [11]

يعمل الجهاز في وضع دورية نبضية بتردد 1-20 هرتز، ومنبع طاقة 1.6-3.3 كيلو جول. وتصل قيمة التيار الكلي إلى 190-510 كيلو أمبير. حجرة التفريغ من النوع Mather type ، يستخدم في هذا الجهاز مجموعة متنوعة من الغازات: الهيدروجين، الديوتيريوم، الهليوم، الأرجون، النيون، خليط من الأرجون والأكسجين وذلك حسب التطبيق المراد الاستخدام لأجله، بمجال ضغط يقع ضمن المجال 0.7-20.0 ميلي بار. تكون الأقطاب مصنوعة من النحاس أو الفولاذ، يكون المصعد ذي قمة مجوفة لها أحجام متغيرة، قطره من 23-40 مم وطوله 25-70 مم، يلعب بينما المهبط يكون عبارة عن مجموعة من القضبان 8-12 بقطر 80-100 مم بسمك 10 مم وطول 50 مم. في بعض التجارب، كان الجزء العلوي من المصعد مخروطي الشكل، أو تم إدخال التيتانيوم أو FeCo في الطرف العلوي من المصعد، والعازل مصنوع من قرص كوارتز أو أنبوب زجاجي من نوع Pyrex [11].

أظهرت التجارب تطابقاً في متوسط طاقة إشعاع SXR لجهاز NX2 مع قيمتها NX1 (10 J لكل طلقة) [12] و 100 J [13] ، وأن القيمة القصوى لتيار حزمة الإلكترونات الصادرة هو 22 كيلو أمبير [14] ، وأن أكبر قيمة للمردود النيوتروني لكل طلقة 7×10^8 [15]، وأن عدد الديوترونات الصادرة هو 2.4×10^{12} [16]. تم استخدام هذا الجهاز كمصدر SXR للطباعة الإلكترونية الدقيقة، بالإضافة إلى استخدامه كمصدر النيوترونات والديوترونات وحزم الإلكترونات، والتي بدورها تستخدم في اصطناع جزيئات FeCo النانوية [14]، وإنشاء أفلام رقيقة بلورية نانوية من ثاني أكسيد التيتانيوم TiO_2 ، وعينات من البلورات الضوئية [17].

5- النتائج والمناقشة:

إيجاد مميزات حزمة الديترونات الصادرة عن جهاز البلازما المحرقة الكثيفة:

تمّ حساب عدد الأيونات الناتجة وذلك بالاستفادة من بارامترات قبضة البلازما (المنبع) التي تمّ إيجادها باستخدام برنامج Lee وذلك بالاستفادة من مميزات الجهاز الآتية [18]:

$$V = 14 \times 10^3 v \quad \text{كمون التشغيل:}$$

$$C_0 = 28 \times 10^{-6} F \quad \text{سعة بنك المكثفات:}$$

$$L_0 = 20 \times 10^{-9} H \quad \text{التحريض:}$$

يمكن حساب قيمة تيار التفريغ الكلي الناتج عن بنك المكثفات وفق العلاقة :

$$I_0 = \frac{V_0}{\sqrt{\frac{L_0}{C_0}}} = \frac{4 \times 10^3}{\sqrt{\frac{20 \times 10^{-9}}{28 \times 10^{-6}}}} = 523.83 \times 10^3 A \quad \dots \dots (1)$$

ويكون زمن تفريغ بنك المكثفات:

$$t_0 = \sqrt{L_0 C_0} = \sqrt{20 \times 10^{-9} \times 28 \times 10^{-6}} \\ = 74.8 \times 10^{-6} \text{ s} \quad \dots (2)$$

ودور التفريغ :

$$T = 2\pi \times t_0 = 2\pi \times 74.8 \times 10^{-6} = 469.9810^{-6} s \quad \dots \dots (3)$$

يعطى زمن تحرك طبقة البلازما خلال المرحلة المحورية بالعلاقة :

$$t_a = \sqrt{\left[\frac{2\pi^2(c^2 - 1)}{\mu_0 \ln c} \right]} \left[\frac{\sqrt{f_m} \times Z_0 \sqrt{\rho}}{f_c \left(\frac{I_0}{a} \right)} \right] \dots \dots (4)$$

وزمن تحرك طبقة البلازما قطرياً على قمة المصعد حتى الوصول إلى مرحلة التقبض بالعلاقة:

$$t_r = \left[\frac{4\pi}{\mu_0 \sqrt{(\gamma + 1)}} \right] \left[\frac{\sqrt{f_m} \sqrt{\rho}}{f_c \left(\frac{I_0}{a} \right)} \right] a \dots \dots \dots (5)$$

حيث:

$$c = \frac{b}{a} = \frac{4.1}{1.9} = 2.2 \text{ نسبة نصف قطر المهبط على نصف قطر المصعد}$$

نفاذية الخلاء $Z_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$ ، μ_0 طول المصعد

$f_m = 0.06$ عامل فقدان الكتلة في المرحلة المحورية ، $f_c = 0.7$ عامل فقدان التيار في المرحلة المحورية

γ : نسبة السعة الحرارية النوعية لبلازما الديتريوم وتساوي قيمة ثابتة مقدارها $5/3$.

$\rho(kg/m^3)$ كثافة غاز الديتريوم وتحسب من العلاقة:

$$\rho = \frac{P.M}{R.T} \dots (6)$$

أظهرت الدراسات أن حوالي 60% من تيار التفريغ الكلي سوف يشكل تيار الذروة (I_{peak}) والذي يستمر بدفع طبقة البلازما حتى الوصول إلى مرحلة تشكّل قبضة

تأثير تغير كثافة غاز الديتريوم في جهاز البلازما المحرقة الكثيفة NX2 على قيمة النشاط الإشعاعي للنظير N^{13}

البلازما [19] ولذلك فقد تم اختيار قيمة ضغط غاز الديتريوم $P = 3Torr$ حيث يتحقق عندها هذا الشرط. وبالتالي:

$$P = \frac{3 \times 1.013 \times 10^5}{760} = 400 Pa$$

$$T = 273 + 20 = 293 K \text{ : درجة الحرارة}$$

$$R = 8.31 J/Kmol.K \text{ : ثابت الغازات}$$

$$M = 4.027 Kg/mol \text{ : الكتلة المولية لغاز الديتريوم}$$

بالتعويض لحساب كثافة غاز الديتريوم نجد:

$$\rho = \frac{P.M}{R.T} = \frac{400 \times 4.027}{8.31 \times 293} = \frac{0.661kg}{m^3} \dots \dots \dots (7)$$

تم الاستفادة من القيم التي تم حسابها وبلاستعانة ببرنامج Lee لحساب قيم سرعات طبقة البلازما في المرحلتين المحورية والقطرية حيث حصلنا على القيم التالية:

السرعة المحورية (Axial Velocity):

$$v_a = 12.9 \times 10^4 m/s \dots (8)$$

السرعة القطرية (Radial Velocity):

$$v_r = 32.7 \times 10^4 m/s \dots (9)$$

يتم حساب كثافة تيار الأيونات باستخدام علاقة Langmuir-child [20]:

$$J_i = 1.86 \times \left(\frac{4}{9}\right) \varepsilon_0 \sqrt{\frac{2e}{m_i}} \times \frac{\phi^{3/2}}{d^2} \dots \dots \dots (10)$$

حيث : $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} F/m$: سماحية الخلاء

شحنة الالكترين : $e = 1.6 \times 10^{-19} c$

كتلة أيون الديتريوم : $m_i = 3.34 \times 10^{-27} Kg$

$$\Phi = I_0 \left(\frac{dL_p}{dt} \right) \dots (11)$$

البلازما

d : عرض طبقة ثنائي البلازما المتشكلة

نحسب التحريض الناشئ ضمن قبضة البلازما $\frac{dL_p}{dt}$ باستخدام العلاقة:

$$\frac{dL_p}{dt} = \frac{\mu_0}{2\pi} \left[\ln \left(\frac{b}{r_p} \right) v_a + \left(\frac{z}{r_p} \right) v_r \right] \dots \dots (12)$$

حيث $b = 4.1 \text{ cm}$ نصف قطر المهبط ، $r_p = 0.302 \text{ cm}$ نصف قطر قبضة

البلازما ، $z = 2.806 \text{ cm}$ طول قبضة البلازما. بالتعويض نحصل على:

$$\frac{dL_p}{dt} = 0.674$$

وبالتالي يكون الكمون المتحرض ضمن قبضة البلازما:

$$\Phi = I_0 \left(\frac{dL_p}{dt} \right) = 523.83 \times 10^3 \times 0.674 = 353 \times 10^3 \text{ V}$$

نحسب كثافة تيار الأيونات:

$$J_i = 1.86 \times \left(\frac{4}{9} \right) \epsilon_0 \sqrt{\frac{2e}{m_i}} \times \frac{\Phi^{3/2}}{d^2} = 1.90 \times 10^4 \text{ A/m}^2$$

وبالتالي نحصل على عدد أيونات الديتريوم المقذوفة من قبضة البلازما:

$$N_i = \pi \frac{r_p^2}{e} J_i \tau_p = 65 \times 10^{11} \text{ ions ... (13)}$$

حساب المردود الإشعاعي للتفاعل:

يعطى التوزيع الطاقى للأيونات الصادرة من قبضة البلازما بالعلاقة:

$$f(E) = \frac{dN_i}{dE} = C \cdot E^{-m} \dots \dots \dots (14)$$

$f(E)$: تابع توزيع طاقة الأيونات

N_i : عدد أيونات الديتريوم

C : ثابت، m يأخذ القيم ضمن المجال $2 < m < 3.5$

$$N_i = \int_{E_{min}}^{E_{max}} C E^{-m} dE = C \left[\frac{E^{1-m}}{1-m} \right]_{E_{min}}^{E_{max}}$$

وبالتالي :

$$f(E) = N_i \left[\frac{1-m}{E_{max}^{1-m} - E_{min}^{1-m}} \right] E^{-m} \dots (15)$$

E_{max} : أعظم طاقة للديتريونات الصادرة.

E_{min} : أصغر طاقة للديتريونات الصادرة.

يعطى المردود الإشعاعي للتفاعل بالعلاقة:

$$\langle y \rangle = \frac{\Omega_2}{\Omega_1} \left[\frac{1-m}{E_{max}^{1-m} - E_{min}^{1-m}} \right] \int_{E_{min}}^{E_{max}} n \frac{E^{-m} \sigma(E)}{\frac{dE}{dx}} dE \dots (16)$$

حيث:

Ω_1 : الزاوية المجسمة للمنبع (القبضة)، Ω_2 : الزاوية المجسمة للهدف.

n : كثافة هدف الغرافيت $n = 1.129 \times 10^{29} m^{-3}$.

$\frac{dE}{dX}$: قدرة الإيقاف لهدف الغرافيت.

$\sigma(E)$: المقطع العرضي التجريبي للتفاعل $^{12}C(d,n)^{13}N$.

حساب الزوايا:

توجد زاويتان يجب حسابهما: الأولى هي زاوية إصدار الأيونات من القبضة، والثانية هي زاوية ورود الأيونات على الهدف.

زاوية الإصدار: تصدر أيونات الديتيريوم على شكل مخروط رأسه يقع على القبضة وقاعدته تقع على الهدف. تعطى الزاوية المجسمة للمخروط بالعلاقة:

$$\Omega_1 = 2\pi(1 - \cos\theta_1) \dots (17)$$

بفرض: $\theta_1 = 25^\circ = 0.436 \text{ rad}$ وبالتالي: (ستراديان) $\Omega_1 = 0.587 \text{ sr}$

زاوية الورود: جزء من الأيونات الصادرة تسقط على هدف الغرافيت وتتناسب هذه الزاوية مع مساحة السطح وهي تعطى بالعلاقة:

$$\Omega_2 = \pi\theta_2 = \pi\left(\frac{r}{R}\right)^2 \dots (18)$$

حيث r نصف قطر المنبع، R البعد بين الهدف والمنبع (القبضة).

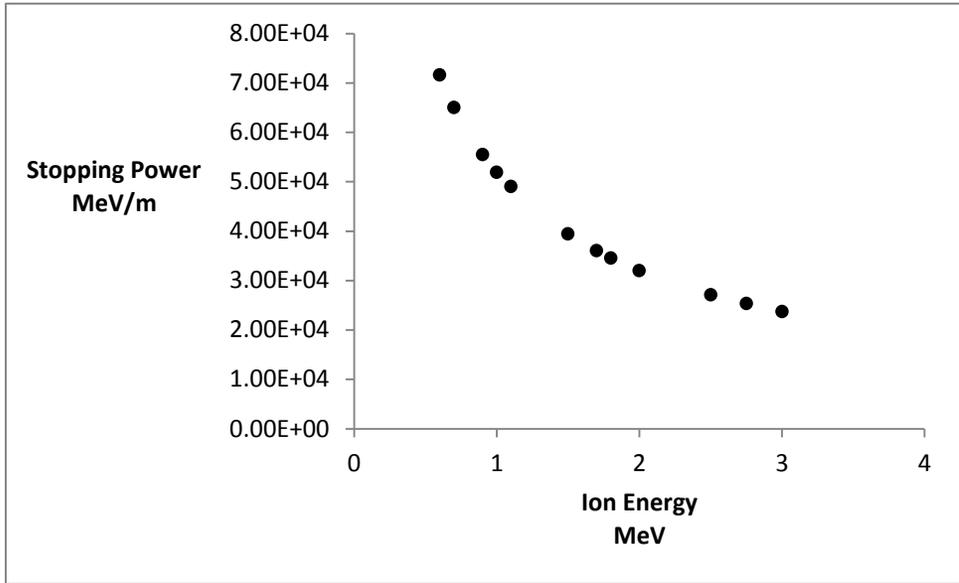
بفرض $R = 20 \text{ cm}$ ، $r = 1 \text{ cm}$ نجد:

$$\Omega_2 = 0.0078 \text{ sr}$$

حساب قدرة الإيقاف لهدف الغرافيت $\frac{dE}{dX}$:

تم استخدام برنامج SRIM 2013 (The Stopping and Range of Ions in)
(Matte [21] لإيجاد قدرة الإيقاف لأيونات الديتيريوم ضمن المجال الطاقى (– 0.6
3 MeV) ضمن هدف الغرافيت وكانت النتائج كما هو موضح في الجدول الآتي:

قدرة الايقاف (Stopping Power) $\times 10^4$ (MeV/m)	طاقة أيونات الديتيريوم (Ions Energy) (MeV)
7.16	0.6
6.50	0.7
5.55	0.9
5.19	1
4.90	1.1
3.94	1.5
3.60	1.7
3.45	1.8
3.20	2
2.71	2.5
2.53	2.75
2.37	3



الشكل (4) قدرة الإيقاف لأيونات الديتيريوم ضمن هدف الغرافيت مع منحنى المطابقة

برسم منحنى المطابقة نحصل على العلاقة التي تعطي قدرة الإيقاف:

$$\frac{dE}{dX} = 51408E^{-0.691}$$

إيجاد المقطع العرضي التجريبي للتفاعل $^{12}\text{C}(\text{d},\text{n})^{13}\text{N}$: $\sigma(E)$

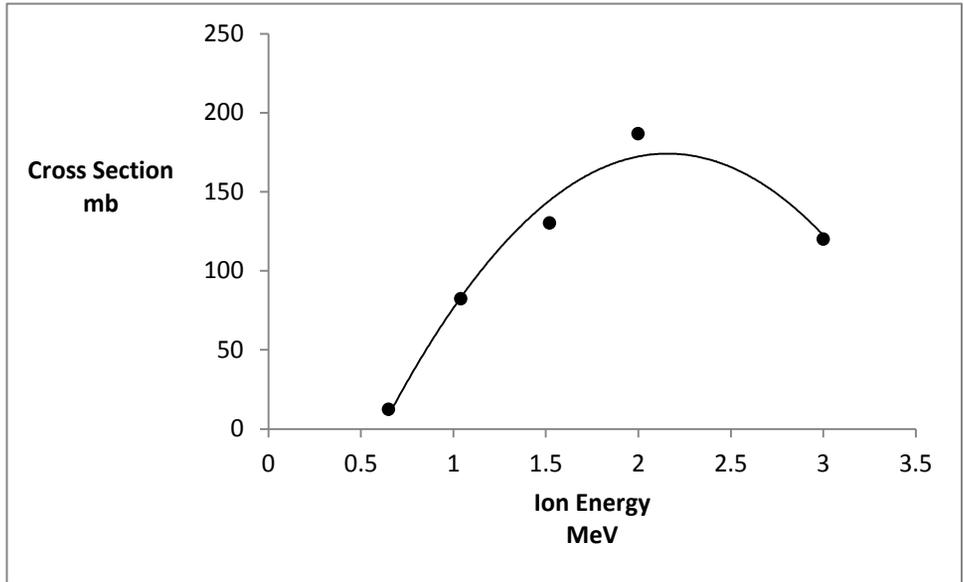
لإيجاد المقطع العرضي للتفاعل $^{12}\text{C}(\text{d},\text{n})^{13}\text{N}$ تم استخدام قاعدة بيانات

Experimental Nuclear Reaction Data (EXFOR) التابعة للوكالة الدولية

للطاقة الذرية (IAEA) [22]:

تأثير تغير كثافة غاز الديتريوم في جهاز البلازما المحرقة الكثيفة NX2 على قيمة النشاط الإشعاعي للنظير N^{13}

$\sigma(E)$ (mbarn)	طاقة أيون الديتريوم (Mev)
12.37	0.65
82.29	1.04
130.2	1.52
186.5	2
119.9	3



الشكل (5) المقطع العرضي لتفاعل $^{12}C(d,n)^{13}N$ مأخوذ من قاعدة بيانات (EXFOR)

وبالتالي نحصل على العلاقة التي تعطي المقطع العرضي:

$$\sigma(E) = -72.771E^2 + 314.1E - 164.78$$

بتعويض العلاقات السابقة لحساب قيمة المردود عند قيم: $m = 2, 3, 3.5$ نجد:

$$m = 2 \Rightarrow \langle y \rangle = 9.31 \times 10^{-5}$$

$$m = 3 \Rightarrow \langle y \rangle = 1.4534 \times 10^{-5}$$

$$m = 3.5 \Rightarrow \langle y \rangle = 3.142 \times 10^{-5}$$

يتم حساب النشاط الإشعاعي باستخدام العلاقة:

$$A = N_i \langle y \rangle \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \dots (19)$$

حيث: $T_{1/2} = 10 \text{ min} = 600 \text{ s}$ عمر النصف للنظير المشع N^{13}

وبالتالي تكون قيمة النشاط الإشعاعي من أجل $m = 2$:

$$A = 6.99 \times 10^5 \text{ Bq}$$

دراسة تأثير كثافة غاز الديتيريوم على قيمة النشاط الإشعاعي:

تعتبر كثافة غاز الديتيريوم من العوامل المؤثرة على تشكّل طبقة البلازما وسرعتها محورياً وقطرياً وعلى بارامترات قبضة البلازما المتشكلة في نهاية المرحلة القطرية وبالتالي تأثيرها على التحريض المتولد ضمن قبضة البلازما والكمون المتولد ضمنها ولاحقاً على كثافة التيار وعدد الأيونات الناتجة من انهيار القبضة لذلك تم إيجاد كثافة الغاز عند تغيير ضغط غاز الديتيريوم من القيمة $P = 1 \text{ Torr}$ حتى القيمة التي لا يحدث بعدها تمحرق ومن ثم إيجاد قيم سرعات طبقة البلازما المحورية والقطرية وأبعاد وزمن بقاء قبضة البلازما المتشكلة باستخدام برنامج Lee وكانت النتائج كالتالي:

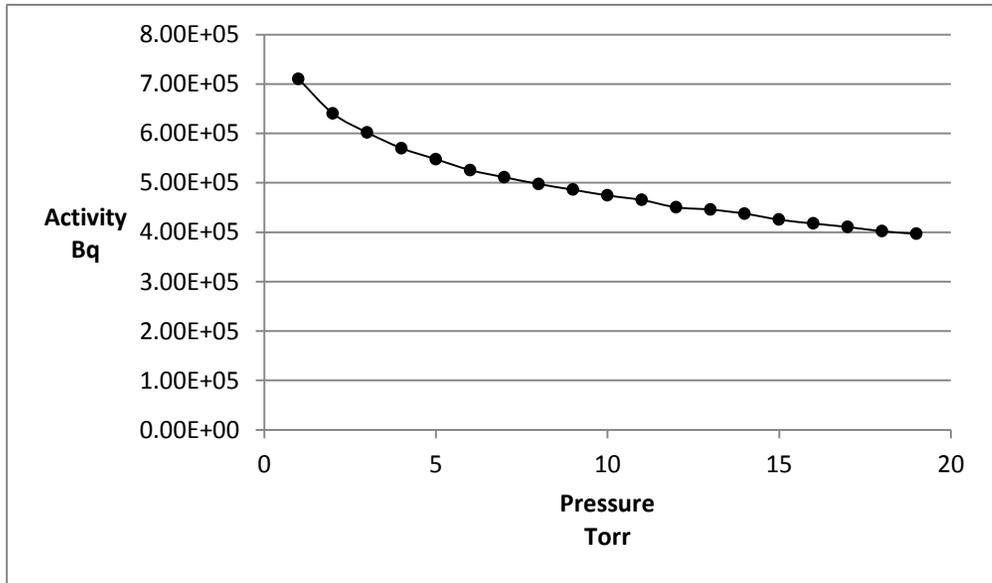
تأثير تغير كثافة غاز الديتيريوم في جهاز البلازما المحرقة الكثيفة NX2 على قيمة النشاط الإشعاعي
للنظير N^{13}

ضغط غاز الديتيريوم Deuterium Pressure Torr	كثافة غاز الديتيريوم Deuterium Density Kg/m ³	سرعة طبقة البلازما محورياً Axial Velocity ×10 ⁴ m/sec	سرعة طبقة البلازما قطرياً Radial Velocity ×10 ⁴ m/sec	نصف قطر قبضة البلازما Pinch Radius ×10 ⁻² m	طول قبضة البلازما Pinch Length ×10 ⁻² m	فترة بقاء قبضة البلازما Pinch Duration ×10 ⁻⁹ sec
1	0.220	17.6	45.7	0.301	2.806	13.5
2	0.440	14.5	37.1	0.302	2.804	16.7
3	0.661	12.9	32.7	0.304	2.806	19.1
4	0.881	11.8	29.7	0.305	2.804	21
5	1.102	11.1	27.4	0.306	2.805	22.8
6	1.322	10.5	25.7	0.308	2.803	24.3
7	1.543	10	24.3	0.309	2.802	25.8
8	1.763	9.5	23.1	0.311	2.805	27.3
9	1.984	9.2	22.1	0.312	2.803	28.6
10	2.204	8.9	21.1	0.313	2.803	30
11	2.424	8.6	20.3	0.315	2.805	31.4
12	2.645	8.3	19.5	0.317	2.802	32.6
13	2.865	8.1	18.9	0.318	2.804	33.9
14	3.086	7.9	18.3	0.32	2.803	35.2
15	3.306	7.7	17.6	0.322	2.804	36.5
16	3.527	7.5	17.1	0.324	2.805	37.7
17	3.747	7.4	16.6	0.326	2.804	39
18	3.968	7.2	16.1	0.328	2.804	40.3
19	4.1885	7.1	15.7	0.33	2.802	41.6

تم حساب قيمة تحريض قبضة البلازما والكمون المتولد ضمنها وكثافة تيار الأيونات وعددها باستخدام العلاقات (10)،(11)،(12)،(13):

ضغط غاز الديتيريوم Deuterium Pressure Torr	تحريض قبضة البلازما inductance	الكمون المتحرض ضمن قبضة البلازما the induce voltage in the plasma Pinch $\times 10^5$ V	كثافة التيار current density $\times 10^3$ A/m ²	عدد أيونات الديتيريوم المقذوفة the number of the ejected deuteron $\times 10^{12}$ Ions
1	0.9439	4.945	31.64	6.60
2	0.7645	4.005	23.09	5.95
3	0.6707	3.514	18.95	5.59
4	0.6074	3.182	16.35	5.30
5	0.5599	2.933	14.46	5.09
6	0.5221	2.735	13.04	4.89
7	0.4924	2.579	11.95	4.75
8	0.4656	2.439	10.97	4.62
9	0.4444	2.328	10.24	4.52
10	0.4237	2.219	9.534	4.41
11	0.4056	2.125	8.919	4.32
12	0.3872	2.028	8.336	4.19
13	0.3747	1.963	7.924	4.14
14	0.3608	1.890	7.495	4.07
15	0.3457	1.811	7.022	3.95
16	0.3341	1.750	6.668	3.88
17	0.3230	1.692	6.342	3.82
18	0.3116	1.632	6.010	3.74
19	0.3023	1.584	5.753	3.69

تمّ باستخدام العلاقة (19) تمّ حساب قيمة النشاط الإشعاعي عند تغيّر ضغط غاز الديتيريوم والنتائج موضحة في الشكل الاتي:



الشكل (6) تغيّر قيمة النشاط الإشعاعي مع تغيّر غاز الديتيريوم

6- الاستنتاجات:

نلاحظ أن زيادة ضغط غاز الديتيريوم أدى إلى زيادة زمن تحرك قبضة البلازما محورياً وقطرياً وبالتالي تناقص سرعة البلازما محورياً من $17.6 \times 10^4 m/s$ عند الضغط $1 Torr$ حتى $7.1 \times 10^4 m/s$ عند أعلى قيمة للضغط ($19 Torr$)، كما أدى إلى تناقص سرعة تحرك البلازما على قمة المصعد قطرياً من $45.7 \times 10^4 m/s$ إلى $15.7 \times 10^4 m/s$ وبالتالي انخفاض قيمة الطاقة الواصلة من بنك المكثفات إلى قبضة البلازما وبالنتيجة انخفاض قيمة التحريض داخل قبضة البلازما والكمون المتولد

ضمنها وبالتالي عدد الأيونات المقذوفة من قبضة البلازما وفق العلاقات (12)، (11)، (13) ولذلك تتخفض قيمة النشاط الإشعاعي للنظير N^{13} كما هو موضح في الشكل (6) من $7.1 \times 10^5 Bq$ إلى $3.97 \times 10^5 Bq$.

إذا أدى تخفيض ضغط الغاز إلى زيادة قيمة النشاط الإشعاعي للنظير N^{13} ولكن حتى يصبح من الممكن استخدامه طبيياً في تقنية التصوير المقطعي بالإصدار البوزيتروني (PET) يجب أن تكون قيمة النشاط الإشعاعي ضمن المجال $(- 370 \times 10^6 Bq)$ وبالتالي يجب البحث في طرق إضافية من أجل زيادة قيمة النشاط الإشعاعي بالإضافة إلى الضغط المنخفض لغاز الديتيريوم مثل زيادة معدل تشغيل الجهاز أي تعرّض الهدف لعدد من الطلقات المتتالية (أي زيادة مردود التفاعل) أو من خلال زيادة طاقة تشغيل الجهاز.

المراجع المستخدمة

1. Yang L, Scott PJ, Shao X. [11C] Carbon Dioxide: Starting Point for Labeling PET Radiopharmaceuticals. In Carbon Dioxide Chemistry, Capture and Oil Recovery 2017 Dec 20. IntechOpen.
2. von Schulthess GK, Steinert HC, Hany TF. **Integrated PET/CT: current applications and future directions.** Radiology. 2006 Feb;238(2):405-22.
3. Saed M, Roshan MV, Banoushi A, Habibi M. **The investigation capability of plasma focus device for ^{13}N radioisotope production by means of deuteron experimental spectrum.** Journal of Modern Physics. 2016 Aug 2;7(12):1512-8.
4. Mohamed AE. **A dense plasma focus device as a pulsed neutron source for material identification.** Kansas State University; 2015.
5. Mather JW, Bottoms PJ. **Characteristics of the dense plasma focus discharge. The physics of fluids.** 1968 Mar;11(3):611-8.
6. Lee S. **Plasma focus radiative model: Review of the Lee model code.** Journal of Fusion Energy. 2014 Aug;33(4):319-35.
7. Sumini M, Mostacci D, Rocchi F, Frignani M, Tartari A, Angeli E, Galaverni D, Coli U, Ascione B, Cucchi G. **Preliminary design of a 150 kJ repetitive plasma focus for the production of ^{18}F .** Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. 2006 Jun 23;562(2):1068-71.

8. Shirani B, Abbasi F. **Prospects for ^{13}N production in a small plasma focus device.** Journal of Fusion Energy. 2013 Apr;32(2):235-41.
9. Akel M, Alsheikh Salo S, Ismael S, Saw SH, Lee S. **Interaction of the high energy deuterons with the graphite target in the plasma focus devices based on Lee model.** Physics of plasmas. 2014 Jul 15;21(7):072507.
10. Sadeghi H, Amrollahi R, Fazelpour S, Omrani M. **Simulation of dense plasma focus devices to produce N-13 efficiently.** Laser and Particle Beams. 2019 Jun;37(2):209-16.
11. P. Lee, X. Feng, G.X. Zhang, M.H. Liu, S. Lee, **Lithography using a compact plasma focus electron source.** Proc. SPIE **3183**, 169 (1997b). <https://doi.org/10.1117/12.280538>
12. V.A. Gribkov, A. Srivastava, P.L.C. Keat, V. Kudryashov, S. Lee, **Operation of NX2 dense plasma focus device with argon filling as a possible radiation source for micro-machining.** IEEE Trans. Plasma Sci. **30**, 1331 (2002). <https://doi.org/10.1109/TPS.2002.802156>
13. C.R. Kant, M.F. Srivastava, R.S. Rawat, **Dense plasma focus energetic ions based fullerene films on a Si(III) substrate.** Phys. Lett. A. **239**, 109 (1998). <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0375960197009535?via%3Dihub>
14. G.X. Zhang, J. Lin, A. Patran, D. Wong, S.M. Hassan, S. Mahmood, T. White, T.L. Tan, S.V. Springham, S. Lee, P. Lee, R.S. Rawat, **Optimization of a plasma focus device as an electron beam source for thin film deposition.** Plasma

Sources Sci. Technol. **16**, 250 (2007). <https://doi.org/10.1088/0963-0252/16/2/006>

15. J.M. Koh, R.S. Rawat, A. Patran, T. Zhang, D. Wong, S.V. Springham, T.L. Tan, S. Lee, P. Lee, **Optimization of the high pressure operation regime for enhanced neutron yield in a plasma focus device.** Plasma Sources Sci. Technol. **14**, 12 (2005). <https://doi.org/10.1088/0963-0252/14/1/002>

16. M.V. Roshan, P. Lee, Z. Pan, R. Verma, R.S. Rawat, S.V. Springham, **Correlation analysis of intense and high-energy deuteron beam, pinch images, and neutron yield.** IEEE Trans. Plasma Sci. **38**, 2434 (2010). <https://doi.org/10.1109/TPS.2010.2056940>

17. R.S. Rawat, V. Aggarwal, M. Hassan, P. Lee, S.V. Springham, T.L. Tan, S. Lee, **Nano-phase titanium dioxide thin film deposited by repetitive plasma focus: ion irradiation and annealing based phase transformation and agglomeration.** Appl. Surf. Sci. **255**, 2932 (2008). <https://doi.org/10.1016/j.apsusc.2008.08.055>

18. Lee S, Saw SH. **Plasma focus ion beam fluence and flux—Scaling with stored energy.** Physics of Plasmas. 2012 Nov 12;19(11):112703.

19. L. Soto, Plasma Phys. Contr. Fusion 47, A352–A381 (2005).

20. P. Carlqvist, Solar Phys. 7, 377–392 (1969)

21. www.srim.org for the stopping and range of ions in matter

22. <https://www-nds.iaea.org/exfor/exfor.htm>

تحضير البلاستيك الحيوي من (CMC) المحضر من السليلوز المستخلص ودراسة خواصه

د. حسن وسوف * عبدالله النونه **

□ الملخص □

يدرك العالم بشكل كبير أن المواد الخام الأحفورية محدودة الموارد، واللدائن التجارية التي تُستخدم في الوقت الحاضر هي عبارة عن بوليمرات تعتمد على البترول في صناعتها وتستغرق سنوات لتتحلل، حيث يتسبب هذا المنتج في الإضرار بالنظام البيئي للطبيعة. لذا يهتم الباحثون لإيجاد الحلول لهذه المشكلة عن طريق تصنيع بلاستيك حيوي قابل للتحلل ولا يعتمد على الموارد الأحفورية. استخلص السليلوز من قش القمح السوري وفق طريقة كيميائية فيزيائية أعطت مردوداً قدره 29.48%. امتاز لون السليلوز بالبياض الناصع. كما أُستخدم في هذه الدراسة كل من كحول البولي فينيل (PVA) كمادة رابطة، والجلسرين كملدن، وزيت الحبة السوداء كمضاد لنمو البكتريا، وكربوكسي ميثيل السليلوز (CMC) المحضر من السليلوز المستخلص من قش القمح السوري، كمواد لإنتاج البلاستيك الحيوي. تم إجراء تركيبات مختلفة للبلاستيك الحيوي المحضر، وإخضاع المنتجات لاختبارات مثل: اختبار التحلل البيولوجي، اختبار إجهاد الشد. يمكن ملاحظة أن قوة الشد للأفلام البلاستيكية الحيوية المحضرة من الصيغة 0.1-CMC إلى 0.5-CMC تتراوح بين 2.8Mpa إلى 6.3Mpa. أظهرت تركيبة 0.5g من كربوكسي ميثيل السليلوز أفضل نتيجة في إجهاد الشد تصل إلى 6.3N/mm². وباستطالة حتى 95.6% مما يشير إلى أنها تتمتع بأكبر قدر من مقاومة الشد مع تحلل حيوي تام في غضون طمره في التربة لمدة 28 يوم.

كلمات مفتاحية: السليلوز، كربوكسي ميثيل السليلوز، استخلاص السليلوز، البلاستيك الحيوي، التحلل البيولوجي.

* أستاذ مساعد- اختصاص كيمياء عضوية- قسم الكيمياء - كلية العلوم - جامعة تشرين.

Email: Hasanwasouf@yahoo.com49

** طالب دراسات عليا (ماجستير) - اختصاص كيمياء تطبيقية - قسم الكيمياء - كلية العلوم -

جامعة تشرين. Email: abdalnona@Gmail.com.

Preparation Of Bioplastics From (CMC) Prepared From Extracted Cellulose And Study Of Its Properties

Dr: Hassan wasuf *

Abdullah Al-Nonah **

Abstract

The world is well aware that fossil raw materials are resource-limited, and the commercial plastics used today are petroleum-based polymers that take years to decompose, which cause damage to nature's ecosystem. Researchers are therefore interested in finding solutions to this problem by making bioplastics that are biodegradable and not dependent on fossil resources. Cellulose was extracted from Syrian wheat straw according to a chemical-physical method that gave a yield of 29.48%. The color of the cellulose was distinguished by its bright whiteness. Polyvinyl alcohol (PVA) as a binder, glycerol as a plasticizer, black seed oil as an anti-bacterial growth, and carboxymethyl cellulose (CMC) prepared from cellulose extracted from Syrian wheat straw, were also used in this study as materials to produce bioplastics. Various Composition & bioplastics were made, and the products were tested by two methods: biodegradation test and tensile stress test. It can be seen that the tensile strength of bioplastic films prepared from formula CMC-0.1 to CMC-0.5 ranges from 2.8Mpa to 6.3Mpa. The formulation of 0.5 grams of carboxymethyl cellulose showed the best result in tensile strength up to 6.3 N/mm². and elongation up to 95.6% which indicate that it has the greatest tensile strength with complete biodegradation within 28 days after being immersed in the soil.

Key words: Cellulose, Carboxymethyl Cellulose, Cellulose Extraction , Bio Plastic, Biodegradation.

* Assistant Professor - Specialization in Organic Chemistry -
Department of Chemistry - Faculty of Science - Tishreen University.
Email: Hasanwasouf@yahoo.com49

** Postgraduate Student (Master) - Specialization in Applied
Chemistry - Department of Chemistry - Faculty of Science - Tishreen
University. **Email:** abdalnona@gmail.com

1- المقدمة:

تعتبر المواد البلاستيكية حالياً مواد مهمة جداً نظراً لخصائصها الاستثنائية وأداءها الكبير [1]. على مر السنين وحتى الوقت الراهن كان للإفراط في استخدام البلاستيك تأثير كبير على البيئة، حيث يستخدم البلاستيك لصنع مجموعة واسعة من المنتجات في مختلف مجالات التطبيق لما لها من خصائص متعددة الاستخدامات. زاد إنتاج البلاستيك بشكل كبير على مدى 70 سنة الماضية من حوالي 0.5 مليون طن في عام 1950 إلى أكثر من 365 مليون طن في عام 2016 في جميع أنحاء العالم [2-3]. هذه المواد البلاستيكية المحضرة من موارد غير متجددة مثل البترول والفحم والغاز الطبيعي تأخذ عقود لتتحلل في الطبيعة مما يسبب مشاكل بيئية خطيرة ل المياه العذبة و البيئة الطبيعية البرية والبحرية. كان لابد من تطوير مواد جديدة قابلة للتحلل الحيوي و صديقة للبيئة كبديل عن المواد البلاستيكية التقليدية [4].

على ضوء هذه التحديات ونظراً للاستخدام الواسع والكبير لهذه المادة وانتقالها السريع للأوساط البيئية محدثة أضراراً خطيرة، برزت الحاجة إلى الاعتماد على الموارد المتجددة، فهي المخزون من المواد الطبيعية القابلة للتجدد في فترة قصيرة، بهدف الحد من التلوث [5]. ومن أجل تقليل مساهمة المنتجات البوليمرية غير القابلة للتحلل على المستوى العالمي، تم تشجيع استخدام المواد الخضراء كبديل للبوليمير التقليدي ، ناتجة عن بقايا المحاصيل الزراعية مثل قش الحبوب بمليارات الأطنان سنويا حول العالم حيث يتمثل بمورد مستدام للكثلة الحيوية Lignocellulosic وهو وفير وغير مكلف

[6]. تتكون المخلفات الزراعية من الليجنوسليلوز Lignocellulos (السليولوز ، الهيميسليلوز) واللجنين، والمكونات الأخرى (البروتينات والدهون والمواد غير العضوية) موجودة معاً في بنية معقدة لها خصائص قابلة للتحلل وقابلة للتجديد [7-8]. تعتبر بعض المخلفات (مثل مخلفات الطعام ، والمخلفات الزراعية ، ومخلفات الخضروات) ،

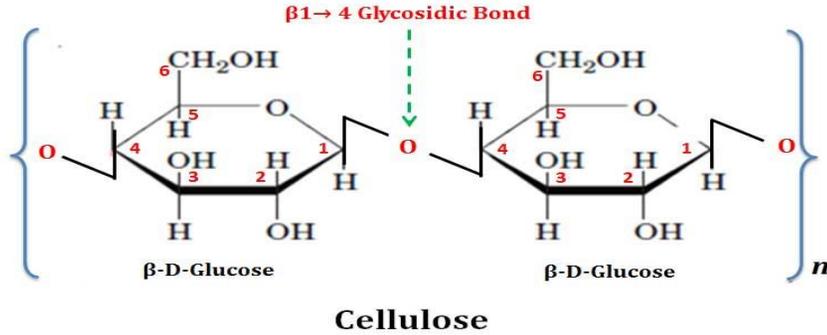
والمواد الأولية المتجددة (مثل الكتلة الحيوية) بمثابة المصادر الرئيسية للبلاستيك الحيوي. نتيجة لذلك ، سيكون هناك لا تلوث بيئي ، ولا خسارة في الوقود الأحفوري ، وفي النهاية لا ضرر للبشرية. لما له من استخدامات في التعبئة والتغليف والأنابيب والقطاع الزراعي ، صناعات النسيج ، والغرسات الطبية ، و صناعة الأكياس ، إلخ أدى الاهتمام المتزايد تجاه المشكلات البيئية الناجمة عن المنتجات القائمة على النفط إلى إلهام تطوير مواد "خضراء" . والمبادئ التوجيهية لإنتاج هذه المواد هي الاستدامة، والإيكولوجيا الصناعية، والكفاءة الإيكولوجية، [9-10]. كانت هناك جهود كثيرة تم إجراؤها لحل المشكلة عن طريق تطوير مواد بلاستيكية حيوية يسهل تحللها، إلى CO_2 و CH_4 و H_2O بفعل الظروف البيئية المناسبة مثل الموقع ودرجة الحرارة والرطوبة والأكسجين [11] ومن خلال التأثير الأنزيمي للكائنات الحية الدقيقة [12].



شكل (1) صورة توضح عملية التحلل البيولوجي للبلاستيك الحيوي

يعد السليلوز من السكريات المتعددة المتجانسة الأوسع انتشاراً في الطبيعة، لا يصادف بشكل نقي في الطبيعة بل مع مكونات أخرى: مثل الهيميسيللوز، والبكتين، والليغنين مشكلاً معها البنية الأساسية للجدر الخلوية في النباتات فيكسبها الشكل والقساوة [13]. البوليمرات الطبيعية والسليلوز ومشتقات السليلوز معترف بها عموماً على أنها مواد غير

آمنة، غير مسرطنة، متوافقة حيويًا، ولا تضر بأي شكل في البيئة البيولوجية، لذلك كان له استخدامات واسعة في المجالات الطبية والصيدلانية [14].



شكل (2) بنية السليلوز نصف منشورة

انطلاقاً من الحفاظ على البيئة تم اعتبار قش القمح في هذه الدراسة مكون محتمل للبلستيك القابل للتحلل الحيوي.



شكل (3) قش القمح

2- أهمية البحث وأهدافه:

تكمن أهمية البحث في الاستفادة من المخلفات النباتية والاعتماد عليها كمصدر مستدام في إنتاج بلاستيك حيوي قابل للتحلل صديق للبيئة ليكون بديلاً عن البلاستيك الصناعي

وبالتالي يكون آمن للأنظمة البيئية، وتحقيق مبدأ الاستدامة من خلال تصنيع هذا المنتج حيث يعتمد على مصدر مستدام متاح بشكل شبه مجاني.

3- مواد وطرائق البحث:

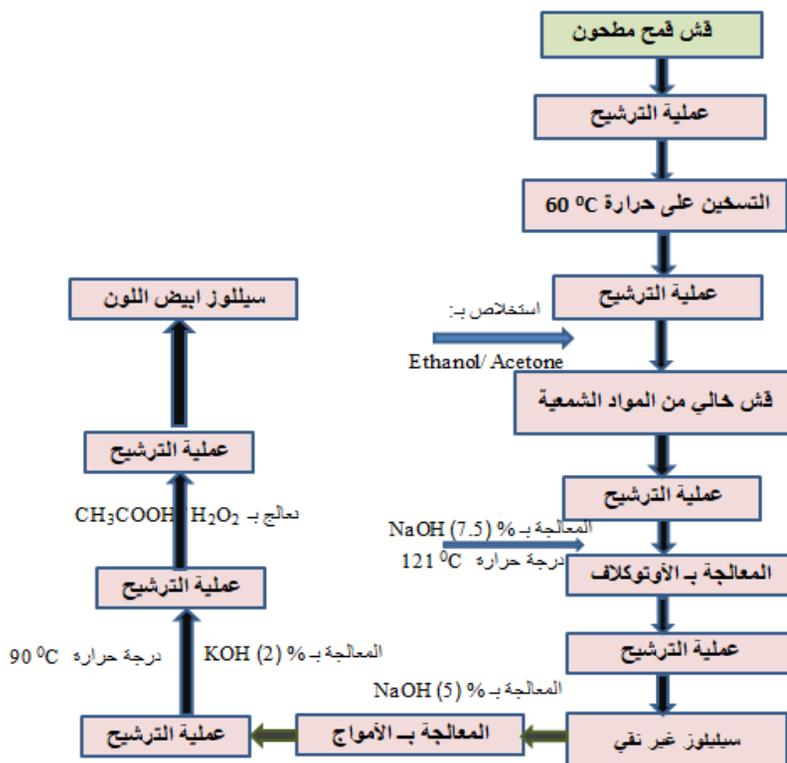
3-1 الأجهزة والأدوات المستخدمة:

1. ميزان الكتروني حساس Sartorius (طرز-ED224S)، 2. جهاز مطيافية الاشعة تحت الحمراء من نوع FT/IR-4200(Fourier Transform Infrared Spectrometer)(JAS.CO)، 3. سخان كهربائي مزود بمحرك مغناطيسي من نوع(Nuova Stripate) ، 4. ميزان حرارة زئبقي.
5. فرن تجفيف كهربائي طراز ED115 من انتاج شركة(BINDER)، 6.جهاز قياس درجة الحموضة (PH-meter)- اسم الشركة المصنعة Sartorius -الطرز -pb- 11، 7. Autoclave الطراز رقم-547913 صنع في اسبانيا ، 8 . جهاز الأمواج فوق الصوتية، 9. جهاز الاختبارات العامة من انتاج شركة S.A.E.IBERTEST طراز IBMU4-1000، 10. أدوات زجاجية مخبرية (إسطوانة مدرجة ، بياشر زجاجية ، مكثف حلزوني ، زجاجيات..... الخ).

3-2 المواد الكيميائية المستخدمة:

الأسيتون Acetone، الكحول الايتيلي Ethanol ، ماء مقطر Distilled Water ، حمض الخل AceticAcid ، الماء الاكسجيني Water peroxide ، هيدروكسيد الصوديومSodium Hydroxide، هيدروكسيد البوتاسيوم Potassium Hydroxide، ايزوبروبانول Isopropanol ، نشاء الذرة Corn Starch ، السليلوز المستخلص Extracted Cellulose، زيت الحبة السوداءBlack Seed Oil ، كحول البولي فينيل(PVA) Polyvinyl Alcohol، أحادي كلورو أسيتات الصوديوم (SMCA)، كربوكسي ميثيل السليلوز (CMC) ، الغليسيرين Glycerine.

3-3 استخلاص السليلوز : تمت عملية استخلاص السليلوز من قش القمح وفق طريقة كيميائية فيزيائية:أخذت المادة الأولية (قش القمح) بهيئتها الطبيعية الجافة وبعد تنظيفها بالغسل بالماء المقطر جيداً تم تجفيفها في درجة حرارة الغرفة لمدة (10) أيام وبعد ذلك تم طحنها وحفظت في مكان مناسب ريثما يحين استخدامها لاحقاً، [17,16,15].



شكل (4) يوضح مراحل استخلاص السليلوز باستخدام الطريقة الكيميائية الفيزيائية تمت عملية الاستخلاص وفق الآتي: تم طحن القش وغسله جيداً بالماء المقطر لإزالة الشوائب وبعدها يسخن لمدة ساعة على حرارة 60°C ويرشح ويغسل جيداً بالماء المقطر ثم يجفف.

3-3-1 إزالة المواد الشمعية:

- تم إزالة المواد الشمعية بواسطة التقطير المرتد باستعمال "ايتانول -اسيتون" لمدة 5h .
1. يحضر في بيشر 100ml من الأسيتون و 100ml من الايتانول .
 2. يوضع 10g من المادة الأولية (القش) في دورق دائري ويضاف اليها المزيج (أسيتون-ايتانول) المحضر .
 3. يسخن المزيج عند درجة حرارة 70°C باستخدام التقطير المرتد لمدة 5h مع التحريك المستمر .
 4. ثم يتم الترشيح وفصل المادة الصلبة وإجراء عملية الغسل بالماء المقطر لمرات عديدة.



شكل (5) صورة للعينة عند المعالجة و بعد الترشيح

3-3-2 إزالة اللجنين و الهيميسليلوز:

- يوضع القش المعالج في دورق سعة 500ml ونضيف اليه 300ml من NaOH بتركيز (7.5%) و ثم يوضع المزيج عند درجة حرارة 121°C وضغط 2بار في جهاز الأوتوكلاف لمدة (3h). يليها الترشيح والغسل باستعمال الماء المقطر .



شكل (6) صورة للعينة عند المعالجة بـ NaOH في الأوتوكلاف وبعد الترشيح

3-3-3 تعزيز ازالة اللجنين والهيميسيللوز:

يوضع القش المعالج في دورق سعة 500ml ونضيف اليه 300ml من NaOH بتركيز (5%) وثم يوضع المزيج عند درجة حرارة 30°C ولمدة ساعة في جهاز الأمواج فوق الصوتية يليها الترشيح والغسل باستعمال الماء المقطر.



شكل (7) صورة للعينة عند المعالجة بـ NaOH في جهاز الأمواج فوق الصوتية

3-3-4 لإزالة الهيميسيللوز المتبقي :

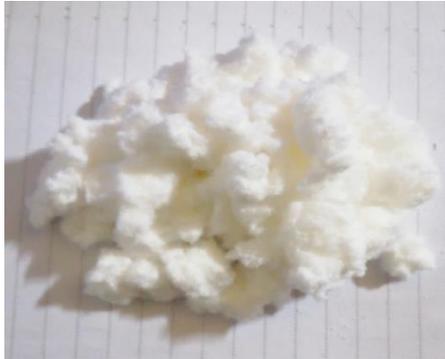
تعالج العينة بـ KOH 2% عند حرارة 90°C لمدة ساعة ونصف مع التحريك المستمر. تليها عملية الترشيح والغسل بالماء المقطر حتى الحصول على $\text{pH}=7$.



شكل (8) صورة لمعالجة القش باستخدام هيدروكسيد البوتاسيوم (KOH)

3-3-5 عملية التبييض:

- ✓ توضع العينة المعالجة في دورق سعة 250ml.
- ✓ يضاف الى العينة 100ml من الماء الأوكسوجيني و 50ml حمض الخل بنسبة (2/1)V/V .
- ✓ يتم تسخين المزيج عند درجة الحرارة 90°C لمدة 2h مع التحريك المستمر .
- ✓ يتم الغسل بالماء المقطر والترشيح عدة مرات لإزالة الماء الأوكسجيني وحمض الخل تماما من العينة للحصول على سليلوز أبيض اللون، ثم التجفيف في فرن على حرارة $80-90^{\circ}\text{C}$ درجة حتى ثبات الوزن كان وزن السليلوز الناتج (2.948g).

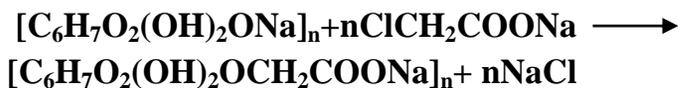


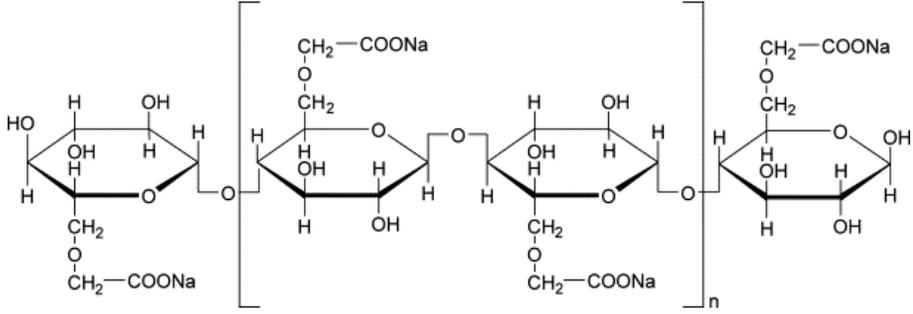
شكل (9) صورة السليلوز بعد التبييض والتجفيف

3-4 تحضير كربوكسي ميثيل السليلوز (CMC):

تمت عملية تحضير كربوكسي ميثيل السليلوز على مرحلتين اولاً تمت عملية القلونة للسليلوز باستخدام هيدروكسيد الصوديوم ثم ثانياً تمت عملية المتيلة باضافة أحادي كلورو أسيتات الصوديوم.

تم إجراء تفاعل القلونة عند 50 درجة مئوية ولمدة ساعة، بإضافة محلول هيدروكسيد الصوديوم بتركيز 30% إلى 1.5g من السليلوز النقي المستخلص من قش القمح السوري في المرحلة السابقة مع التحريك من فترة لأخرى ثم تم فصله وعصره ووضع في 100 ml من الإيثانول مع 50 ml من الايزوبروبانول مع التحريك المستمر لمدة ساعة . بعد ذلك ، تم إضافة أحادي كلورو أسيتات الصوديوم (SMCA) قطرة تلو قطرة لمدة 30 دقيقة مع التحريك المستمر ، واستمرت هذه المرحلة لمدة 3h عند 70 درجة مئوية. تم بعد ذلك ترشيحها وتعليقها في 150 ml من الميثانول. ثم تمت معادلة الوسط باستخدام حمض الخل الثلجي. تمت تنقية CMC بالغسل بالايثانول 70% أربع مرات ثم بالايثانول المطلق لإزالة المنتجات الثانوية غير المرغوب فيها. وأخيراً، تم ترشيح العينة وتجفيفها في الفرن عند درجة حرارة 60 درجة مئوية حتى ثبات الوزن [18].





شكل (10) البنية الكيميائية نصف المنشورة لكاربوكسي ميثيل السليلوز (CMC)



شكل (11) يوضح تحضير كاربوكسي ميثيل السليلوز (CMC)

3-5 تحضير البلاستيك الحيوي (CMC+نشاء+ مادة رابطة): يحضر البلاستيك القابل للتحلل الحيوي بالاعتماد على عدة مواد وينسب مختلفاً من كاربوكسي ميثيل السليلوز (CMC) هي (0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5)g هذه الطريقة قليلة التكلفة يمكن تلخيصها على النحو الآتي:

(1) يضاف 3g من نشاء الذرة لـ 60 ml ماء مقطر مع التسخين بالدرجة 60°C لمدة نصف ساعة مع التحريك المستمر.

(2) يضاف 0.1 g ببطء من (CMC) المحضر من السليلوز مع التحريك المستمر.

(3) تليها إضافة 0.5g كحول البولي فينيل المذاب بـ 10ml ماء مقطر.

(4) ثم يضاف 0.5ml زيت الحبة السوداء و 4 ml غليسيرين.

(5) بعدها يتم تقليب الخليط باستمرار على حرارة $110-130^{\circ}\text{C}$ حتى الحصول

على قوام لزج ويصب في قوالب خشبية مبطنه بقصدير ويترك ليحفظ. تم تحضير 5

عينات من البلاستيك الحيوي بنسب مختلفة من CMC حسب الجدول (1).

الجدول (1) تركيبات البلاستيك الحيوي (CMC + نشاء + كحول البولي فينيل).

الماء المقطر (ml)	الغليسيرين (ml)	زيت الحبة السوداء (ml)	كحول البولي فينيل (g)	كمية النشاء (g)	كمية CMC (g)	صيغ البلاستيك الحيوي
60ml	4ml	0.5ml	0.5g	3g	0.1g	CMC-0.1
60ml	4ml	0.5ml	0.5g	3g	0.2g	CMC-0.2
60ml	4ml	0.5ml	0.5g	3g	0.3g	CMC-0.3
60ml	4ml	0.5ml	0.5g	3g	0.4g	CMC-0.4
60ml	4ml	0.5ml	0.5g	3g	0.5g	CMC-0.5



شكل (12) صورة للبلاستيك الحيوي المنتج

3-6 توصيف ألياف السيللوز المستخلص باستخدام طيف الأشعة تحت

الحمراء (FTIR): تم تأكيد بنية السيللوز باستخدام مطيافية الأشعة تحت الحمراء.

7-3 الاختبارات على الأفلام المحضرة.

7-3-1. اختبار التحلل البيولوجي:

تم ترميز المنتجات المحضرة بنسب مختلفة من كربوكسي ميثيل السليلوز (أفلام البلاستيك الحيوي) وفق الآتي:

(CMC-0.1, CMC-0.2, CMC-0.3, CMC-0.4, CMC-0.5)

تم تقطيع عينات الأفلام المحضرة المختلفة لثلاث مكررات من كل فلم الى 2×2 cm طول وعرض وبسماكة حوالي 2mm وطمرت في التربة على عمق 10cm، وتم وضع علامة على موقع كل عينة مطمورة. وتم تتبع التحلل بعد أسبوعين من طمرها تم كشفها وتصنيفها وفق ما يلي: غير متحللة ، متحللة جزئياً ، متحللة تماماً.



شكل (13) صورة توضح عملية دفن البلاستيك الحيوي المحضر

7-3-2. اختبارات ميكانيكية: جهاز الاختبارات الميكانيكية (الشكل 14)

يستخدم هذا الجهاز لإجراء اختبارات ميكانيكية مثل اختبار الشد والضغط والانعطاف، يتكون من فكين أحدهما ثابت والآخر متحرك.



شكل (14) جهاز الاختبارات الميكانيكية

تمت دراسة الخواص الميكانيكية للبلاستيك الحيوي المحضر من خلال اختبار الشد (Tensile test)، وهو اخضاع عينة من المادة ذات أبعاد معينة الى حمولة شد أحادية المحور ثم ملاحظة سلوك المادة حتى الانهيار [19,20]. تم تقطيع عينات البلاستيك الحيوي المحضر الى 50mm للطول و 10mm للعرض وبسماكة 1mm.

3-7-2-1. إجهاد الشد (Tensile stress):

$$\sigma = F/b_0 \times t_0 \dots \dots \dots (1)$$

حيث أن:

σ : إجهاد الشد: $F, N/mm^2$: قوة الشد عند الكسر (N)، b_0 : عرض العينة (mm)،

t_0 : سماكة العينة (mm).

3-7-2-2. الاستطالة (Elongation):

$$\varepsilon = \Delta L/L_0 \times 100 \dots \dots \dots (2)$$

حيث أن:

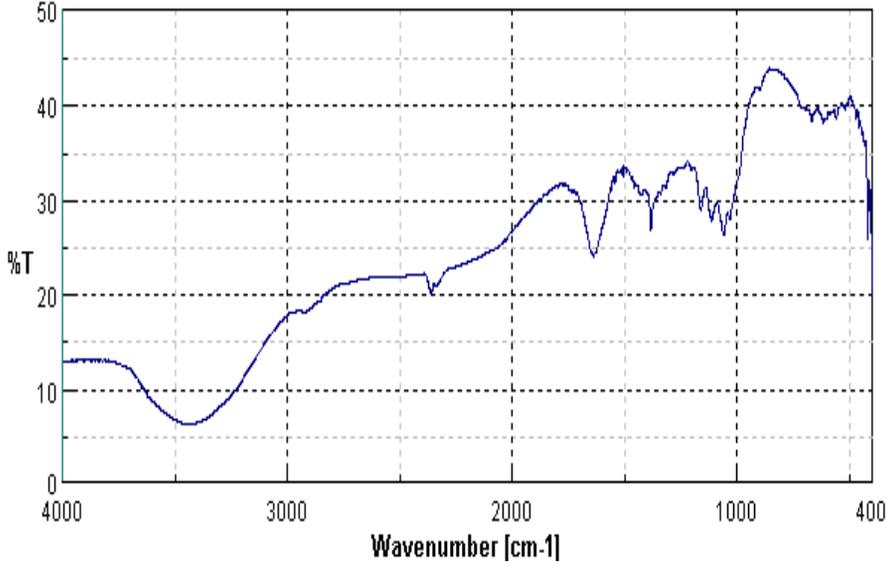
ε : الاستطالة، ΔL : الاستطالة عند الكسر (mm)، L_0 : طول العينة الأولي

(mm).

4- النتائج والمناقشة:

4-1. توصيف ألياف السليلوز المستخلص: تم تأكيد بنية السليلوز باستخدام مطيافية

الأشعة تحت الحمراء FTIR .



شكل (15) طيف الأشعة تحت الحمراء للسليلوز المستخلص بالطريقة الكيميائية الفيزيائية

يظهر الشكل (15) منطقتي امتصاص رئيسيتين هما المنطقة بين $(3600 \text{ cm}^{-1} - 2900 \text{ cm}^{-1})$ والمنطقة الأقل امتصاص $(1700 - 800 \text{ cm}^{-1})$. يعزى الامتصاص القوي الواسع النطاق بين $(3500 - 3400 \text{ cm}^{-1})$ إلى اهتزاز مجموعة OH للسليلوز في حين يعزى الامتصاص عند حوالي 2900 cm^{-1} إلى اهتزاز C-H لمجموعات الميثيلين في السليلوز. يعود الامتصاص عند حوالي 900 cm^{-1} إلى تمدد إهتزازات C-H رابطة غليكوزيد في السليلوز. تعزى العصابات في المنطقة $(1250 - 1030 \text{ cm}^{-1})$ إلى اهتزاز C-H , C - O - C للسليلوز. اظهر طيف السليلوز أنه تم اختفاء العصابات المميزة ل الهميسليلوز واللجنين حيث يشير الطيف إلى بنية السليلوز. يمكن رؤية تشابه

التركيب الكيميائي من نتيجة FTIR للعينة المستحصل عليها من خلال مقارنتها مع الطيف الموجودة في المراجع الآتية [21-25].

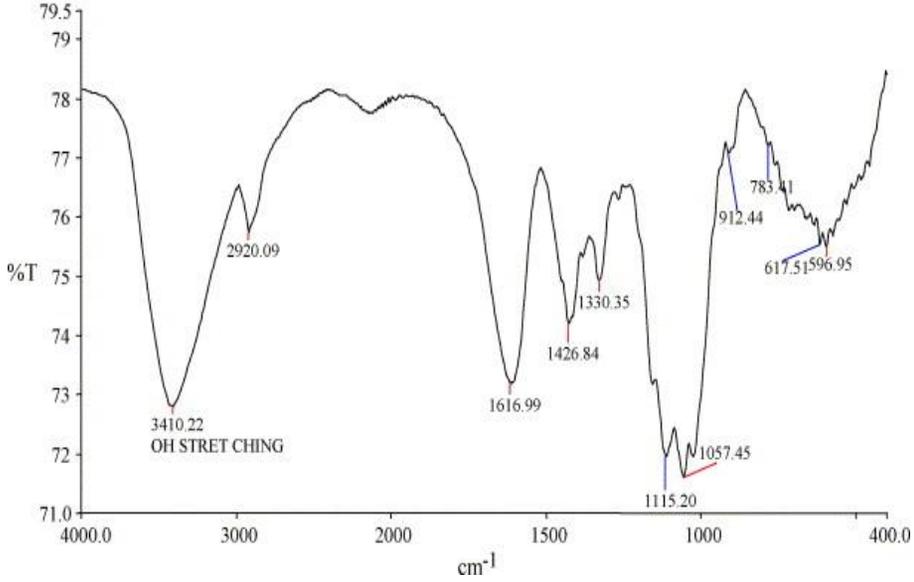
4-2. توصيف كربوكسي ميثيل السليلوز (CMC) المحضر من ألياف السليلوز المستخلصة: تم تحضير مادة كربوكسي ميثيل السليلوز وإجراء تحليل طيفي لها باستعمال الأشعة تحت الحمراء الشكل (16) ومقارنته بطيف معلوم لها فكان الناتج متطابق لدرجة كبيرة.



شكل (16) طيف الأشعة تحت الحمراء لكربوكسي ميثيل السليلوز (CMC) المحضر

يبين طيف FT-IR الناتج بوضوح انه كربوكسي ميثيل السليلوز (CMC) بمقارنته بطيف نفس المادة مقدم في المرجع [26].

FT-IR Spectroscopy



الشكل (17) طيف الاشعة تحت الحمراء لكربوكسي ميثيل السليلوز المقدم في المرجع [26]

يظهر الشكل (16) أن عصابة الامتصاص العريضة عند 3430 cm^{-1} تعود إلى اهتزاز مجموعة OH للسليلوز. تعزى عصابة الامتصاص عند 2920 cm^{-1} إلى اهتزاز التمديد CH على السليلوز. تؤكد عصابة الامتصاص عند 1620 cm^{-1} للرابطة C=O في CMC، إن القمة عند 1423 cm^{-1} تعود لمجموعات الميثيل على كربوكسي ميثيل السليلوز، تعزى الامتصاصات 1329 cm^{-1} و 1110 cm^{-1} لاهتزاز الانحناء OH و C-O-C على التوالي. تعود عصابة الامتصاص عند 900 cm^{-1} لمجموعة الغليكوزيد للسليلوز 1-4 [27].

3-4. اختبار التحلل البيولوجي:

يظهر الجدول (2) نتيجة التحلل البيولوجي لتركيبات البلاستيك الحيوي المختلفة.

الجدول (2) نتائج اختبار التحلل البيولوجي للصيغ المختلفة

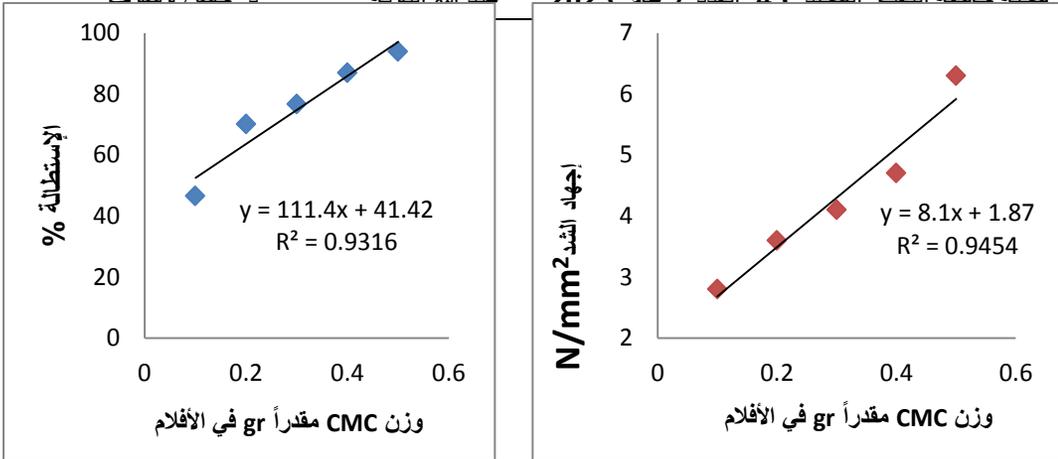
بعد 28 يوم	بعد 21 يوم	نتيجة التحلل الحيوي بعد 14 يوم	صيغ البلاستيك الحيوي المحضرة
-	-	متحللة تماماً	CMC-0.1
-	-	متحللة تماماً	CMC-0.2
-	-	متحللة تماماً	CMC-0.3
متحللة تماماً	متحللة مع بقاء أثر	متحللة جزئياً	CMC-0.4
متحللة تماماً	متحللة جزئياً	متحللة جزئياً	CMC-0.5

وجد من خلال الكشف عن العينات في غضون 14 يوماً وفق الجدول (2) تحلل المركبات (CMC-0.1, CMC-0.2, CMC-0.3) بشكل تام في مدة أقصاها 14 يوم في حين تحللت المركبات (CMC-0.4, CMC-0.5) في مدة لا تتجاوز 28 يوماً، يعزى التحلل الكامل للمركبات (CMC-0.1, CMC-0.2, CMC-0.3) في الأسبوعين إلى نسبة CMC القليلة بالنسبة إلى النشاء لأن النشاء له خاصية التحلل بسهولة [28]. هذا البلاستيك الحيوي تم اعتباره قابلاً للتحلل البيولوجي بنسبة 100% لأنه لا يمكن استرداد العينة للوزن نظراً لأن الأفلام ذات ميوعة عالية. أي ان الصيغ من CMC-0.1 إلى الصيغة CMC-0.5 تتحلل جميعها بشكل طبيعي في غضون مدة أقصاها 28 يوماً من بداية طمرها، يمكن أيضاً دعم ذلك من خلال دراسة أخرى أجريت أن وجود كحول البولي فينيل (PVA) يساعد في التحلل [29]. يعود السبب في مدة التحلل القصيرة في دراستنا إلى وجود مجموعة COO في CMC التي تكون قد أنشأت مواقع قابلة للتحلل البيولوجي بشكل أكبر من الدراسات التي أجريت على عدة أفلام من البلاستيك الحيوي.

4-4 اختبار إجهاد الشد : تم إجراء اختبار ميكانيكي لقياس قوة الشد والاستطالة لعينات البلاستيك الحيوي. تم تقطيع عينات البلاستيك الحيوي الى ثلاث عينات مكررة لكل مركب إلى 50mm للطول و 10mm للعرض وبسماكة 1mm .

الجدول (3) يبين الاستطالة وإجهاد الشد لفلم (CMC + نشاء + كحول البولي فينيل)

الاستطالة $\Delta L/L_0 * 100$	إجهاد الشد N/mm^2	إنفعال الشد $\Delta L/L_0$	عينات مكررة	صيغ فلم البلاستيك المحضر
47.2	2.8	0.472	1	CMC-0.1
45.6	2.7	0.456	2	
47.1	2.8	0.471	3	
71	3.6	0.71	1	CMC-0.2
71	3.6	0.71	2	
68.4	3.4	0.684	3	
77.4	4.2	0.774	1	CMC-0.3
75.8	4.1	0.758	2	
77.1	4	0.771	3	
86.2	4.7	0.862	1	CMC-0.4
86.2	4.7	0.862	2	
88.4	4.9	0.884	3	
95.6	6.3	0.956	1	CMC-0.5
90.6	6.1	0.906	2	
95.6	6.3	0.956	3	



شكل (18) تأثير وزن CMC على إجهاد الشد والاستطالة لصيغ فلم (نشاء+ CMC + كحول بولي فينيل)

يبين الشكل (18) أن مقاومة الشد تزداد كلما ارتفعت نسبة CMC في العينة ، يعود ذلك لأنه أكبر مقاومة من النشاء. يمكن ملاحظة أن قوة الشد للمركبات المحضرة من CMC-0.1 إلى CMC-0.5 تتراوح من 2.8MPa إلى 6.3MPa. بناء على نتائج قياس قوة الشد هذا يعطي تأثير إضافة CMC المحضر من السليلوز المستخلص من قش القمح ، حيث أنه كلما زاد تركيز CMC ، كلما زادت قوة الشد للبلاستيك الحيوي المنتج. يعود هذا إلى الروابط الهيدروجينية الموجودة في اللدائن الحيوية بحيث الروابط بين السلاسل ستكون أقوى وأصعب في الانهيار لأنها تتطلب طاقة أكبر لكسر الرابطة [30].

الاستطالة هي التغير في طول العينة الناتج عن امتداد معين للعينة بسبب القوة المطبقة. يحدد امتداد الكسر مرونة البلاستيك [31]. نلاحظ من الشكل (18) أن استطالة صيغ الأفلام المحضرة من CMC-0.1 إلى CMC-0.5 لها نسبة استطالة تتراوح من 46.6% إلى و 93.9% وفي دراسة لإنتاج بلاستيك حيوي من نشاء القمح وباستخدام

الجليسيرين كملدن كانت الاستطالة 41.69% [32]. نلاحظ أن الاستطالة بالنسبة لدراستنا كانت أفضل يعود ذلك لسبب أن كحول البولي فينيل حقق ربط جيد بين البوليميرات كما يمكن أنه شكل مواقع فعالة تؤدي الى استطالة أفضل. إن إضافة كربوكسي ميثيل السليلوز يظهر تأثير على نسبة استطالة البلاستيك الحيوي ، أي أنه كلما زاد تركيز كربوكسي ميثيل السليلوز زادت النسبة المئوية لإستطالة البلاستيك الحيوي.

5. الاستنتاجات والتوصيات:

5-1 الاستنتاجات:

بقايا المخلفات النباتية عبارة عن بدائل مثيرة للاهتمام بسبب استدامتها حيث السليلوز من مكوناتها الأساسية وهو مصدر للعديد من التطبيقات. فهي مادة لها استخدامات لا حصر لها و آفاق استعمالها يتخطى الاطار المرسوم في هذا البحث.

بعد الاختبارات والمراقبة التي تم إجراؤها ، لوحظ أنه من حيث قابلية التحلل البيولوجي لصيغ الفلم المحضر أنها لا تختلف بشكل كبير عن بعضها البعض لأنها تتحلل بشكل طبيعي في مدة أقصاها 28 يوم من بداية طمرها في التربة. أظهرت تركيبة 0.5g من كربوكسي ميثيل السليلوز أفضل نتيجة في إجهاد الشد مما يشير إلى أنها تتمتع بأعلى مقاومة شد تصل الى $6.3N/mm^2$. لذلك استنتج أن الصيغة CMC-0.5 ، التي تحتوي على 0.5g من كربوكسي ميثيل السليلوز هي الأفضل بين تركيبات البلاستيك الحيوي المختبرة. وبما انه لا يوجد شيء مثالي في هذا العالم ، فهذه الحقيقة تنطبق على البلاستيك الحيوي المحضر حيث أن استخداماته ستكون محصورة في نطاق معين في

الصناعة ، وعلى الرغم من هذا العيب ، إلا أن البلاستيك الحيوي أفضل بكثير من البلاستيك التقليدي فيما يتعلق بتأثيره البيئي. وان استخدام هذا النوع من البلاستيك الحيوي سيقبل الضرر على البيئة مما سيساعدنا على العيش في عالم أكثر خضرة.

5-2 التوصيات:

- دراسة تغيير اضافة نسب الجليسرين وتأثيرها على قوة الشد .
- اختيار واستخدام ملدنات أخرى ودراسة تأثيرها على البلاستيك الحيوي حيث أنها إضافات مهمة ومحسنة لأداء البوليميرات.
- متابعة الدراسة على تحضير البلاستيك الحيوي من مواد أخرى طبيعية.

Reference

- [1] Aguado, J., Serrano, D.P., 1999. **Feedstock Recycling of Plastic Wastes**. Royal Society of Chemistry, Cambridge, UK, pp. 1e23, 85,86.
- [2] Díaz, S., Ortega, Z., McCourt, M., Kearns, M. P., & Benítez, A. N. (2018). **Recycling of polymeric fraction of cable waste by rotational moulding**. *Waste Management*, 76, 199-206.
- [3] Thompson, R. C., Moore, C. J., Vom Saal, F. S., & Swan, S. H. (2009). **Plastics, the environment and human health: current consensus and future trends**. *Philosophical Transactions of the Royal Society B: Biological Sciences*, 364(1526), 2153-2166.
- [4] Kržan, A. (2012). **Biodegradable polymers and plastics**. *Innovative Value Chain Development for Sustainable Plastics in Central Europe (PLASTiCE)*.
- [5] Jean Garner Stead, W. Edward Stead, M.E. Sharpe, (2009). **Management for a Small Planet**, 3rd ed. Armonk, N.Y (USA).
- [6] Sain, M., & Panthapulakkal, S. (2006). **Bioprocess preparation of wheat straw fibers and their characterization**. *Industrial Crops and Products*, 23(1), 1-8.
- [7] Castro, D. O., Ruvolo-Filho, A., & Frollini, E. (2012). **Materials prepared from biopolyethylene and curaua fibers**: Composites from biomass. *Polymer Testing*, 31(7), 880-888.
- [8] MacMilan JD (1994) **Pretreatment of lignocellulosic biomass**, ACS symposium series, America, pp324-292.
- [9] Khalil, H. A., Tehrani, M. A., Davoudpour, Y., Bhat, A. H., Jawaid, M., & Hassan, A. (2013). **Natural fiber reinforced poly (vinyl chloride) composites: A review**. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 32(5), 330-356.
- [10] La Mantia, F. P., & Morreale, M. (2011). **Green composites: A brief review**. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 42(6), 579-588.
- [11] Song, J. H., Murphy, R. J., Narayan, R., & Davies, G. B. H. (2009). **Biodegradable and compostable alternatives to conventional plastics**. *Philosophical transactions of the royal society B: Biological sciences*, 364(1526), 2127-2139.
- [12] Sorrentino, A., Gorrasi, G., & Vittoria, V. (2007). **Potential perspectives of bio-nanocomposites for food packaging applications**. *Trends in Food Science & Technology*, 18(2), 84-95.

- [13] Moon R. J., Martini A., G. Narin, J. Simonsen and J. Youngblood (2011). **Cellulos nanomaterials review: Structure, properties and nanocomposites**, Chem. Soc., Rev., v.40 , p.3941-3994.
- [14]Salameh, Y. F. A. H. (2009). **Methods Of Extracting Cellulosic Material From Olive Pulp**.(Doctoral dissertation).
- [15]Kim, J.S., Lee, Y.Y., Kim, T.H., 2016. **A review on alkaline pretreatment technology for bioconversion of lignocellulosic biomass**. **Bioresour. Technol.** 199, 42–48.
- [16]Sun, X. F., Sun, R. C., Su, Y., & Sun, J. X. (2004). **Comparative study of crude and purified cellulose from wheat straw**. *Journal of agricultural and food chemistry*, 52(4), 839-847.
- [17]Fang, J. M., Sun, R. C., & Tomkinson, J. (2000). **Isolation and characterization of hemicelluloses and cellulose from rye straw by alkaline peroxide extraction**. *Cellulose*, 7(1), 87-107.
- [18]Sophonputtanaphoca, S., Chutong, P., Cha-Aim, K., & Nooeaid, P. (2019). **Potential of Thai rice straw as a raw material for the synthesis of carboxymethylcellulose**. *International Food Research Journal*, 26(3), 969-978.
- [19] [ASTM] American Society for Testing and Materials. 2005. **ASTM D638 2005**. Standard Test Methods For Tensile Properties of Thin Plastic Sheeting. Philadelphia (US): ASTM.
- [20] Alwadi A, Jabra R, Alkass G, Alchik D (2014) **Preparation and Characterization of Epoxy Resin** / Cycloaliphatic Amine Coating. Damascus University Journal for BASIC SCIENCES, Vol. 30, No 2, 173-198.
- [21]Yadav, C., Saini, A., & Maji, P. K. (2017). **Energy efficient facile extraction process of cellulose nanofibres** and their dimensional characterization using light scattering techniques. *Carbohydrate Polymers*, 165, 276-284.
- [22]Ahmadzadeh, S., Desobry, S., Keramat, J., & Nasirpour, A. (2016). **Crystalline structure and morphological properties of porous cellulose/clay composites**: The effect of water and ethanol as coagulants. *Carbohydrate Polymers*, 141, 211-219.
- [23] F. Xu, J. X .Sun, Z. C. Gen, C. F Liu, J. L.Ren, R. C. Sun, et al..**Comparative study of water-soluble and alkali-soluble hemicelluloses** fromperennial ryegrass leaves (*Lolium perree*). *Carbohydrate Polymer*, 67(1), 2007,56–65.
- [24]Sain, M., Panthapulakkal, S., 2006. **Bioprocess preparation of wheat straw fibers and their characterization**. *Ind. Crops Prod.* 23, 1–8.

- [25]Chandra, J. C. S., George, N., & Narayanankutty, S. K. (2016). **Isolation and characterization of cellulose nanofibrils from arecanut husk fibre**. *Carbohydrate Polymers*, 142, 158-166.
- [26]Lin, O. H., Kumar, R. N., Rozman, H. D., & Noor, M. A. M. (2005). **Grafting of sodium carboxymethylcellulose (CMC)** with glycidyl methacrylate and development of UV curable coatings from CMC-g-GMA induced by cationic photoinitiators. *Carbohydrate polymers*, 59(1), 57-69.
- [27]Modi, V. K., Shrives, Y., Sharma, C., Sen, P. K., Bohidar, S. K. 2014. **Review on Green Polymer Nanocomposite and Their Applications**. *International Journal of Innovative Research in Science, Engineering and Technology*. 3 (11), 17651–17656.
- [28] Shimao, M. (2001). **Biodegradation of plastics**. *Current opinion in biotechnology*, 12(3), 242-247.
- [29]Setiani, W., T. Sudiarti, L. Rahmidar. 2013. **Preparation and characteristics of edible films from polyblend of sukun-chitosan starch**. *Valensi*, 3(2): 100-109.
- [30]Setiani, W., T. Sudiarti, L. Rahmidar. 2013. **Preparation and characteristics of edible films from polyblend of sukun-chitosan starch**. *Valensi*, 3(2): 100-109.
- [31]Orts, W. J., Shey, J., Imam, S. H., Glenn, G. M., Guttman, M. E., & Revol, J. F. (2005). **Application of cellulose microfibrils in polymer nanocomposites**. *Journal of Polymers and the Environment*, 13(4), 301-306.
- [32]Helwati, H., Saleha, S., & Iqbalsyah, T. M. (2019, May). **Development of bioplastic from wheat Janeng starch for food packaging**. In *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering* (Vol. 523, No. 1, p. 012015). IOP Publishing.