

مجلة جامعة البعث

سلسلة العلوم الأساسية



مجلة علمية محكمة دورية

المجلد 44 . العدد 13

1443 هـ - 2022 م

الأستاذ الدكتور عبد الباسط الخطيب

رئيس جامعة البعث

المدير المسؤول عن المجلة

رئيس هيئة التحرير	أ. د. ناصر سعد الدين
رئيس التحرير	أ. د. درغام سلوم

مديرة مكتب مجلة جامعة البعث

بشرى مصطفى

عضو هيئة التحرير	د. محمد هلال
عضو هيئة التحرير	د. فهد شريباتي
عضو هيئة التحرير	د. معن سلامة
عضو هيئة التحرير	د. جمال العلي
عضو هيئة التحرير	د. عباد كاسوحة
عضو هيئة التحرير	د. محمود عامر
عضو هيئة التحرير	د. أحمد الحسن
عضو هيئة التحرير	د. سونيا عطية
عضو هيئة التحرير	د. ريم ديب
عضو هيئة التحرير	د. حسن مشرقي
عضو هيئة التحرير	د. هيثم حسن
عضو هيئة التحرير	د. نزار عبشي

تهدف المجلة إلى نشر البحوث العلمية الأصيلة، ويمكن للراغبين في طلبها

الاتصال بالعنوان التالي:

رئيس تحرير مجلة جامعة البعث

سورية . حمص . جامعة البعث . الإدارة المركزية . ص . ب (77)

. هاتف / فاكس : ++ 963 31 2138071

. موقع الإنترنت : www.albaath-univ.edu.sy

. البريد الإلكتروني : [magazine@ albaath-univ.edu.sy](mailto:magazine@albaath-univ.edu.sy)

ISSN: 1022-467X

شروط النشر في مجلة جامعة البعث

الأوراق المطلوبة:

- 2 نسخة ورقية من البحث بدون اسم الباحث / الكلية / الجامعة) + CD / word من البحث منسق حسب شروط المجلة.
 - طابع بحث علمي + طابع نقابة معلمين.
 - إذا كان الباحث طالب دراسات عليا:
يجب إرفاق قرار تسجيل الدكتوراه / ماجستير + كتاب من الدكتور المشرف بموافقة على النشر في المجلة.
 - إذا كان الباحث عضو هيئة تدريسية:
يجب إرفاق قرار المجلس المختص بإنجاز البحث أو قرار قسم بالموافقة على اعتماده حسب الحال.
 - إذا كان الباحث عضو هيئة تدريسية من خارج جامعة البعث :
يجب إحضار كتاب من عمادة كليته تثبت أنه عضو بالهيئة التدريسية و على رأس عمله حتى تاريخه.
 - إذا كان الباحث عضواً في الهيئة الفنية :
يجب إرفاق كتاب يحدد فيه مكان و زمان إجراء البحث ، وما يثبت صفته وأنه على رأس عمله.
 - يتم ترتيب البحث على النحو الآتي بالنسبة لكليات (العلوم الطبية والهندسية والأساسية والتطبيقية):
عنوان البحث .. ملخص عربي و إنكليزي (كلمات مفتاحية في نهاية الملخصين).
- 1- مقدمة
 - 2- هدف البحث
 - 3- مواد وطرق البحث
 - 4- النتائج ومناقشتها .
 - 5- الاستنتاجات والتوصيات .
 - 6- المراجع.

- يتم ترتيب البحث على النحو الآتي بالنسبة لكليات (الآداب - الاقتصاد - التربية - الحقوق - السياحة - التربية الموسيقية وجميع العلوم الإنسانية):
- عنوان البحث .. ملخص عربي و إنكليزي (كلمات مفتاحية في نهاية الملخصين).
- 1. مقدمة.
- 2. مشكلة البحث وأهميته والجديد فيه.
- 3. أهداف البحث و أسئلته.
- 4. فرضيات البحث و حدوده.
- 5. مصطلحات البحث و تعريفاته الإجرائية.
- 6. الإطار النظري و الدراسات السابقة.
- 7. منهج البحث و إجراءاته.
- 8. عرض البحث و المناقشة والتحليل
- 9. نتائج البحث.
- 10. مقترحات البحث إن وجدت.
- 11. قائمة المصادر والمراجع.
- 7- يجب اعتماد الإعدادات الآتية أثناء طباعة البحث على الكمبيوتر:
 - أ- قياس الورق 25×17.5 B5.
 - ب- هوامش الصفحة: أعلى 2.54- أسفل 2.54 - يمين 2.5- يسار 2.5 سم
 - ت- رأس الصفحة 1.6 / تذييل الصفحة 1.8
 - ث- نوع الخط وقياسه: العنوان . Monotype Koufi قياس 20
- . كتابة النص Simplified Arabic قياس 13 عادي . العناوين الفرعية Simplified Arabic قياس 13 عريض.
- ج . يجب مراعاة أن يكون قياس الصور والجداول المدرجة في البحث لا يتعدى 12سم.
- 8- في حال عدم إجراء البحث وفقاً لما ورد أعلاه من إشارات فإن البحث سيهمل ولا يرد البحث إلى صاحبه.
- 9- تقديم أي بحث للنشر في المجلة يدل ضمناً على عدم نشره في أي مكان آخر، وفي حال قبول البحث للنشر في مجلة جامعة البعث يجب عدم نشره في أي مجلة أخرى.
- 10- الناشر غير مسؤول عن محتوى ما ينشر من مادة الموضوعات التي تنشر في المجلة

11- تكتب المراجع ضمن النص على الشكل التالي: [1] ثم رقم الصفحة ويفضل استخدام التهميش الإلكتروني المعمول به في نظام وورد WORD حيث يشير الرقم إلى رقم المرجع الوارد في قائمة المراجع.

تكتب جميع المراجع باللغة الانكليزية (الأحرف الرومانية) وفق التالي:

آ . إذا كان المرجع أجنبياً:

الكنية بالأحرف الكبيرة . الحرف الأول من الاسم تتبعه فاصلة . سنة النشر . وتتبعها معترضة (-) عنوان الكتاب ويوضع تحته خط وتتبعه نقطة . دار النشر وتتبعها فاصلة . الطبعة (ثانية . ثالثة) . بلد النشر وتتبعها فاصلة . عدد صفحات الكتاب وتتبعها نقطة . وفيما يلي مثال على ذلك:

-MAVRODEANUS, R1986- Flame Spectroscopy. Willy, New York, 373p.

ب . إذا كان المرجع بحثاً منشوراً في مجلة باللغة الأجنبية:

. بعد الكنية والاسم وسنة النشر يضاف عنوان البحث وتتبعه فاصلة، اسم المجلد ويوضع تحته خط وتتبعه فاصلة . المجلد والعدد (كتابة مختزلة) وبعدها فاصلة . أرقام الصفحات الخاصة بالبحث ضمن المجلة . مثال على ذلك:

BUSSE,E 1980 Organic Brain Diseases Clinical Psychiatry News , Vol. 4. 20 – 60

ج . إذا كان المرجع أو البحث منشوراً باللغة العربية فيجب تحويله إلى اللغة الإنكليزية و التقيد

بالبنود (أ و ب) ويكتب في نهاية المراجع العربية: (المراجع In Arabic)

رسوم النشر في مجلة جامعة البعث:

1. دفع رسم نشر (20000) ل.س عشرون ألف ليرة سورية عن كل بحث لكل باحث يريد نشره في مجلة جامعة البعث.
2. دفع رسم نشر (50000) ل.س خمسون ألف ليرة سورية عن كل بحث للباحثين من الجامعة الخاصة والافتراضية .
3. دفع رسم نشر (200) مئتا دولار أمريكي فقط للباحثين من خارج القطر العربي السوري .
4. دفع مبلغ (3000) ل.س ثلاثة آلاف ليرة سورية رسم موافقة على النشر من كافة الباحثين.

المحتوى

الصفحة		
38-11	د. وعد عطية	صياغة بلمر امي ميشيل المعممة المكتملة لأجل الحالة الترموديناميكية المستوية للإجهادات جسم هوك <i>Hooké</i>
54-39	رشا صالح د. محمد ديب	دراسة توازنات الأطوار في الجملة الثنائية <i>NaVO3-Co3O4</i>
84-55	د. نجات جنود د. ميرنا عشي سالي شمسين	دراسة تأثير الري بتراكيز مختلفة من كلور الصوديوم في بعض مؤشرات إنبات ونمو بذور الفاصولياء صنف البلدي (<i>Phaseolus vulgaris L.</i>)
108-85	د. شوقي الراشد	استخدام التحليل الإبتدائي " <i>Primary Decomposition</i> " و بُعد " <i>Krull</i> " في دراسة العلاقة بين الحلقات الحسابية و الحلقات الناظمية
130-109	ضحى محمد د. نهلة إبراهيم د. علي داود	تأثير المستخلص المائي لنبات الزنجبيل على سرطان قولون الهامستر السوري المستحدث بمادة <i>1,2 dimethyl hydrazine</i>

156-131	عاصم جابر د. منتجب الحسن	تركيب الحول النظامية والشاذة لعملية <i>Schaefer</i> الترموديناميكية لأجل الحالة المستوية الأولى لانفعالات الجسم الصلب المرن دقيق الاستقطاب الخاضع لحرارة ويشغل الفضاء R^2
---------	-----------------------------	---

صياغة بلترامي ميشيل المعممة المكتملة لأجل الحالة الترموديناميكية المستوية للإجهادات جسم هوك Hooke

waed.atteiah@wpu.edu.sy

د. وعد سمير عطية *

ملخص البحث:

موضوع البحث هو الحالة الترموديناميكية المستوية لإجهادات الجسم الصلب المتماثل المناحي (Isotropic) والمتجانس (Homogeneous)، ومهمل البنية الجزيئية وخاضع لانفعالات مرنة صغيرة، ضمن المرونة الخطية الترموديناميكية المترابطة مع الحرارة، والذي وضع أساسه الباحث هوك و يُرمز له اختصاراً بـ (H). في البحث، سنعرض أولاً طريقة القوى المتكاملة (IFM)، في استنتاج صياغة بلترامي - ميشيل المكتملة (CBMF) الحاكمة للحالة السكونية المستوية الأولى بإجهادات للجسم هوك [1-4]. سنناقش في البحث، صياغة بلترامي- ميشيل المعممة المكتملة (CGBMF) للحالة الترموديناميكية المستوية لإجهادات الجسم هوك بطريقة القوى الترموديناميكية المعممة المتكاملة (GTDIFM)، وفي النهاية سننهي البحث بإقتراح عدد من المسائل المفتوحة.

* دكتورة في الرياضيات التطبيقية، عضو هيئة تدريسية في الجامعة الوطنية الخاصة.

الكلمات المفتاحية: الحالة الترموديناميكية المستوية للجسم (H). صياغة Beltrami-Michell الترموديناميكية المعممة المكتملة للحالة الترموديناميكية المستوية للإجهادات المرنة للجسم (H).

The Completed Generalized Beltrami-Michell Formulation (CGBMF) for the Thermodynamical Stress Plane State of the Hooke Body

Dr. Waad Samir Attiah [†]

waed.atteiah@wpu.edu.sy

Abstract

The subject of the paper is the thermodynamical stress plane state of small strains for the thermoelastic, homogeneous and isotropic body, with neglected structure, and subjected to temperature field, proposed by Hooke, and shortly called (H). First, we introduce the integrated force method (IFM) [1–4] for deriving the completed Beltrami–Michell formulation (CBMF) for the static first stress plane state of small strains of the (H) body. In paper, first using the variational functional of the generalized thermodynamical integrated force method (GTDIFM), we discuss the following: I) The completed generalized Beltrami–Michell Formulation (CGBMF) for the thermo–dynamical stress plane state of small strains for (H) body. Finally, we end the paper, by proposing new open problems for future works.

[†] Applied Math. Doctor, Lecturer at AL Wataniya Private University.

Key words: The Thermodynamical Stress Plane State -The Completed Generalized Beltrami-Michell Formulation (CGBMF) for the Thermodynamical Stress Plane State of (H) with small Elastic Strains.

1. مقدمة:

بدأ ظهور علم مقاومة المواد عام 1632 مع تجربة غاليليو التي لاحظ فيها غاليليو أن مقاومة العارضة تتناسب بصورة غير خطية مع مساحة مقطعها [3] ، وبعد حوالي قرن تابع كولومب مسيرة غاليليو في نظرية العوارض.

على الرغم من أن بعض حسابات غاليليو لم تتطور بشكل كامل، إلا أن العبقرية ظهرت منذ تاريخ ولادة نيوتن في نفس السنة التي توفي فيها غاليليو، وعندها لم تكن معروفة قوانين التوازن أو الحساب التحليلي.

ومع نشوء الثورة الصناعية وانتصارات الحروب ، كانت الحاجة ملحة لتسريع تطور علم مقاومة المواد لحاجته في التصميم. بعد ذلك ظهرت عدة كتب حول هذا الموضوع بدءاً من كتاب Timoshenko عام 1930 الذي أعطى معالجة شاملة لنظرية مقاومة المواد، تلا ذلك كتب: Beer & Gere & Timoshenko، Hibbeler، Popov، Johnston، و Higdon Etal ... الخ.

وبالعودة إلى عصر نيوتن فقد وضع الباحث هوك (معاصر نيوتن) العلاقة التالية، التي شكلت فيما بعد مفهوماً أساسياً في علم المرونة (Elasticity): $\sigma = \kappa \varepsilon$. ومن ثم في عام 1822، أوجد كوشي ما يسمى بالصيغة الإجهادية المؤلفة من معادلات التوازن (Equilibrium Equations (EE) والشروط الحدية Boundary Conditions (BC). إن المسألة السابقة عبارة عن ثلاثة معادلات مع ثلاثة شروط حدية، وللمسألة ستة مجاهيل هي الإجهادات المتناظرة τ_{ij} ، وبالتالي تكون هذه الصيغة، ناقصة. وفي عام 1860 أوجد ساينت - فينانت (Saint - Venant)، صيغة الانفعالات، المؤلفة فقط من معادلات توافق الانفعالات (Compatibility Conditions (CC)، ولم يوجد الشروط الحدية للانفعالات، الأمر الذي يَبقى المسألة المؤلفة من: صياغة الانفعالات مضافاً لها صياغة الإجهادات أي المسألة المكونة من معادلات التوازن و معادلات توافق الانفعالات و الشروط الحدية مسألة ناقصة، كونها مسألة مؤلفة من ست معادلات بستة مجاهيل، مضافاً إليها ثلاثة شروط حدية، وهي لا تملك حل وحيد، يتوافق مع سلوك الجسم.

بقي هذا النقص على وضعه هذا حوالي قرن ونصف، حتى بداية القرن الحادي والعشرين.

وفي بداية القرن الحادي والعشرين، وتحديداً في عام 2004، فاجأ الباحثان: بانتيك ، هوكينز العاملان ضمن فريق في وكالة ناسا الفضائية العالمية بإيجادهما للشروط الحدية لتوافق الانفعالات:

Boundary Compatibility Conditions (BCC)

فأثبتوا أن المسألة السابقة، مضافاً لها الشروط الحدية لتوافق الانفعالات هي مسألة تامة، سميها مسألة الإتمام لصياغة بلترامي ميشيل:

Completed Beltrami – Michell Formulation

أي أنها تعبر عن مجموع ما يلي :

الشروط الحدية لتوافق الانفعالات مضافاً لها شروط التوازن ، و معادلات توافق الانفعالات ، و الشروط الحدية

كل ذلك لأجل الحالة السكونية المستوية الأولى، والحالة السكونية الفراغية للانفعالات المرنة للجسم هوك.

أما الطريقة التي اتبعتها الباحثان في إيجاد الشروط الحدية لتوافق الانفعالات وكذلك معادلات توافق الانفعالات ومعادلات التوازن والشروط الحدية فنتج من شرط انتظام التغيرات الدالي في طريقة القوى المتكاملة:

Stationary Condition for the Variational Functional of the Integrated Force Method (IFM)

ولنعد إلى الفترة التي لم تكن فيها الشروط الحدية لتوافق الانفعالات مكتشفة، وتحديداً العام 1963. ففي هذا العام استنتج الباحث اغانتشاك تعميم معادلات بيلترامي ميشيل من الحالة السكونية إلى الحالة التحريكية للجسم هوك، سالكاً طريقاً يختلف عن الطريق التقليدي المسلك في إيجاد هذه المعادلات، حيث الطريق التقليدي المذكور يعتمد على صيغة سانت فينانت ، فحصل الباحث المذكور على معادلات دعاها بمعادلات بيلترامي - ميشيل المعممة:

Generalized Beltrami – Michell Equations (GBME)

وبيّن الباحث المذكور أن المعادلات هذه هي ست معادلات بستة مجاهيل هي المركبات الست σ_{ij} للإجهادات، وإذا أضفنا إلى هذه المعادلات الشروط الحدية، والشروط الابتدائية: $\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^0, \dot{\sigma}_{ij} = \dot{\sigma}_{ij}^0$ ، (المعطاة بشكل معين)، فحل المسألة الناتجة لا يتوافق مع معادلات تحريك هذا الجسم ضمن المرونة الخطية التحريكية. كما أن المعادلات السابقة تحتوي على التناقض التالي: عدد هذه المعادلات هو ست معادلات بستة مجاهيل مستقلة، وعند الانتقال من حالة التحريك إلى حالة التوازن (بأخذ المشتقات الزمنية الثانية مساوية للصفر)، فنحصل على معادلات بلترامي ميشيل، التي هي ثلاث معادلات بستة مجاهيل هي σ_{ij} .

وفي عام 2020 طورت الباحثة وعد عطية عملي باتتيك و هوبكينز و جوزيف اغناتشاك وذلك بمناقشة صياغة بيلترامي - ميشيل الترموديناميكية المعممة، المكتملة لأجل الحالة ثلاثية البعد للانفعالات المرنة. الطريقة المستخدمة هي تعميم طريقة القوى المتكاملة إلى طريقة القوى الترموديناميكية المتكاملة [8].

2. هدف البحث:

إن السلوك الترموديناميكي المستوي والسلوك الديناميكي المستوي العكسي للجسم هوك لا ينتجان عن السلوك الترموديناميكي الفراغي لهذا الجسم، الأمر الذي يجبرنا على دراسة هذين السلوكيين المذكورين انطلاقاً من أساسياتهما. يهدف البحث إلى استنتاج صياغة بيلترامي - ميشيل الترموديناميكية المعممة المكتملة للحالة الترموديناميكية المستوية لإجهادات جسم هوك.

3. طرق البحث:

من أجل هذا الهدف سنعمد تعميم طريقة القوى المتكاملة [4-1]، إلى طريقة القوى الترموديناميكية المتكاملة مكتوبة لأجل الحالة الترموديناميكية المستوية لإجهادات الجسم هوك من أجل متطلبات البحث، تلزمنا التوطئة التالية.

توطئة 1: نعلم الجملة الإحداثية الديكارتيّة القائمة ، والمباشرة، والعطالية $Oxyz$ ، والتي قاعدتها (i, j, k) . لأجل الحالات المستوية لإجهادات الجسم المدروس، تكون

جميع المقاطع التئسورية الحاكمة للحالة الترموديناميكية للجسم المعبر، تكون مستقلة عن الاحداثي الديكارتي الثالث z ، وهنا نميز حالتين؛

أولاً: الحالة الترموديناميكية المستوية لإجهادات جسم هوك: وفيها نرمز للحالة البدئية للجسم بـ Ω ، التي نفرض أنها منطقة بسيطة الترابط في R^2 وبسماكة قدرها h . توصف العملية الترموديناميكية للجسم المعبر بواسطة مجموعة المقاطع التئسورية المجهولة: $(\mathbf{u}, \theta, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\varepsilon})$ ، حيث: \mathbf{u} مقطع الإزاحات المتجهي، و $\theta := T - T_0$ حقل سلمي؛ يمثل تغير حقل الحرارة؛ حيث T الحرارة المطلقة في الجسم و T_0 حرارة الحالة الطبيعية له. إضافةً إلى ماتقدم ذكره فإن: $\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\varepsilon}$ مقطعان تئسوريان متناظران من المرتبة الثانية، على الترتيب هما: مقطع الإجهادات، ومقطع الانفعالات، وإذا رمزنا بـ $]-\infty, 0]$ و $]+0, \infty[$ ، فيمكن أن تمثل الحقول السابقة في $\Omega \times T^+$ وفي النظام الإحداثي الديكارتي $[\mathbf{O}, (\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})]$ ، بالشكل:

$$\mathbf{u} \equiv (u, v, 0), \boldsymbol{\varepsilon} \equiv \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \gamma_{xy} & 0 \\ \gamma_{xy} & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix}, \boldsymbol{\sigma} \equiv \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & 0 \\ \tau_{xy} & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

حيث:

$$\varepsilon_z = -\frac{1}{\lambda + 2\mu} [\lambda (\varepsilon_x + \varepsilon_y) + m \theta] \quad (3.2)$$

حيث: $m = -(3\lambda + 2\mu) a_t$ ، و a_t يمثل معامل التمدد الخطي الحراري للجسم، و $\mu, \lambda \in R_+$ ، تمثل ثوابت لامى المادية للجسم المدروس. أما مقطع القوة الحجمية \mathbf{B} الذي هو مقطع متجهي، معطى، فيمكن أن يمثل في $\Omega \times T^+$ وفي النظام الإحداثي الديكارتي المعبر، بالشكل:

$$\mathbf{B} \equiv (B_x, B_y, 0) \quad (3.3)$$

أخيراً ننوه إلى أن جميع المركبات الموجودة في العلاقات السابقة تتبع للموضع:

$$\mathbf{x} \equiv (x, y) \in \Omega \text{ وللزمن } t.$$

ثانياً: الحالة الديناميكية المستوية العكسية لإجهادات الجسم هوك في هذه الحالة توصف العملية الديناميكية للجسم المعبر بواسطة مجموعة المقاطع التئسورية

المجهولة: $(\mathbf{u}, \boldsymbol{\sigma}, \varepsilon)$ ، حيث: \mathbf{u} مقطع الإزاحات المتجهي، كما أن: $\boldsymbol{\sigma}, \varepsilon$ مقطعان تتسوربان متناظران من المرتبة الثانية، على الترتيب هما مقطع الإجهادات، ومقطع الانفعالات. يمكن أن تمثل الحقول السابقة في $\Omega \times T^+$ وفي النظام الإحداثي الديكارتي المعتبر، بالشكل:

$$\mathbf{u} \equiv (0, 0, w), \boldsymbol{\varepsilon} \equiv \begin{bmatrix} 0 & 0 & \gamma_{xz} \\ 0 & 0 & \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} & \gamma_{yz} & 0 \end{bmatrix}, \boldsymbol{\sigma} \equiv \begin{bmatrix} 0 & 0 & \tau_{xz} \\ 0 & 0 & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

أما مقطع القوة الحجمية \mathbf{B} الذي هو مقطع متجهي، معطى، فيمكن في هذه الحالة أن يمثل في $\Omega \times T^+$ وفي النظام الإحداثي الديكارتي المعتبر، بالشكل:

$$\mathbf{B} \equiv (0, 0, B_z) \quad (3.3)$$

أخيراً ننوه إلى أن جميع المركبات الموجودة في العلاقات السابقة تتبع للموضع: $\mathbf{x} \equiv (x, y) \in \Omega$ وللزمن t . في البحث سنركز اهتمامنا فقط على الحالة الأولى، مؤجلين الحالة الثانية الحالة الديناميكية المستوية العكسية للجسم هوك لأبحاث قادمة.

نعرض فيما يلي نتائج البحث [1-4] المتمثلة بطريقة ثبات دالي لطريقة القوى المتكاملة في استنتاج صياغة بيلترامي - ميشيل المكتملة الحاكمة للحالة السكونية المستوية الأولى بإجهادات للجسم هوك لأجل الحالة السكونية المتساوية درجات الحرارة، المستوية الأولى للإجهادات المرنة للجسم هوك في هذه الحالة تتعين الحالة السكونية المرنة للجسم المعتبر بواسطة المقاطع التتسورية المجهولة $(\mathbf{u}, \boldsymbol{\sigma}, \varepsilon)$ ($\theta=0$)، التي تأخذ في Ω وفي النظام الإحداثي الديكارتي المعتبر الشكل (3.1) و(3.2)، أما مقطع القوة الحجمية المعطى: \mathbf{B} فيمثل في Ω وفي النظام الإحداثي الديكارتي المعتبر، بالشكل (3.3).

يأخذ دالي (IFM) للجسم السكوني المرن هوك الذي يشغل المنطقة بسيطة الترابط $\Omega \subset R^2$ ، المحاطة بالمنحني المغلق $\mathcal{L} = \mathcal{L}_1 \cup \mathcal{L}_2$ ($\mathcal{L}_1 \cap \mathcal{L}_2 = \emptyset$)، والذي سماكته h ، يأخذ الشكل التالي:

$$\Pi_S = A + B - W \quad (3.4)$$

حيث A الطاقة الداخلية للجسم التي تعطى من خلال مقطع الإجهاد σ ومقطع الإزاحة \mathbf{u} ، بالعلاقة:

$$A(\sigma, \mathbf{u}) = h \int_{\Omega} \left[\sigma_x \frac{\partial u}{\partial x} + \sigma_y \frac{\partial v}{\partial y} + \tau_{xy} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] dx dy \quad (3.5)$$

كما أن B تمثل الطاقة الداخلية المتممة في الجسم، والتي تعطى بدلالة مقطع الانفعال ε ومقطع الإجهاد الزائد σ^e [3]، من خلال العلاقة:

$$B(\varepsilon, \sigma^e) = h \int_{\Omega} \left(\varepsilon_x \sigma_x^e + \varepsilon_y \sigma_y^e + 2\gamma_{xy} \tau_{xy}^e \right) dx dy \quad (3.6)$$

أخيراً، الحد: $W(\mathbf{P}, \mathbf{u})$ يمثل كمون القوى الخارجية للجسم، وهو يعطى بالعلاقة الآتية:

$$W(\mathbf{P}, \mathbf{u}) = h \int_{\Omega} (B_x u + B_y v) dx dy + \int_{\mathcal{L}_1} (\bar{P}_x u + \bar{P}_y v) d\ell_1 + \int_{\mathcal{L}_2} (P_x \bar{u} + P_y \bar{v}) d\ell_2, \quad (3.7)$$

ويملك ثلاث مركبات؛ الأولى تتمثل بالتكامل السطحي: $h \int_{\Omega} (B_x u + B_y v) dx dy$ ،

المتوافق مع القوى الحجمية: B_x و B_y المفروضة (المعلومة) في Ω ، الثانية؛ تتمثل بالتكامل المنحني: $\int_{\mathcal{L}_1} (\bar{P}_x u + \bar{P}_y v) d\ell_1$ ، على جزء المنحني: \mathcal{L}_1 ، حيث معطى على

هذا الجزء، الحمول الخارجية: \bar{P}_x و \bar{P}_y ، أما الثالثة (الأخيرة)؛ فهي تتمثل بالتكامل المنحني: $\int_{\mathcal{L}_2} (P_x \bar{u} + P_y \bar{v}) d\ell_2$ ، على جزء المنحني: \mathcal{L}_2 ، حيث معطى على هذا

الجزء، الإزاحات: \bar{u} و \bar{v} .

إذا أخذنا بعين الاعتبار العلاقات الهندسية التالية المحققة في Ω :

$$E \varepsilon_x = \sigma_x - \nu \sigma_y, \quad E \varepsilon_y = \sigma_y - \nu \sigma_x, \quad (3.8)$$

$$E \gamma_{xy} = (1 + \nu) \tau_{xy}$$

حيث: $\nu = \frac{\lambda}{2(\mu + \lambda)}$ تمثل نسبة بواسون، و $E = \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + \mu}$ يمثل معامل يونغ،

فتأخذ الطاقة الداخلية المتممة في الجسم الشكل التالي:

$$B(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\sigma}^e) = h \int_{\Omega} \left[\frac{(\sigma_x - \nu \sigma_y)}{E} \sigma_x^e + \frac{(\sigma_y - \nu \sigma_x)}{E} \sigma_y^e + 2 \frac{(1+\nu)}{E} \tau_{xy} \tau_{xy}^e \right] dx dy \quad (3.9)$$

مما سبق نجد أن $\Pi_S = \Pi_S(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{u}, \boldsymbol{\sigma}^e)$ ، لكن بهدف حساب تباير هذا الدالي، علينا لاحقاً اعتبار أنه تابع لمقطع الإزاحة: \mathbf{u} ولمقطع الإجهاد الزائد: $\boldsymbol{\sigma}^e$.

صياغة بيلترامي - ميشيل المكتملة ضمن الحالة المستوية الأولى للانفعالات:

في هذه الحالة فإن دالي التباير فإن دالي التباير الذي سنرمز له هنا بالرمز Π_S^{BMF} سيتبع للإزاحات: v ، u ولمقطع الإجهاد الزائد $\boldsymbol{\sigma}^e$ ، المعطى بدوره في Ω من خلال دالة إجهاد Airy على النحو التالي:

$$\sigma_x^e = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} - V, \quad \sigma_y^e = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - V, \quad \tau_{xy}^e = -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} \quad (3.10)$$

حيث V كمون القوى الحجمية B_x ، B_y ؛

$$B_x = \frac{\partial V}{\partial x}, \quad B_y = \frac{\partial V}{\partial y} \quad (3.11)$$

بتعويض (3.10) في (3.9) نحصل على:

$$B(\boldsymbol{\sigma}, \Phi) = h \int_{\Omega} \left[\frac{(\sigma_x - \nu \sigma_y)}{E} \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} - V \right) + \frac{(\sigma_y - \nu \sigma_x)}{E} \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - V \right) - 2 \frac{(1+\nu)}{E} \tau_{xy} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} \right] dx dy \quad (3.12)$$

ينتج عن (3.4) و (3.5) و (3.12) و (3.7) أن دالي التباير: Π_S^{BMF} يأخذ الشكل:

$$\begin{aligned}
 \Pi_S^{\text{BMF}} = & h \int_{\Omega} \left[\sigma_x \frac{\partial u}{\partial x} + \sigma_y \frac{\partial v}{\partial y} + \tau_{x,y} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] dx dy + \\
 & h \int_{\Omega} \left[\frac{(\sigma_x - \nu \sigma_y)}{E} \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} - V \right) + \frac{(\sigma_y - \nu \sigma_x)}{E} \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - V \right) \right. \\
 & \left. - 2 \frac{(1+\nu)}{E} \tau_{x,y} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} \right] dx dy - h \int_{\Omega} (B_x u + B_y v) dx dy \\
 & - \int_{\xi_1} (\bar{P}_x u + \bar{P}_y v) d\ell_1 - \int_{\xi_2} (P_x \bar{u} + P_y \bar{v}) d\ell_2,
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

إن شرط انتظام دالي التغيرات: Π_S^{BMF} ، بعد سلسلة من العمليات الجبرية، مروراً باستخدام بمبرهنة غرين، يأخذ الشكل التالي [3]:

$$\begin{aligned}
 \delta \Pi_S^{\text{BMF}} = & h \left\{ \int_{\Omega} \left[\left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{x,y}}{\partial y} + B_x \right) \delta u + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \left(\frac{\partial \tau_{x,y}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + B_y \right) \delta v \right] d\Omega + \frac{1}{E} \int_{\Omega} \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} (\sigma_y - \nu \sigma_x) + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{\partial^2}{\partial y^2} (\sigma_x - \nu \sigma_y) - 2(1+\nu) \frac{\partial^2 \tau_{x,y}}{\partial x \partial y} \right] \delta \Phi d\Omega \right\} \\
 & - h \left\{ \int_{\xi_1} \left[(\sigma_x n_x + \tau_{x,y} n_y - \bar{P}_x) \delta u + (\tau_{x,y} n_x + \sigma_y n_y - \bar{P}_y) \delta v \right] d\ell_1 \right. \\
 & \left. + \int_{\xi_2} \left[(u - \bar{u}) \delta (\sigma_x n_x + \tau_{x,y} n_y) + (v - \bar{v}) \delta (\tau_{x,y} n_x + \sigma_y n_y) \right] d\ell_2 \right. \\
 & \left. + \frac{1}{E} \int_{\xi} \left[\frac{\partial}{\partial x} (\sigma_y - \nu \sigma_x) n_x + \frac{\partial}{\partial y} (\sigma_x - \nu \sigma_y) n_y \right. \right. \\
 & \left. \left. - (1+\nu) \left(\frac{\partial}{\partial x} \tau_{x,y} n_y + \frac{\partial}{\partial y} \tau_{x,y} n_x \right) \right] \delta \Phi d\ell \right\} = 0,
 \end{aligned} \tag{3.14}$$

حيث: $d\Omega = dx dy$ ، و $\mathbf{n} \equiv (n_x, n_y)$ متجه واحدة ناظم المنحني المغلق \mathcal{L} ، المحيط بالجسم، في النقطة المادية اللاغرانجية $p \equiv (x, y)$ منه، حيث \mathbf{n} موجه نحو خارج هذا المنحني \mathcal{L} . ينتج عن العلاقة (3.14) مايلي:

أولاً: معادلات الحقل المحققة في Ω : وهي مؤلفة:

أ- معادلات التوازن (Equilibrium Equations)، المحققة ضمن Ω : ونحصل عليها من حقيقة أنه في الجزء السطحي للتكامل (3.14) يجب أنه تتعدم أمثال التغيرات $(\delta u, \delta v)$ ، حيث نحصل على معادلتين التوازنتين المحققتين في Ω :

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + B_x = 0, \quad \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + B_y = 0, \quad (3.15)$$

ب- معادلة توافق الانفعالات Compatibility Conditions المعبر عنها بلغة الإجهادات، والمحققة ضمن Ω : ونحصل عليها من حقيقة أنه في الجزء السطحي للتكامل (3.14) يجب أنه تتعدم أمثال تغير دالة الإجهاد: $\delta \Phi$ ، حيث نحصل على المعادلة التالية المحققة في Ω :

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} (\sigma_y - \nu \sigma_x) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} (\sigma_x - \nu \sigma_y) - 2(1+\nu) \frac{\partial^2 \tau_{xy}}{\partial x \partial y} = 0, \quad (3.16)$$

إن معادلة توافق الانفعالات السابقة، تأخذ باستخدام معادلات التوازن، الشكل المكافئ التالي في Ω [3]:

$$\Delta_1 [\sigma_x + \sigma_y + (1+\nu) V] = 0, \quad (3.17)$$

أو الشكل:

$$\Delta_1 (\sigma_x + \sigma_y) + (1+\nu) \left(\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} \right) = 0, \quad (3.18)$$

حيث Δ_1 مؤثر لابلاس الاشتقاقي السلمي في R^2 ؛ $\Delta_1 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ ،

ثانياً: الشروط الحدية المحققة على \mathcal{L} : وهي مؤلفة:

ج - شروط الجر الحدية المحققة على \mathcal{L}_1 : ونحصل عليها من حقيقة أنه في الجزء المنحني للتكامل (3.14) على جزء المنحني \mathcal{L}_1 ، يجب أن تتعدم أمثال التغيرات $(\delta u, \delta v)$ ، فنحصل على الشروط التالية المحققة على \mathcal{L}_1 :

$$\sigma_x n_x + \tau_{xy} n_y = \bar{P}_x, \quad \tau_{xy} n_x + \sigma_y n_y = \bar{P}_y, \quad (3.19)$$

د- شروط توافق الانفعالات الحدية (Boundary Compatibility Conditions)، المحققة على كامل المنحني \mathcal{L} : ونحصل عليها من حقيقة أنه في الجزء المنحني للتكامل (3.14) على كامل المنحني \mathcal{L} ، يجب أن تتعدم أمثال التغير $\delta\Phi$ ، فنحصل على الشرط الحدي التالي المحقق على \mathcal{L} :

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} (\sigma_y - \nu \sigma_x) n_x + \frac{\partial}{\partial y} (\sigma_x - \nu \sigma_y) n_y \\ & - (1 + \nu) \left(\frac{\partial}{\partial x} \tau_{xy} n_y + \frac{\partial}{\partial y} \tau_{xy} n_x \right) = 0 \end{aligned} \quad (3.20)$$

إن شروط الجر الحدية (3.19) هي شروط مألوفة في مسألة الحالة السكونية المستوية الأولى للانفعالات المرنة للجسم الصلب، بينما الشرط (3.20) هو الشرط الجديد المسمى بشرط توافق الانفعالات، الحدي على \mathcal{L} .

هـ- شروط الاستمرار، الحدية Continuously boundary Conditions المحققة على \mathcal{L}_2 : ونحصل عليها من حقيقة أنه في الجزء المنحني للتكامل (3.14) على جزء المنحني \mathcal{L}_2 ، يجب أن تتعدم أمثال التغيرات $\delta(\sigma_x n_x + \tau_{xy} n_y)$ و $\delta(\tau_{xy} n_x + \sigma_y n_y)$ ، فنحصل على الشروط الحدية التالية المحققة على \mathcal{L}_2 :

$$u = \bar{u}, \quad v = \bar{v}, \quad (3.21)$$

تمثل المعادلات والشروط (3.20) - (3.14)، صياغة بلترامي ميشيل المكتملة لأجل الحالة السكونية المستوية الأولى للانفعالات المرنة للجسم الصلب [3].

4. النتائج والمناقشة:

فيما يلي سنناقش الصياغة المكتملة لمعادلات بلترامي ميشيل المعممة، من الحالة السكونية المستوية الأولى (First Plane Static Case) إلى الحالة التحريكية الحرارية المستوية (Plane Thermodynamical Case) لإجهادات الجسم الصلب المدروس هوك. الطريقة المعتمدة هي تعميم الطريقة المستخدمة في [1]، انطلاقاً من التغيير الافتراضي لدالي طريقة القوة الديناميكية الحرارية المتكاملة (Integrated Thermodynamically Force Method)، حيث الدالي الذي سنرمز له هنا بالرمز Π_{TDS} هو تعميم للدالي Π_S الموجود في [1-4]، من الحالة السكونية المستوية الأولى للجسم (H) إلى الحالة الترموديناميكية المستوية له. ويكمن هذا التعميم بإضافة طاقة العطالة إلى الدالي Π_S ضمن عبارة هذا الدالي في [1-4]، على النحو التالي:

يملك الدالي Π_{TDS} في حالتنا هذه أربعة حدود بالشكل:

$$\Pi_S = A + B + C - W \quad (4.1)$$

حيث A الطاقة الداخلية للجسم التي تعطى من خلال مقطع الإجهاد σ ومقطع الإزاحة \mathbf{u} ، بالشكل:

$$A(\sigma, \mathbf{u}) = h \int_{\Omega} \left[\sigma_x \frac{\partial u}{\partial x} + \sigma_y \frac{\partial v}{\partial y} + \tau_{xy} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] dx dy \quad (4.2)$$

و B تمثل الطاقة الداخلية المتممة في الجسم، والتي تعطى بدلالة مقطع الانفعال ε ومقطع الإجهاد الزائد σ^e ، من بواسطة العلاقة:

$$B(\varepsilon, \sigma^e) = h \int_{\Omega} \left(\varepsilon_x \sigma_x^e + \varepsilon_y \sigma_y^e + 2\gamma_{xy} \tau_{xy}^e \right) dx dy \quad (4.3)$$

والحد C يمثل طاقة العطالة للجسم الصلب (H)، معبر عنها بدلالة مقطع الإزاحة \mathbf{u} ، على النحو الآتي:

$$C(\mathbf{u}) = h \int_{\Omega} \rho \left(u \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + v \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \right) dx dy \quad (4.4)$$

أخيراً، الحد: $W(\mathbf{P}, \mathbf{u})$ يمثل كمون القوى الخارجية للجسم، ويعطى بالعلاقة:

$$W(\mathbf{P}, \mathbf{u}) = h \int_{\Omega} (B_x u + B_y v) dx dy + \int_{\mathcal{L}_1} (\bar{P}_x u + \bar{P}_y v) d\ell_1 + \int_{\mathcal{L}_2} (P_x \bar{u} + P_y \bar{v}) d\ell_2, \quad (4.5)$$

وهو يملك ثلاث مركبات؛ الأولى هي التكامل السطحي: $h \int_{\Omega} (B_x u + B_y v) dx dy$ ، المتوافق مع القوى الحجمية: B_x و B_y المفروضة (المعلومة) في Ω ، والثانية؛ هي التكامل المنحني: $\int_{\mathcal{L}_1} (\bar{P}_x u + \bar{P}_y v) d\ell_1$ ، على جزء المنحني: \mathcal{L}_1 ، حيث يعطى على هذا الجزء، الحمول الخارجية: \bar{P}_x و \bar{P}_y ، أما الثالثة (الأخيرة)؛ فهي التكامل المنحني: $\int_{\mathcal{L}_2} (P_x \bar{u} + P_y \bar{v}) d\ell_2$ ، على جزء المنحني: \mathcal{L}_2 ، حيث يعطى على هذا الجزء، الإزاحات: \bar{u} و \bar{v} .

لنأخذ، بعين الاعتبار العلاقات التأسيسية العكسية التالية المحققة في $\Omega \times T$:

$$\begin{aligned} E \varepsilon_x &= \sigma_x - \nu \sigma_y + (2\nu - 1)m \theta, \\ E \varepsilon_y &= \sigma_y - \nu \sigma_x + (2\nu - 1)m \theta, \\ E \gamma_{xy} &= (1 + \nu) \tau_{xy} \end{aligned} \quad (4.6)$$

حيث الحرارة θ ، وفقاً لنظرية التوصيل الحراري [7]، تحقق معادلة التوصيل الحراري التالية في $\Omega \times T$:

$$\hat{D}\theta + \frac{2\mu m T_0}{k(\lambda + 2\mu)} (\dot{\varepsilon}_x + \dot{\varepsilon}_y) = -\frac{r}{k}, \quad (4.7)$$

حيث النقطة تدل على المشتق الجزئي الزمني؛ $f' = \frac{\partial f}{\partial t}$ ، والمؤثر الاشتقاقي:

$$\hat{D} := \Delta_1 - \frac{1}{k} \left(c + \frac{m^2 T_0}{\lambda + 2\mu} \right) \frac{\partial}{\partial t}, \quad (4.8)$$

حيث: k التوصيل الحراري، و m المعامل الإجهادي-الحراري، c الحرارة النوعية للجسم المدروس، وجميعها مقادير حقيقية ثابتة. كما أن: r هو تابع معطى، للموضع والزمن؛ مضافاً إلى ذلك، الشروط الحدية والابتدائية التالية، المتعلقة بالحقل الحراري θ :

- الشرط الحدي على $\mathcal{F} \times T$:

$$\begin{aligned} \theta &= g \text{ on } \mathcal{F}^\theta \times T, \\ \frac{\partial \theta}{\partial \mathbf{n}} &= q \text{ on } \mathcal{F}^q \times T, \end{aligned} \quad (4.9)$$

حيث التابع الحقيقي: g معطى على $\mathcal{F}^\theta \times T$ ، والتابع الحقيقي q نعطى على $\mathcal{F}^q \times T$ ،

$$\begin{aligned} \text{أخيراً:} \quad \mathcal{F} &= \mathcal{F}^\theta + \mathcal{F}^q, \quad (\mathcal{F}^\theta \cap \mathcal{F}^q = \emptyset) \\ \text{و:} \quad \frac{\partial \theta}{\partial \mathbf{n}} &:= \mathbf{n} \cdot \mathbf{grad} \theta = n_x \frac{\partial \theta}{\partial x} + n_y \frac{\partial \theta}{\partial y} \end{aligned}$$

- الشرط الابتدائي في $\Omega \times \{0\}$:

$$\theta = \theta^0, \quad (\text{حيث التابع الحقيقي: } \theta^0, \text{ معطى في } \Omega). \quad (4.10)$$

إذا عوضنا الآن، (4.6) في (4.3)،

$$\begin{aligned} B(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\sigma}^e, \theta) &= h \int_{\Omega} \left[\frac{(\sigma_x - \nu \sigma_y)}{E} \sigma_x^e + \frac{(\sigma_y - \nu \sigma_x)}{E} \sigma_y^e + \right. \\ &\quad \left. + \frac{(2\nu - 1)m \theta}{E} (\sigma_x^e + \sigma_y^e) + 2 \frac{(1 + \nu)}{E} \tau_{xy} \tau_{xy}^e \right] dx dy \end{aligned} \quad (4.11)$$

مما سبق نجد أن $\Pi_S = \Pi_S(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{u}, \theta, \boldsymbol{\sigma}^e)$ ، لكن بهدف حساب تباير هذا الدالي، علينا لاحقاً اعتبار أنه تابع لمقطع الإزاحة: \mathbf{u} ولمقطع الإجهاد الزائد: $\boldsymbol{\sigma}^e$. صياغة بيلترامي ميشيل المعممة المكتملة لأجل الحالة الترموديناميكية المستوية لإجهادات الجسم المعتبر هوك:

في هذه الحالة أيضاً، سنعتبر أن دالي التغيرات الذي سنرمز له هنا أيضاً بالرمز Π_S^{BMF} ، تابع للإزاحات: u, v ولمقطع الإجهاد الزائد σ^e ، المعطى بدوره في Ω من خلال دالة إجهاد Airy على النحو التالي:

$$\sigma_x^e = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} - V, \quad \sigma_y^e = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - V, \quad \tau_{xy}^e = -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} \quad (4.12)$$

حيث V كمون القوى الحجمية B_x, B_y ؛

$$B_x = \frac{\partial V}{\partial x}, \quad B_y = \frac{\partial V}{\partial y} \quad (4.13)$$

بتعويض (4.12) في (4.11) نحصل على:

$$\begin{aligned} B(\sigma, \Phi, \theta) = & \\ = h \int_{\Omega} & \left[\frac{(\sigma_x - \nu \sigma_y)}{E} \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} - V \right) + \frac{(\sigma_y - \nu \sigma_x)}{E} \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - V \right) \right. \\ & \left. + \frac{(2\nu - 1)m \theta}{E} (\Delta_1 \Phi - 2V) - 2 \frac{(1 + \nu)}{E} \tau_{xy} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} \right] dx dy \end{aligned} \quad (4.14)$$

ينتج عن (4.1) و (4.2) و (4.4) و (4.5) و (4.14) أن دالي التغيرات Π_S^{BMF} يأخذ الشكل:

¹ ينتج ذلك عن كزن كلاً من ε_x و ε_y و γ_{xy} يعبر عنها بدلالة الإزاحات u, v ، فقط، من خلال العلاقات

الهندسية التالية المحققة في $\Omega \times T^+$: $\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \gamma_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)$.

$$\begin{aligned}
 \Pi_S^{\text{BMF}} = & h \int_{\Omega} \left[\sigma_x \frac{\partial u}{\partial x} + \sigma_y \frac{\partial v}{\partial y} + \tau_{xy} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] dx dy + \\
 & h \int_{\Omega} \left[\frac{(\sigma_x - \nu \sigma_y)}{E} \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} - V \right) + \frac{(\sigma_y - \nu \sigma_x)}{E} \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - V \right) \right. \\
 & \left. + \frac{(2\nu - 1)m \theta}{E} (\Delta_1 \Phi - 2V) - 2 \frac{(1 + \nu)}{E} \tau_{xy} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} \right] dx dy \quad (4.15) \\
 & - h \int_{\Omega} (B_x u + B_y v) dx dy - \int_{\xi_1} (\bar{P}_x u + \bar{P}_y v) d \ell_1 \\
 & - \int_{\xi_2} (P_x \bar{u} + P_y \bar{v}) d \ell_2,
 \end{aligned}$$

باتباع طريقة مشابهة للطريقة المتبعة في [3] نجد إن شرط انتظام دالي التغيرات: Π_S^{BMF} ،
 بعد سلسلة من العمليات الجبرية، مروراً باستخدام بمبرهنة غرين، يأخذ الشكل التالي:

$$\begin{aligned}
 \delta \Pi_s^{\text{BMF}} = & h \left\{ \int_{\Omega} \left[\left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + B_x - \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right) \delta u + \right. \right. \\
 & + \left. \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + B_y - \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \right) \delta v \right] d \Omega + \\
 & + \frac{1}{E} \int_{\Omega} \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} (\sigma_y - \nu \sigma_x) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} (\sigma_x - \nu \sigma_y) + \right. \\
 & \left. + (2\nu - 1)m \Delta_1 \theta - 2(1 + \nu) \frac{\partial^2 \tau_{xy}}{\partial x \partial y} \right] \delta \Phi d \Omega \left. \right\} \\
 & - h \left\{ \int_{\xi_1} \left[(\sigma_x n_x + \tau_{xy} n_y - \bar{P}_x) \delta u + (\tau_{xy} n_x + \sigma_y n_y - \bar{P}_y) \delta v \right] d \ell_1 \right. \\
 & + \int_{\xi_2} \left[(u - \bar{u}) \delta (\sigma_x n_x + \tau_{xy} n_y) + (v - \bar{v}) \delta (\tau_{xy} n_x + \sigma_y n_y) \right] d \ell_2 \\
 & + \frac{1}{E} \int_{\xi} \left[\frac{\partial}{\partial x} (\sigma_y - \nu \sigma_x + (2\nu - 1)m \theta) n_x + \right. \\
 & \quad \left. + \frac{\partial}{\partial y} (\sigma_x - \nu \sigma_y + (2\nu - 1)m \theta) n_y \right. \\
 & \left. - (1 + \nu) \left(\frac{\partial}{\partial x} \tau_{xy} n_y + \frac{\partial}{\partial y} \tau_{xy} n_x \right) \right] \delta \Phi d \ell \left. \right\} = 0, \tag{4.16}
 \end{aligned}$$

وينتج عن العلاقة (4.16) مايلي:

أولاً : معادلات الحقل المحققة في $\Omega \times T$: وهي مؤلفة:

أ - معادلات الحركة المحققة ضمن $\Omega \times T$: ونحصل عليها من حقيقة أنه في الجزء السطحي للتكامل (4.16) يجب أن تتعدم أمثال التغيرات: $(\delta u, \delta v)$ ، حيث

نحصل على معادلتى الحركة التاليتين المحققتين في $\Omega \times T$:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + B_x &= \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \\
 \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + B_y &= \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}
 \end{aligned} \tag{4.17}$$

ب - معادلة توافق الانفعالات المعبر عنها بلغة الإجهادات والحرارة، والمحققة ضمن $\Omega \times T$: ونحصل عليها من حقيقة أنه في الجزء السطحي للتكامل (4.16) يجب أنه تتعدم أمثال تغير دالة الإجهاد: $\delta\Phi$ ، حيث نحصل على المعادلة التالية المحققة في $\Omega \times T$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial x^2}(\sigma_y - \nu \sigma_x) + \frac{\partial^2}{\partial y^2}(\sigma_x - \nu \sigma_y) + (2\nu - 1)m \Delta_1 \theta \\ - 2(1 + \nu) \frac{\partial^2 \tau_{xy}}{\partial x \partial y} = 0, \end{aligned} \quad (4.18)$$

ثانياً: الشروط الحدية المحققة على $\mathcal{L} \times T$: وهي مؤلفة:

ج - شروط الجر الحدية المحققة على $\mathcal{L}_1 \times T$: ونحصل عليها من حقيقة أنه في الجزء المنحني للتكامل (4.16) على جزء المنحني \mathcal{L}_1 ، يجب أن تتعدم أمثال التغيرات $(\delta u, \delta v)$ ، فنحصل على الشروط الحدية التالية المحققة على $\mathcal{L}_1 \times T$:

$$\sigma_x n_x + \tau_{xy} n_y = \bar{P}_x, \quad \tau_{xy} n_x + \sigma_y n_y = \bar{P}_y, \quad (4.19)$$

د- شروط توافق الانفعالات، الحدية، معبراً عنها بلغة الإجهادات والحرارة، والمحققة على كامل المنحني \mathcal{L} : ونحصل عليها من حقيقة أنه في الجزء المنحني للتكامل (4.16) على كامل المنحني \mathcal{L} ، يجب أن تتعدم أمثال التغير $\delta\Phi$ ، فنحصل على الشرط الحدي التالي المحقق على $\mathcal{L} \times T$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} [\sigma_y - \nu \sigma_x + (2\nu - 1)m \theta] n_x + \frac{\partial}{\partial y} [\sigma_x - \nu \sigma_y + (2\nu - 1)m \theta] n_y \\ - (1 + \nu) \left(\frac{\partial}{\partial x} \tau_{xy} n_y + \frac{\partial}{\partial y} \tau_{xy} n_x \right) = 0, \end{aligned} \quad (4.20)$$

إن شروط الجر الحدية (4.19) هي شروط مألوفة في مسألة الحالة الترموديناميكية المستوية للانفعالات المرنة للجسم الصلب، بينما الشرط الحدي (4.20) هو الشرط الجديد المسمى بشرط توافق الانفعالات، الحدي على $\mathcal{L} \times T$ ، معبراً عنه بلغة الإجهادات والحرارة.

هـ- شروط الاستمرار الحدية المحققة على $\mathcal{L}_2 \times T$: ونحصل عليها من حقيقة أنه في الجزء المنحني للتكامل (4.16) على جزء المنحني \mathcal{L}_2 ، يجب أن تتعدم أمثال

التغيرات $\delta(\sigma_x n_x + \tau_{xy} n_y)$ و $\delta(\tau_{xy} n_x + \sigma_y n_y)$ ، فنحصل على الشروط الحدية التالية المحققة على $\mathcal{E}_2 \times \mathbf{T}$:

$$u = \bar{u} , v = \bar{v} , \quad (4.21)$$

هذا من جهة أولى. ومن جهة أخرى، باتباع طريقة اغناشاك [6]، لنوجد الآن معادلات بيلترامي - ميشيل المعممة إلى الحالة الترموديناميكية المستوية للجسم الصلب المدروس هوك انطلاقاً من معادلات لامي التالية لهذا الجسم، والمحققة في $\Omega \times \mathbf{T}^+$:

$$\begin{aligned} \square_2^* u + \frac{3\lambda + 2\mu}{\lambda + 2\mu} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{2m}{\lambda + 2\mu} \frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{B_x}{\mu} &= 0, \\ \square_2^* v + \frac{3\lambda + 2\mu}{\lambda + 2\mu} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{2m}{\lambda + 2\mu} \frac{\partial \theta}{\partial y} + \frac{B_y}{\mu} &= 0, \quad (4.22) \\ \bar{D}\theta + \frac{2\mu m T_0}{k(\lambda + 2\mu)} \left(\frac{\partial \dot{u}}{\partial x} + \frac{\partial \dot{v}}{\partial y} \right) &= -\frac{r}{k}, \end{aligned}$$

$$\text{حيث: } \square_2^* = \Delta_1 - \frac{1}{c_2^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \text{ و } \hat{c}_2 = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$$

ومن العلاقات الهندسية التالية، المحققة في $\Omega \times \mathbf{T}^+$:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \gamma_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (4.23)$$

ومن العلاقات التأسيسية العكسية (4.6) المحققة في $\Omega \times \mathbf{T}$ ، باتباع مايلي:
بحذف الإزاحات: (u, v) معادلات لام (4.22) والعلاقات الهندسية (4.23)، نحصل على المعادلات التالية المحققة في $\Omega \times \mathbf{T}^+$:

² تنتج معادلات لامي Lamé الأولى والثانية في (4.22) من تعويض العلاقات الهندسية (4.23) في العلاقات التأسيسية (وهي العلاقات الناتجة عن حل العلاقات (4.6) بالنسبة للإجهادات)، من ثم تعويض الناتج في معادلات الحركة (4.17)، أما معادلة Lamé الثالثة في (4.22) فنتنتج من تعويض العلاقات الهندسية (4.23) في معادلة التوصيل الحراري (4.7).

$$\begin{aligned} \square_2^* \varepsilon_x + \frac{3\lambda+2\mu}{\lambda+2\mu} \frac{\partial^2}{\partial x^2} (\varepsilon_x + \varepsilon_y) + \frac{2m}{\lambda+2\mu} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{1}{\mu} \frac{\partial B_x}{\partial x} &= 0, \\ \square_2^* \varepsilon_y + \frac{3\lambda+2\mu}{\lambda+2\mu} \frac{\partial^2}{\partial y^2} (\varepsilon_x + \varepsilon_y) + \frac{2m}{\lambda+2\mu} \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{1}{\mu} \frac{\partial B_y}{\partial y} &= 0, \\ \square_2^* \gamma_{xy} + \frac{3\lambda+2\mu}{\lambda+2\mu} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} (\varepsilon_x + \varepsilon_y) + \frac{2m}{\lambda+2\mu} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x \partial y} + \\ &+ \frac{1}{2\mu} \left(\frac{\partial B_x}{\partial y} + \frac{\partial B_y}{\partial x} \right) = 0, \end{aligned} \quad (4.24)$$

$$\bar{D}\theta + \frac{2\mu m T_0}{k(\lambda+2\mu)} (\dot{\varepsilon}_x + \dot{\varepsilon}_y) = -\frac{r}{k},$$

أخيراً، بتعويض العلاقات التأسيسية العكسية (4.6) في المعادلات (4.24)، من ثم التبسيط وال نحصل على المعادلات الأربع التالية، المحققة في $\Omega \times T^+$:

$$\begin{aligned} \square_2^* \left[\sigma_x - \nu \sigma_y + (2\nu-1)m\theta \right] + \\ + (1+\nu) \frac{\partial^2}{\partial x^2} (\sigma_x + \sigma_y) + \frac{E}{\mu} \frac{\partial B_x}{\partial x} &= 0, \\ \square_2^* \left[\sigma_y - \nu \sigma_x + (2\nu-1)m\theta \right] + \\ + (1+\nu) \frac{\partial^2}{\partial y^2} (\sigma_x + \sigma_y) + \frac{E}{\mu} \frac{\partial B_y}{\partial y} &= 0, \\ \square_2^* \tau_{xy} + \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} (\sigma_x + \sigma_y) + \frac{\partial B_x}{\partial y} + \frac{\partial B_y}{\partial x} &= 0, \\ D'\theta + \frac{mT_0}{k(2\mu+3\lambda)} (\dot{\sigma}_x + \dot{\sigma}_y) &= -\frac{r}{k}, \end{aligned} \quad (4.25)$$

$$.D' := \Delta_1 - \frac{1}{k} \left(c + \frac{3m^2 T_0}{3\lambda+2\mu} \right) \frac{\partial}{\partial t}, \quad \text{حيث:}$$

وهي معادلات بيلترامي - ميشيل المعممة التالية، إلى الحالة الترموديناميكية المستوية لإجهادات للجسم الصلب المرن المدروس هوك.

نضيف الشروط الابتدائية التالية المحققة في $\Omega \times \{0\}$ إلى معادلات بيلترامي - ميشيل المعممة السابقة:

$$\sigma_x = \sigma_x^0, \quad \sigma_y = \sigma_y^0, \quad \tau_{xy} = \tau_{xy}^0, \quad \theta = \theta^0, \quad (4.26)$$

و:

$$\dot{\sigma}_x = \dot{\sigma}_x^0, \quad \dot{\sigma}_y = \dot{\sigma}_y^0, \quad \dot{\tau}_{xy} = \dot{\tau}_{xy}^0, \quad \dot{\theta} = \dot{\theta}^0, \quad (4.27)$$

حيث:

$$\begin{aligned} \sigma_x^0 &= 2\mu \varepsilon_x^0 + \frac{1-2\nu}{1-\nu} \left[\lambda (\varepsilon_x^0 + \varepsilon_y^0) + m \theta^0 \right], \\ \sigma_y^0 &= 2\mu \varepsilon_y^0 + \frac{1-2\nu}{1-\nu} \left[\lambda (\varepsilon_x^0 + \varepsilon_y^0) + m \theta^0 \right], \\ \tau_{xy}^0 &= 2\mu \gamma_{xy}^0, \end{aligned} \quad (4.28)$$

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_x^0 &= 2\mu \dot{\varepsilon}_x^0 + \frac{1-2\nu}{1-\nu} \left[\lambda (\dot{\varepsilon}_x^0 + \dot{\varepsilon}_y^0) + m \dot{\theta}^0 \right], \\ \dot{\sigma}_y^0 &= 2\mu \dot{\varepsilon}_y^0 + \frac{1-2\nu}{1-\nu} \left[\lambda (\dot{\varepsilon}_x^0 + \dot{\varepsilon}_y^0) + m \dot{\theta}^0 \right], \\ \dot{\tau}_{xy}^0 &= 2\mu \dot{\gamma}_{xy}^0, \end{aligned} \quad (4.29)$$

$$\dot{\theta}^0 = \frac{k(3\lambda+2\mu)}{c(3\lambda+2\mu)+3m^2T_0} \left[\Delta_1 \theta^0 + \frac{2\mu m T_0}{k(\lambda+2\mu)} (\dot{\varepsilon}_x^0 + \dot{\varepsilon}_y^0) + \frac{r^0}{k} \right],$$

وحيث:

$$\varepsilon_x^0 = \frac{\partial u^0}{\partial x}, \quad \varepsilon_y^0 = \frac{\partial v^0}{\partial x}, \quad \gamma_{xy}^0 = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u^0}{\partial y} + \frac{\partial v^0}{\partial x} \right), \quad (4.30)$$

³ تنتج هذه الشروط الابتدائية عن الشروط الابتدائية للإزاحات، ولسرع هذه الإزاحات، ولحقل درجات الحرارة، وعن العلاقات الهندسية (4.23) والعلاقات التأسيسية الموافقة للعلاقات التأسيسية العكسية (4.6)، ومعادلة التوصيل الحراري (4.7).

$$\dot{\varepsilon}_x^0 = \frac{\partial u^0}{\partial x}, \dot{\varepsilon}_y^0 = \frac{\partial v^0}{\partial x}, \dot{\gamma}_{xy}^0 = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u^0}{\partial y} + \frac{\partial v^0}{\partial x} \right), \quad (4.31)$$

أيضاً: u^0, v^0 على الترتيب تمثل الإزاحات الابتدائية، أو القيم الابتدائية للإزاحات u, v ، أما u^0, v^0 ، فهي تمثل، على الترتيب، السرعة الابتدائية للإزاحات أو القيم الابتدائية للسرعة: \dot{u}, \dot{v} . أخيراً: r^0 تمثل القيمة الابتدائية للمصادر الحرارية: r .

تعريف 1- (مسألة القيم الحدية والابتدائية المختلطة لمعادلات بيلترامي - ميشيل المعممة إلى الحالة الترموديناميكية المستوية لإجهادات لجسم المرن المدروس):

نسمي معادلات بيلترامي - ميشيل الترموديناميكية المعممة (4.25)، مضافاً لها الشروط الابتدائية (4.31)-(4.26) وشروط الجر الحدية، الترموديناميكية (4.19)، وشروط توافق الانفعالات، الحدية، الترموديناميكية (معبر عنها بالإجهادات والحرارة) (4.20) والشروط الحدية الحرارية (4.9)، وشروط الاستمرار الحدية، الترموديناميكية، بالإزاحات (4.21)، نسميها بمسألة القيم الحدية والابتدائية المختلفة لمعادلات بيلترامي - ميشيل المعممة إلى الحالة الترموديناميكية المستوية لإجهادات لجسم المرن المدروس.

الصياغة المكتملة لمعادلات بيلترامي ميشيل لأجل الحالة الترموديناميكية المستوية لإجهادات الجسم المعتبر هوك تتألف هذه الصياغة من:

- مسألة القيم الحدية والابتدائية المختلفة لمعادلات بيلترامي - ميشيل المعممة إلى الحالة الترموديناميكية المستوية لإجهادات لجسم المرن المدروس، وهي.

- العلاقات التأسيسية العكسية (4.6).

- العلاقات الهندسية (4.23).

آلية حل المسألة:

1) بحل مسألة القيم الحدية والابتدائية المختلفة لمعادلات بيلترامي - ميشيل المعممة إلى الحالة الترموديناميكية المستوية لإجهادات لجسم المرن المدروس، ضمن شروطها الابتدائية وشروطها الحدية (ماعداً شروط الاستمرار الحدية الترموديناميكية بالإزاحات (4.21))، نحصل على الإجهادات والحرارة: $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}, \theta$.

(2) نعوض ذلك في العلاقات التأسيسية العكسية (4.6)، فنحصل على الانفعالات:

$$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}$$

(3) بمكاملة العلاقات الهندسي (4.23) (التي أصبحت أطرافها اليسرى معلومة)، بالنسبة للإزاحات، ضمن شروط الاستمرار الحدية الترموديناميكية بالإزاحات (4.21)، نحصل على الإزاحات: u, v ، وبهذا الشكل نكون قد حصلنا على جميع الحقول الفيزيائية المطلوبة.

5. الاستنتاجات والمقترحات:

أولاً) الاستنتاجات: ناقشنا الصياغة المكتملة (بشكلها المختلط) لمعادلات بلترامي - ميشيل المعممة إلى الحالة الترموديناميكية المستوية لإجهادات جسم هوك الصلب المرن، والمتجانس والمتماثل المناحي.

ثانياً) المقترحات: يمكن أن نختم هذا البحث باقتراح ثلاث مسائل للمناقشة، هي الآتية:

- ❖ تعميم شرط انتظام التغاير الدالي في طريقة القوى المتكاملة من ثم استنتاج الشروط الحدية لتوافق الانفعالات و الشروط الحدية لتوافق الانفعالات بالحالة الديناميكية لجسم مرن استقطابي في المرونة الخطية الاستقطابية، التحريكية، التي لأجلها تصبح صياغة بلترامي ميشيل المعممة المكتملة لأجل الحالة الديناميكية المستوية لإجهادات جسم هوك تامة.

- ❖ تعميم شرط انتظام التغاير الدالي في طريقة القوى المتكاملة من ثم استنتاج الشروط الحدية لتوافق الانفعالات و الشروط الحدية لتوافق الانفعالات بالحالة الديناميكية لمائع تقليدي ولمائع استقطابي في الهيدروديناميك التقليدي والهيدروديناميك الاستقطابي، التي لأجلها تصبح صياغة بلترامي ميشيل المعممة المكتملة لأجل الحالة الديناميكية المستوية لإجهادات جسم هوك تامة.

- ❖ تعميم شرط انتظام التغاير الدالي في طريقة القوى المتكاملة من ثم استنتاج الشروط الحدية لتوافق الانفعالات و الشروط الحدية لتوافق الانفعالات بالحالة الديناميكية لجسم مرن دقيق الاستقطاب في المرونة الخطية دقيقة الاستقطاب

التحريكية، التي لأجلها تصبح صياغة بلترامي ميشيل المعممة المكتملة لأجل الحالة الديناميكية المستوية لإجهادات جسم هوك تامة.

❖ تعميم شرط انتظام التغاير الدالي في طريقة القوى المتكاملة من ثم استنتاج الشروط الحدية لتوافق الانفعالات و الشروط الحدية لتوافق الانفعالات بالحالة الديناميكية لمائع دقيق الاستقطاب في الهيدروديناميك دقيق الاستقطاب، والتي لأجلها تصبح صياغة بلترامي ميشيل المعممة المكتملة لأجل الحالة الديناميكية المستوية لإجهادات جسم هوك تامة.

المراجع

- [1]- S.N. Patnaik , I.Kaljevic , D.A.Hopkins and S.Saigal, (1995), **Completed Beltrami–Michell formulation for mixed boundary value problems in elasticity**, NASA Technical Memorandum 106809 (1995).
- [2]- S.N. Patnaik , D.A.Hopkins, (2001), **Stress Formulation in Three–Dimensional Elasticity** , NASA/TP 210515 (2001).
- [3]- S.N. Patnaik, (1986), **The Variational Energy Formulation for the Integrated Force Method** , AIAA JOURNAL, VOL. 24, NO. 1, JANUARY 1986, p.129–137.
- [4]- S.N. Patnaik , D.A.Hopkins, (2004), **Strength of Materials, A new Unified Theory for the 21st Century**, Copyright © 2004, Elsevier (USA).
- [5]- Ignaczak, J., (1959), **Direct determination of stresses from the stress equations of motion elasticity**, Arch. Mech.Stos.5, 9.
- [6] – Ignaczak , J. , (1963), **A completeness problem for stress equations of motion in the linear elasticity**, Arch.Mech. 15, 225–234.
- [7]- W. Nowocki , (1970), **Theory of Elasticity** , PWN Warsaw.

[8]– Attiah, W., (2020), **The Boundary Compatibility Conditions (BCC) Relating to Unique Solution for Beltrami–Michell equations in Complicated Microstructure Media**, PhD Thesis, Department of Mathematics, Faculty of Science, Al–Baath University.

دراسة توازنات الأطوار في الجملة الثنائية



* الدكتور محمد ديب

** رشا حسام صالح

ملخص

حُضرت العينات ضمن الجملة الثنائية $\text{NaVO}_3\text{-Co}_3\text{O}_4$ عند نسب مولية مئوية مختلفة اعتماداً على الطريقة السيراميكية، باستخدام المركبات الأولية ميتا فانادات الصوديوم NaVO_3 ، وأكسيد الكوبالت Co_3O_4 ، وفق الصيغة الآتية للجملة المدروسة $\text{NaVO}_3\text{-Co}_3\text{O}_4$ (100-x) NaVO_3 -(x)، من أجل النسب المولية المئوية (5=x، 10، 25، 40، 60، 75، 80) مول %، ثم حُضرت على شكل أقراص باستخدام مكبس هيدروليكي يدوي، وأجريت عملية التسخين وفق برنامج حراري محدد، حيث تم تسخين العينات عند الدرجة 150°C لمدة 8 ساعات، وتمت إعادة عمليات الطحن والكبس بنفس الآلية مع زيادة درجة الحرارة 25 درجة مئوية في كل مرة حتى الوصول إلى الدرجة 550°C ، ثم لبّدت العينات عند الدرجة 550°C لمدة 15 ساعة، ودُرست العينات المُحضرة بوساطة جهاز انعراج الأشعة السينية XRD، وجهاز تحديد درجة حرارة الانصهار MP.CWF1200، وتمت مقارنة الأطياف الناتجة للعينات مع أطياف المواد الأولية المُستخدمة، والبارامترات الخاصة بها، حيث أظهرت النتائج تشكّل محلول صلب بلوري على أساس مركب أكسيد الكوبالت حتى النسبة المولية المئوية $60\text{NaVO}_3\text{-}40\text{Co}_3\text{O}_4$ مول %، وتشكّل مركب بلوري جديد له الصيغة الكيميائية $\text{Co}_6\text{Na}_3\text{V}_3\text{O}_{14}$ عند النسبة المولية المئوية $75\text{NaVO}_3\text{-}25\text{Co}_3\text{O}_4$ مول %، وتشكّل محلول صلب بلوري على أساس المركب

* أستاذ دكتور - قسم الكيمياء - كلية العلوم - جامعة تشرين - اللاذقية - سورية.

** طالبة دكتوراه - قسم الكيمياء - كلية العلوم - جامعة تشرين - اللاذقية - سورية.

البلوري الجديد $\text{Co}_6\text{Na}_3\text{V}_3\text{O}_{14}$ ابتداءً من النسبة الموليّة المئويّة $80\text{NaVO}_3\text{-}20\text{Co}_3\text{O}_4$ مول %، وُحِدَّت درجات حرارة انصهار العينات ثمّ رُسم المخطط الطّوري للجملّة المدروسة.

الكلمات المفتاحية: ميتا فانادات الصوديوم NaVO_3 ، أكسيد الكوبالت Co_3O_4 ، مخطط توازنات الأطوار $\text{NaVO}_3\text{-Co}_3\text{O}_4$ ، انعراج الأشعة السينية XRD، درجة حرارة الانصهار.

Study the phases equilibrium of the binary system $\text{NaVO}_3\text{-Co}_3\text{O}_4$

Dr. Mohamad Deeb*
Rasha Hosam Saleh**

Abstract

Samples were prepared within the $\text{NaVO}_3\text{-Co}_3\text{O}_4$ binary system at different molar percentages depending on the ceramic method using crystalline sodium meta vanadate NaVO_3 , and crystalline cobalt oxide Co_3O_4 , according to $(x)\text{NaVO}_3\text{-(100-x)Co}_3\text{O}_4$, for the molar percentages ($x= 5, 10, 25, 40, 60, 75, 80$), Then they were prepared in tablets form using a manual hydraulic press. The heating process was carried out under a specific heat program, and the samples were heated at 150°C for 8 hours. The grinding and pressing operations were repeated by the same mechanism, with an increase in temperature of 25°C each time until reaching 550°C . After that the samples were sintered at 550°C for 15 hours. The prepared samples were studied using X-rays diffraction device (XRD), and a melting point determination device MP.CWF 1200. The resulting spectra of the samples were compared with the spectra of the raw materials that are used, and their parameters. Where the results showed a formation of a crystalline solid solution on the basis of cobalt oxide up to the molar percentage of $60\text{NaVO}_3\text{-}40\text{Co}_3\text{O}_4$ mole%, and a formation of a new crystalline compound with the chemical formula $\text{Co}_3\text{Na}_3\text{V}_3\text{O}_{13}$ at the molar percentage of $75\text{NaVO}_3\text{-}25\text{Co}_3\text{O}_4$ mole%, and a formation of a crystalline solid solution on the basis of the new crystalline compound $\text{Co}_3\text{Na}_3\text{V}_3\text{O}_{13}$ which starts at the molar percentage $80\text{NaVO}_3\text{-}20\text{Co}_3\text{O}_4$ mole%. The melting temperatures of the samples were determined, then the phase diagram of the studied system was drawn.

Key words: sodium meta vanadate NaVO_3 , cobalt oxide Co_3O_4 , phases equilibrium diagram $\text{NaVO}_3\text{-Co}_3\text{O}_4$, X-rays diffraction, melting point determination.

*Prof. Dr – Chemistry Department – Faculty of Sciences – Tishreen University – Lattakia – Syria.

**PhD Student – Chemistry Department – Faculty of Sciences – Tishreen University – Lattakia – Syria.

مقدمة:

يُعدّ البحث عن المواد والمركبات الكيميائية التي تلعب الدور الأكبر في التطبيقات التقنية الحديثة أساس الدراسات العلمية والتوجهات البحثية الحالية، ويُعتبر مركب ميتا فانادات الصوديوم NaVO_3 من المركبات الكيميائية الهامة وله أشكال بلورية تأصلية مختلفة هي $\alpha\text{-NaVO}_3$ ، $\beta\text{-NaVO}_3$ ، وينصهر عند درجة الحرارة 630°C [1، 2]. كذلك فإن ميتا فانادات الصوديوم له أهمية كبيرة في العزل الكهربائي [3، 4]، حيث يُستخدم ككاثود في البطاريات كبطارية أيون الصوديوم التي يمكن فيها الحفاظ على الشحنة لمدة طويلة وتعويض نقل الشحنة أثناء الشحن والتفريغ بسبب السلوك الفريد الذي يُبديه ميتا فانادات الصوديوم NaVO_3 [5].

كذلك يُعتبر أكسيد الكوبالت Co_3O_4 من المركبات الهامة كهربائياً خاصةً عند استخدامه في البطاريات، حيث يتميز باستطاعة عالية وكثافة مرتفعة، فضلاً عن خصائصه الكيميائية المستقرة [6]، لذلك يتم استخدامه في البطاريات القابلة لإعادة الشحن، ما يجعلها تتمتع بميزات هامة ويحسن من صفاتها، وهو ينصهر عند الدرجة 895°C [7].

كما تم استخدام ميتا فانادات الصوديوم NaVO_3 في العديد من أنواع البطاريات، الذي أظهر تحسّن صفاتها وأدائها [8]، حيث أنه يزيد قدرة البطاريات على تخزين الطاقة مما يُطيل عمرها، ويساعد في زيادة قابلية الانعكاس وتعزيز الأداء الكهروكيميائي لها [9].

أيضاً تم استخدام أكسيد الكوبالت Co_3O_4 في العديد من التطبيقات التي بيّنت أهميته الكبيرة حيث أنّ الصفات التي يتمتع بها كالسعة الكهربائية العالية تؤدي إلى الأداء المثالي في زيادة السعة واختزان الشحنة الكهربائية [10]، وعند استخدامه في بطاريات أيون ليثيوم/صوديوم عالية الأداء أدى إلى تحسين خصائصها بسبب سلامتها المُحسّنة والتكلفة المنخفضة والكثافة الطاقية الحجمية العالية، والوصول إلى قدرة تخزين فائقة لها

[11]، إضافة إلى قدرته على تحسين الخصائص الكهروكيميائية عند استخدامه كمواد كاثود لبطاريات أيون الليثيوم، [12].

وهذا ما يزيد من أهمية هذين المركبين ومجال استخدامهما كمؤكسدات قوية أو في المدخرات الكهربائية إضافة إلى المكتفات الفائقة ومجالات صناعية أخرى، ومن هنا تأتي أهمية هذه الجملة.

تمّ الاعتماد في هذه الدراسة على قاعدة توازن الأطوار في الجمل الثنائية، التي تُعطى بالعلاقة التالية [13]:

$$F + \Phi = K + n$$

- F: عدد درجات الحرية
- Φ : عدد الأطوار البلورية
- K: عدد المركبات
- n: الشروط الخارجية من ضغط ودرجة حرارة (T, P).

أهمية البحث وأهدافه:

يُعتبر هذا البحث من الأبحاث التي تأخذ حيزاً كبيراً في الدراسات العلمية الحالية، التي تركز على الذكاء الصناعي والتطور التكنولوجي، خاصة وأنّ المركبات المُستخدمة تتمتع بمواصفات هامة ونوعية، ويهدف البحث إلى دراسة تشكّل الأطوار البلورية في الجملة

الثنائية $\text{NaVO}_3\text{-Co}_3\text{O}_4$ عند نسب مولية مئويّة مختلفة ودرجات حرارة متباينة، ورسم مخطط توازنات الأطوار لها.

المواد وطرق البحث:

1. المواد المستخدمة

- ميتا فانادات الصوديوم NaVO_3 (S) بنقاوة 99%.
- أكسيد الكوبالت Co_3O_4 (S) بنقاوة 99%.

2. الأدوات والأجهزة المستخدمة

- منخل يدوي
- ميزان حساس (0.0001 gr)
- هاون من العقيق
- مكبس هيدروليكي يدوي استطاعة 3 ton/cm^2
- فرن ترميد (Carbolite, BAMFORD, SHEFFIELD, ENGLAND,) (S30 2 AU)
- جهاز انعراج الأشعة السينية XRD باستخدام الأشعة الصادرة عن معدن النحاس
- جهاز قياس درجة الانصهار MP.CWF 1200

$$[\lambda \text{ K}\alpha_1] = 1.54060^\circ \text{A}$$

3. تحضير العينات

اعتماداً على الطريقة السيراميكية [14]، حُضرت العينات ابتداءً من مساحيق المواد الأولية ميتا فانادات الصوديوم NaVO_3 بالشكل البلوري، وأكسيد الكوبالت Co_3O_4

بالشكل البلوري، ضمن الصيغة التالية للجملة الثنائية $(x)\text{NaVO}_3-(100-x)\text{Co}_3\text{O}_4$ ، حيث حُسبت أوزان المواد المُستخدمة من أجل النسب المولية المئوية التالية ($x=5, 10, 25, 40, 60, 75, 80$) مول %، كما يلي:

- نخلت المواد باستخدام منخل يدوي للحصول على الحجم نفسه من الحبيبات.
- اعتماداً على الأوزان الجزيئية للمواد المُستخدمة وُزنت المواد الأولية وفق الصيغة التالية للجملة $(x)\text{NaVO}_3-(100-x)\text{Co}_3\text{O}_4$ بتابعية النسب المولية المئوية ($x=5, 10, 25, 40, 60, 75, 80$)، كما هو موضح في الجدول (1):

جدول (1): طريقة حساب النسب المولية المأخوذة من كل مادة أولية بتابعية النسبة x من أجل 1 g

x	composition	unit wt	
		NaVO ₃	Co ₃ O ₄
5	5 % NaVO ₃ + 95% Co ₃ O ₄	0.0260	0.9740

ثم حُضرت العينات وفق الخطوات التالية:

- أُجريت عمليتي الخلط والطحن اليدوي بشكل جيد ضمن هاون من العقيق لمدة (7-8) ساعة لكل عينة، فكلما ازدادت عمليتي الخلط والطحن يزداد التجانس.
- حُضرت العينات على شكل أقراص بوساطة مكبس هيدروليكي يدوي.
- سُخنت العينات في المجفف عند الدرجة 150°C لمدة 8 ساعات.
- أُعيدت عمليات الطحن والخلط اليدوي، ثم الكبس والتسخين بنفس الآلية ضمن المجال (150-550) درجة مئوية مع زيادة الحرارة 25 درجة مئوية في كل مرة حتى الوصول إلى الدرجة 550°C ، وذلك لأن التفاعلات في الحالة الصلبة تعتمد على مبدأ الانتشار لذلك تمّ التسخين والطحن كل 25 درجة لضمان حدوث التفاعل والتجانس في كامل العينة، ثم لُبّدت العينات عند الدرجة 550°C لمدة 15 ساعة.
- طُحنت العينات بشكل جيد جداً.

4. دراسة العينات

دُرست العينات المُحضّرة بوساطة:

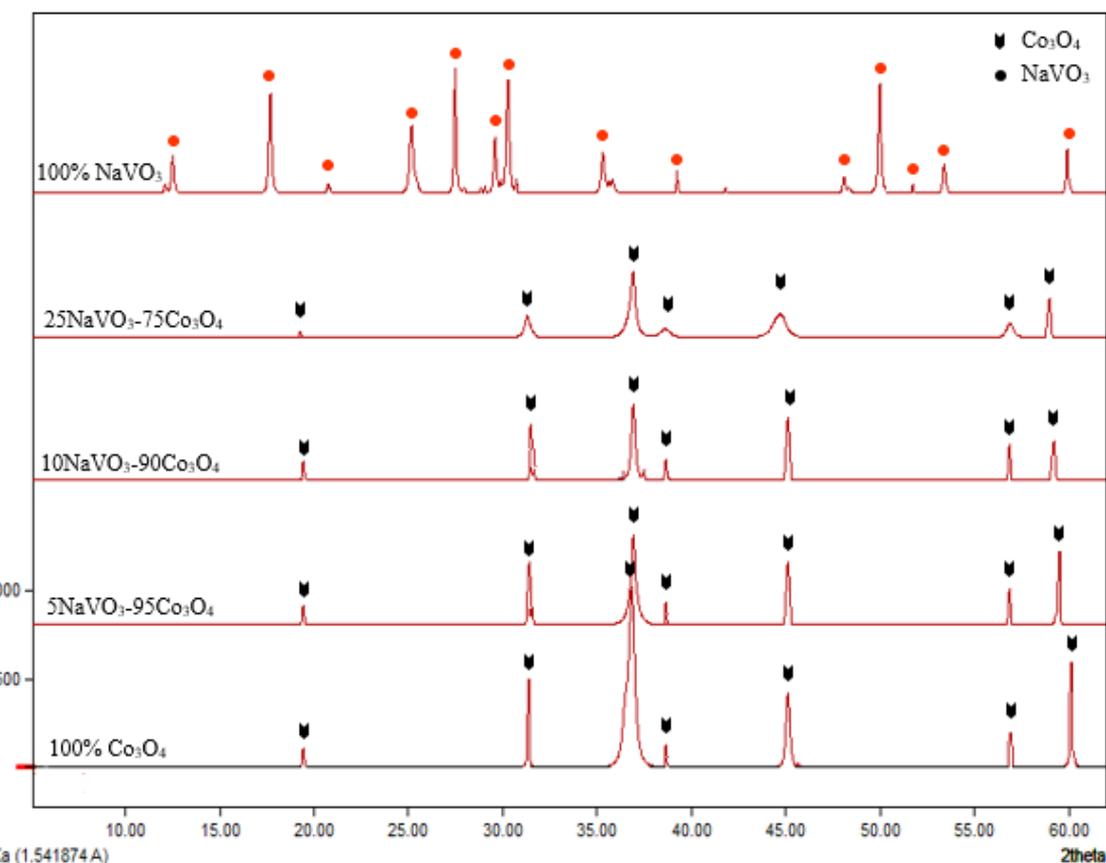
- جهاز انعراج الأشعة السينية XRD، باستخدام الأشعة الصادرة عن معدن النحاس $[\lambda \text{K}\alpha_1] = 1.54060^\circ \text{A}$.
- جهاز قياس درجة حرارة الانصهار MP. CWF 1200

النتائج والمناقشة:

1. مطيافية الأشعة السينية XRD:

دُرست العينات المُحضّرة ضمن الجملّة الثنائية $\text{NaVO}_3\text{-(100-x)Co}_3\text{O}_4$ وفق النسب المولية المذكورة سابقاً إضافةً إلى المواد الأولية المستخدمة، بوساطة جهاز انعراج الأشعة السينية XRD، وبعد مقارنة الأطياف الناتجة للعينات مع أطياف المواد الأولية المستخدمة بيّنت النتائج ما يلي:

1. عند النسبة المولية المئوية Co_3O_4 100% جميع القمم تعود لمركب أكسيد الكوبالت النقي الذي تمّت مقارنته مع الطيف المرجعي Co_3O_4 . ويستمر طيف أكسيد الكوبالت والقمم المميّزة له مع زيادة نسبة ميثا فانادات الصوديوم حتى النسبة المولية المئوية $60\text{NaVO}_3\text{-}40\text{Co}_3\text{O}_4$ مول%، حيث $(x=5, 10, 25, 40, 60)$ ، مما يدلّ على تشكّل محلول صلب بلوري على أساس مركب أكسيد الكوبالت حتّى هذه النسبة بسبب انحلال ميثا فانادات الصوديوم في أكسيد الكوبالت، كما هو موضّح في الشكلين (1) و(2):

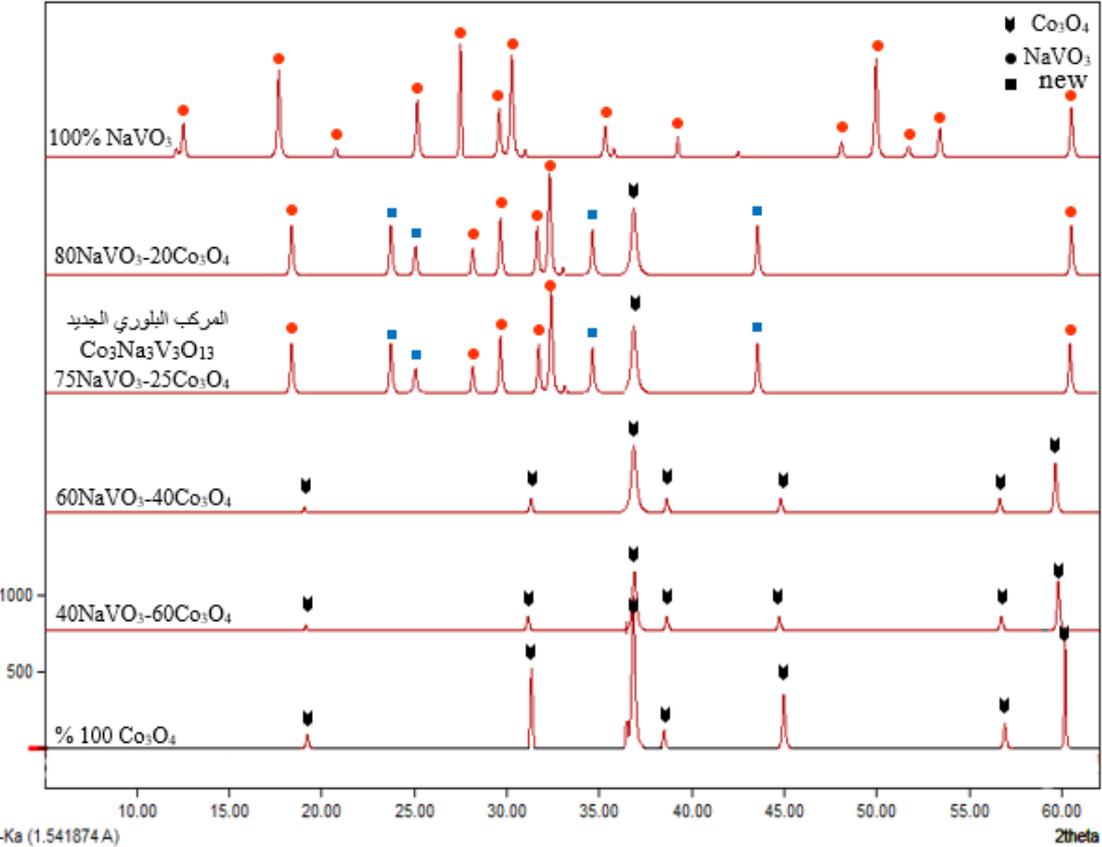


الشكل (1): طيفو المحلول الصلب البلوري المتشكل على أساس أكسيد الكوبالت

2. عند النسبة المولية المئوية $100\% \text{NaVO}_3$ جميع القمم تعود لمركب ميتا فانادات الصوديوم النقي، الذي تمت مقارنته مع الطيف المرجعي NaVO_3 . نلاحظ زيادة نسبة ميتا فانادات الصوديوم في العينات عند النسبة المولية المئوية 75NaVO_3 — $25\text{Co}_3\text{O}_4$ مول% حيث $(75=x)$ ، اختفاء جميع قمم أكسيد الكوبالت تقريباً، وظهور بعض قمم ميتا فانادات الصوديوم إضافة إلى ظهور قمم جديدة أخرى، مما يشير إلى تشكل مركب بلوري جديد له طيف مختلف عن طيفو المواد الأولية المستخدمة، صيغته

الكيميائيّة $\text{Co}_3\text{Na}_3\text{V}_3\text{O}_{13}$ ، وهو ناتج عن تفاعل ميتا فانادات الصوديوم مع أكسيد الكوبالت، كما هو موضّح في الشكل (2).

ويستمر طيف المركب البلوري الجديد $\text{Co}_3\text{Na}_3\text{V}_3\text{O}_{13}$ مع زيادة ميتا فانادات الصوديوم عند النسبة $80\text{NaVO}_3\text{-}20\text{Co}_3\text{O}_4$ مول% حيث $(80=x)$ ، مما يدلّ على تشكّل محلول صلب بلّوري على أساس المركب البلوري $\text{Co}_3\text{Na}_3\text{V}_3\text{O}_{13}$ ، وهو ناتج عن انحلال ميتا فانادات الصوديوم في المركب البلوري الجديد $\text{Co}_3\text{Na}_3\text{V}_3\text{O}_{13}$ ، كما هو موضّح في الشكل (2):



الشكل (2): المركب البلوري الجديد والمحلول الصلب المتشكل على أساسه

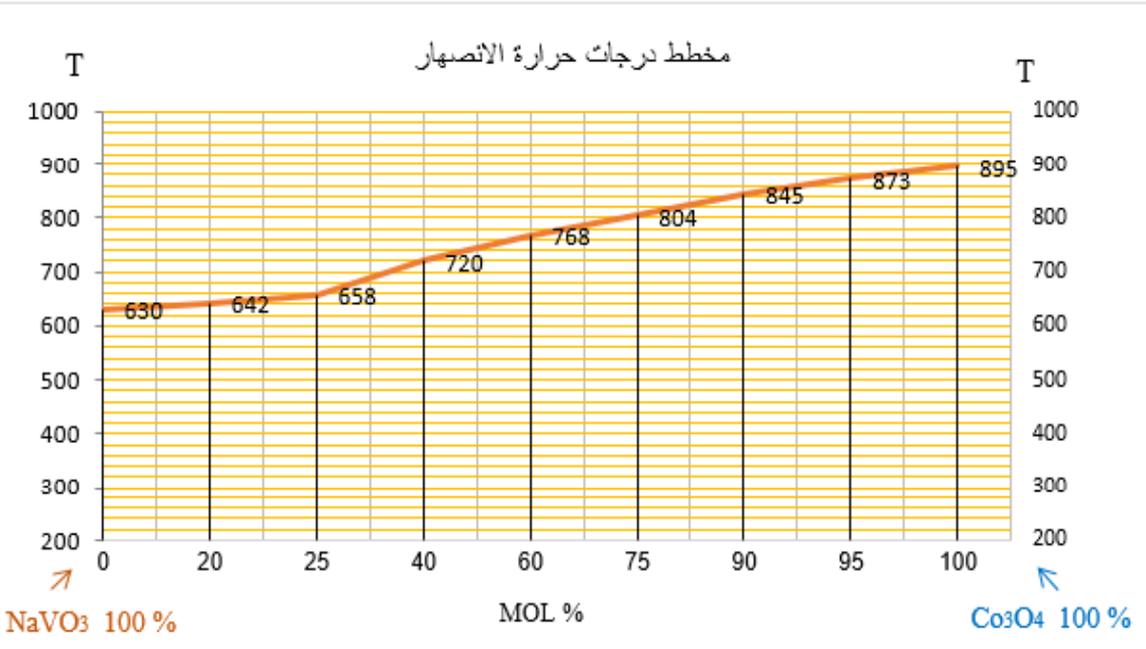
2. تحديد درجات حرارة الانصهار:

حُدِّدَت درجات حرارة الانصهار للعينات المُحضَّرة وفق النسب المولية المئوية المدروسة، إضافةً إلى المواد الأولية المُستخدمة بواسطة جهاز MP.CWF 1200 كما هي مُوضَّحة في الجدول (2).

جدول (2): يُبيِّن العلاقة بين درجات حرارة الانصهار والنسب المولية للمواد الأولية والعينات المُحضَّرة المدروسة.

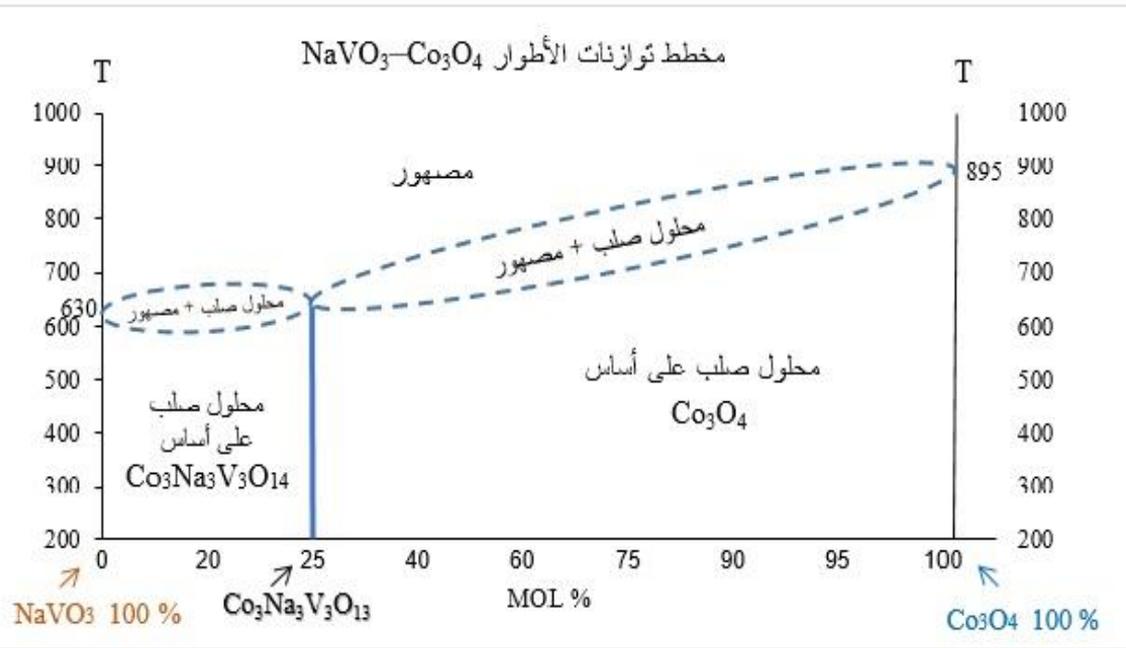
رقم العينة	Co ₃ O ₄ Mole%	NaVO ₃ Mole%	درجة حرارة الانصهار C ^o
1	100	0	895
2	95	5	873
3	90	10	845
4	75	25	804
5	70	40	768
6	50	60	720
7	25	75	658
8	20	80	642
9	0	100	630

رُسم منحنى بياني يُوضِّح العلاقة بين درجات حرارة الانصهار والنَّسب المولية المئوية المُحضَّرة، حيث أنَّ درجة حرارة انصهار NaVO_3 هي 630°C ، ودرجة حرارة انصهار Co_3O_4 هي 895°C ، وفق الشَّكل (3):



الشكل (3): منحنى درجات الانصهار بدلالة النسب المولية المئوية المحضَّرة

اعتماداً على نتائج حيود الأشعة السينية XRD، ودرجات حرارة الانصهار، رُسم مخطط توازنات الأطوار للجملة الثنائية $\text{NaVO}_3\text{-Co}_3\text{O}_4$ ، الذي يوضِّح الأطوار الناتجة وفق النَّسب المولية المئوية المُحضَّرة، كما هو موضَّح في الشكل (4):



الشكل (4): مخطط توازنات الأطوار للجملة الثنائية $\text{NaVO}_3\text{-Co}_3\text{O}_4$

الاستنتاجات والتوصيات:

الاستنتاجات

- تشكل محلول صلب بلوري على أساس مركب أكسيد الكوبالت حتى النسبة المولية المئوية $60\text{NaVO}_3\text{-}40\text{Co}_3\text{O}_4$ مول %، بسبب انحلال ميتا فانادات الصوديوم NaVO_3 في أكسيد الكوبالت، حيث يستمر طيف أكسيد الكوبالت حتى هذه النسبة.
- تشكل مركب بلوري جديد عند النسبة المولية المئوية $75\text{NaVO}_3\text{-}25\text{Co}_3\text{O}_4$ مول %، صيغته الكيميائية $\text{Co}_3\text{Na}_3\text{V}_3\text{O}_{13}$ ، ينصهر عند الدرجة 658°C ، وهو ناتج عن تفاعل ميتا فانادات الصوديوم مع أكسيد الكوبالت، حيث تخفي معظم قمم أكسيد الكوبالت، وتظهر بعض قمم ميتا فانادات الصوديوم، كما تظهر قمم جديدة أخرى، مما يدل على تشكل بنية بلورية مختلفة عن المواد الأولية المستخدمة.

- تشكّل محلول صلب بلّوري على أساس المركب البلوري $\text{Co}_3\text{Na}_3\text{V}_3\text{O}_{13}$ ابتداءً من النسبة $80\text{NaVO}_3\text{-}20\text{Co}_3\text{O}_4$ مول %، ناتج عن انحلال ميّتا فانادات الصوديوم في المركب البلوري الجديد $\text{Co}_3\text{Na}_3\text{V}_3\text{O}_{13}$ الذي يستمر طيفه في هذا المجال.

التوصيات

- تطبيق النسب المولية المئوية للعينات المُحضّرة في الجملة الثنائية $\text{NaVO}_3\text{-}(100\text{-}x)\text{Co}_3\text{O}_4$ ضمن البطاريات والمكثفات بهدف تطويرها وزيادة استطاعتها، وذلك بسبب الخصائص الهامة التي تتمتع بها هذه المركبات، إلى جانب تشكّل مركب بلوري جديد له بنية بلورية مختلفة عن المواد الأولية المُستخدمة، إضافةً إلى أنّ أعلى درجة حرارة تمّ الوصول إليها للحصول على الأطوار الناتجة (المركب البلوري الجديد والمحاليل الصلبة البلورية) هي 550°C ، مما يتيح إمكانية تطبيقها بشكل أسهل، إلى جانب كونها صديقة للبيئة.

المراجع العلمية:

- [1]. Raw, R. Sakuntala, T. Shaikh, A. M. And Deb, S, K. (2007). *High pressure behavior of NaVO₃: A Raman scattering study*. ScienceDirect. **180**, 2824–2829.
- [2]. Kuok, H. M; Tang, H. S; Shen, X. Z; Ong, W. C (1995). *Raman Spectroscopic Studies of α -NaVO₃, β -NaVO₃ and NaVO₃.2H₂O*. Journal of Raman Spectroscopy. **26**, 301–306.
- [3]. Khan, A; Ghare, D; Narayanan, P (1983). *Dielectric and pyroelectric properties of sintered discs of sodium meta vanadate*. Bull Mater Science. **5**(2), 133-137.
- [4]. Deeb, Mohamad; Saleh, Hosam. Rasha (2021). *Study of Electrical Properties of the Binary System MnO₂-NaVO₃ at Different Frequencies*. Tishreen University Journal for Research and Scientific Studies. **43**(4), 125-135. (In Arabic)
- [5]. Zhang, Jiaolong; Su, Bizhe; Kitajou, Ayuko; Fujita, Manabu; Cui, Yunlin; Oda, Mami (2018). *Activating abnormal capacity in stoichiometric NaVO₃ as cathode material for sodium-ion battery*. ScienceDirect. **400**, 377-382.
- [6]. Shi, Yuxin; Pan, Xiaofan; Li, Bing; Zhao, Mingming; Pang, Huan (2018). *Co₃O₄ and its composites for high-performance Li-ion batteries*. Chemical Engineering Journal. **5**(2), 133-137.
- [7]. Zhang, Zhigang; Gao, Lianlian; Dong, Yanfeng Dongb; Zhao, Jinping Zhaoa; Wu, Zhongshuai (2018). *Embedding Co₃O₄ nanoparticles into graphene nanoscrolls as anode for lithium ion batteries with superior capacity and outstanding cycling stability*. ScinceDirect. 1-6.
- [8]. Wan, Fang; Zhang, Linlin; Dai, Xi; Wang, Xinyu; Niu, Zhiqiang; Chen, Jun (2018). *Aqueous rechargeable zinc/sodium vanadate batteries with enhanced performance from simultaneous insertion of dual carriers*. Nature Communications. **9**, 1-11

- [9]. She, Binghong; Shan, Lutong; Chen, Huijie; Zhou, Jiang; Guo, Xun; Fang, Guozhao; Cao, Xinxin; Liang, Shuquan (2019). *Investigation of sodium vanadate as a high-performance aqueous zinc-ion battery cathode*. ScienceDirect. **37**, 172-175.
- [10]. Sun, Fu; Huang, Kai; Liu, Yuping; Gao, Tian; Han, Yunan; Zhong, Jianxin (2013). *Hierarchical structure of Co_3O_4 nanoparticles on Si nanowires array films for lithium-ion battery applications*. ScienceDirect. **266**, 300-305.
- [11]. Li, Huan-Huan; Li, Zi-Yao; Wu, Xing-Long; Zhang, Lin-Lin; Fan, Chao-Ying; Wang, Hai-Feng; Li, Xiao-Ying; Wang, Kang; Sun, Hai-Zhu; Zhang, Jing-Ping (2016). *Shale-like Co_3O_4 for high performance lithium/sodium ion batteries*. Journal of Materials Chemistry. **1**(3), 1-8.
- [12]. Xu, Rui; Wang, Jiawei; Li, Qiuyu; Sun, Guoying; Wang, Enbo; Li, Siheng; Gi, Jianmin; Ju, Mingliang (2009). *Porous cobalt oxide (Co_3O_4) nanorods: Facile syntheses, optical property and application in lithium-ion batteries*. ScienceDirect. **182**, 3177-3182.
- [13]. Frolov, T; Mishin, Y (2015). *Phases, phase equilibria, and phase rules in low-dimensional systems*. The journal of chemical physics. **143**, 1-14.
- [14]. Deeb, Mohamad; Saleh, Hosam. Rasha (2017). *Study of the phase Equilibrium in the diagram system $\text{MnO}_2\text{-NaVO}_3$* . Tishreen University Journal for Research and Scientific Studies. **39**(6), 125-135. (In Arabic)

دراسة تأثير الري بتركيز مختلفة من كلور الصوديوم في بعض مؤشرات إنبات ونمو بذور الفاصولياء صنف البلدي (*Phaseolus vulgaris L.*)

¹الدكتورة نجاة جنود ²الدكتورة ميرنا عشي ³سالي شمدين

ملخص

نفذ البحث لإختبار تأثير الملوحة بتركيز مختلفة من NaCl (0, 0.5, 1, 1.5, 2, 3 g/l) في بعض مؤشرات الإنبات والنمو لنبات الفاصولياء صنف بلدي *Phaseolus vulgaris L*، وأظهرت النتائج وجود فروق معنوية بين الشاهد وجميع المعاملات الملحية في كافة المؤشرات المدروسة وكانت النتائج كما يلي:

تناقصت النسبة المئوية للإنبات مع ازدياد التركيز الملحي مقارنةً بالشاهد الذي أعطى أعلى نسبة إنبات وصلت إلى (72.5 %) وانعدم الإنبات عند التركيز (3g/l)، وتفوقت معاملة الشاهد في سرعة الإنبات بحيث بلغت (8.3) يوم/بذرة وأخذت السرعة تتباطأ تدريجياً بازدياد التركيز الملحي حيث بلغت (23.9) يوم/بذرة عند التركيز (2g/l)، وانخفضت المساحة الورقية تدريجياً مع زيادة التركيز الملحي مقارنةً بالشاهد بحيث بلغت (18.92 سم²) في معاملة الشاهد و(13.11 سم²) عند التركيز (2g/l)، وأدت زيادة تركيز ملح كلور الصوديوم إلى إنخفاض المحتوى المائي للأوراق مقارنةً بالشاهد حيث بلغ عند التركيز (2g/l) (67.44 %).

نستنتج مما سبق إن نبات الفاصولياء يملك حساسية عالية تجاه التراكيز العالية من الأملاح.

الكلمات المفتاحية: الفاصولياء، الإنبات، النمو، تراكيز ملحية.

¹ أستاذ في قسم علم الحياة النباتية-كلية العلوم-جامعة تشرين-اللاذقية-سورية.

² أستاذ في قسم علم الحياة النباتية-كلية العلوم-جامعة تشرين-اللاذقية-سورية.

³ طالبة ماجستير في قسم علم الحياة النباتية-كلية العلوم-جامعة تشرين-اللاذقية-سورية.

Study the effect of irrigation with different concentrations of sodium chloride on some indicators of germination and growth of the seeds of beans (*phaseolus vulgaris L.*).

¹Dr.Najat Jannoud ²Dr.Mirna Ashi ³Sally Shamdeen

Abstract

The research was carried out to test the effect of salinity with different concentrations of sodium chloride (0, 0.5, 1, 1.5, 2, 3 g/L) on some indicators of germination and growth of the *Phaseolus vulgaris* plant cultivar Baladi, the results showed that there were significant differences between the control and all saline treatments in all the studied indicators, and the results were as follows:

The percentage of germination decreased with the increase of the salt concentration compared to the control that gave the highest percentage of germination that reached (72.5 %) and no germination at the(3g/L) concentration, The control treatment excelled in the speed of germination, reaching (8.3) day/seed, and the speed gradually slowed down with the increase in the salt concentration, reaching it (23.9) day/seed at the(2g/L) concentration, The leaf area gradually decreased with the increase in the salt concentration compared to the control so that it reached(18.92cm²) in the treatment of the control and (13.11cm²) at the(2g/L) concentration and the increase in the concentration of sodium chloride salt led to a decrease in the water content of the leaves compared to the control when it reached (67.44%) at the (2g/L) concentration. We conclude from the above that the bean plant has a high sensitivity towards high concentrations of salinity.

Keyword: Phaselous vulgaris, Germination, Growth, Salt concentrations.

¹professor. Dept. of Plant, Faculty of Science, Tishreen University, Lattakia, SYRIA.

²professor. Dept. of Plant, Faculty of Science, Tishreen University, Lattakia, SYRIA.

³ MA Student. Dept. of Plant, Faculty of Science, Tishreen-University, Lattakia –Syria

مقدمة:

تتعرض النباتات خلال مراحل حياتها للعديد من الإجهادات البيئية وتستجيب لها بطرائق مختلفة إذ تؤثر هذه الإجهادات سلباً في نمو النبات وتطوره وإنتاجيته، وتأتي في مقدمتها الملوحة التي تعد من أهم العوامل اللا حيوية المحددة للنمو والإنتاجية لكثير من المحاصيل الزراعية خاصة في المناطق الجافة وشبه الجافة حيث يكون محتوى التربة من الأملاح عالياً [24].

تقع سوريا ضمن المناطق الجافة وشبه الجافة وذلك لقلّة هطول الأمطار فيها، وإرتفاع درجات الحرارة حيث تعاني حالياً من تناقص شديد في مساحة الأراضي الزراعية والمحاصيل الغذائية وذلك بسبب ما تعرضت له هذه البلاد من حرب جائرة وحرائق مفتعلة وغيرها الكثير من الأسباب التي أدت إلى تقلص في المساحة المزروعة [27, 12].

تؤثر الملوحة في كافة النواحي الفيزيولوجية والبيوكيميائية والمورفولوجية للنبات، ويعد الإنبات أول الأطوار الفيزيولوجية تائراً وأكثرها حساسية للملوحة لدى الكثير من النباتات نتيجة سمية شوارد الصوديوم والكلور المتراكمة حول الجذور والتي تسبب صعوبة في امتصاص الماء والمغذيات من قبل الجذور، ويعود ذلك لتأثيرات وتغيرات فيزيولوجية في العمليات الحيوية التي يقوم بها النبات من تركيب ضوئي وتنفس، تنعكس على مورفولوجيا النبات من حيث (نقزم النبات، تشوه الأوراق وتقلص مساحتها) [53]، حيث أثبتت دراسات كل من [21, 34, 38] التأثير السلبي للملوحة على الإنبات لدى نباتات (عباد الشمس، اللوبيا، البندورة) وتجلّى ذلك في تراجع كافة مؤشرات الإنبات لديها.

دراسة تأثير الري بتركيز مختلفة من كلور الصوديوم في بعض مؤشرات إنبات ونمو بذور
الفاصولياء صنف البلدي (*Phaseolus vulgaris L.*)

ويتجلى الأثر السلبي للإجهاد الملحي على نمو النبات أولاً: من خلال الإجهاد الأسموزي (مباشر وسريع) الذي يؤدي إلى تثبيط امتصاص الماء الذي يتوسط كافة العمليات الحيوية التي تجري في النبات [17, 22].

أكد [58] بأن التركيز 200mMol كان مثبطاً للإنبات وباقى مؤشرات النمو لدى نبات عباد الشمس (*Helianthus annuus L.*)، حيث تؤدي زيادة الملوحة لقلّة امتصاص الماء من قبل الجذور وازدياد فقده من الأوراق واختلال المغذيات وانخفاض في عملية التركيب الضوئي.

ثانياً: من خلال الإجهاد الأيوني (غير مباشر وبطيء) الذي يؤدي لكل من تثبيط عمل الأنزيمات التي تحفز العمليات الفيزيولوجية والحيوية وتقرم النبات نتيجة انخفاض انقسام الخلايا وتمايزها بسبب التغذية الغير متوازنة، تقليل الوزن الرطب والجاف للجذور والأوراق وتغيير مورفولوجيا الأوراق بحيث تصبح أسمك ويتناقص عددها وانخفاض مساحة المسطح الورقي الفعال في عملية التركيب الضوئي [16, 39].

تختلف النباتات في قدرة تحملها للملوحة وهذا مرتبط بنوع النبات ومرحلة النمو، ويمكن تقسيمها كالتالي [35, 51]:

- نباتات متحملة لتراكيز عالية من الملوحة: الشوندر السكري.
- نباتات متوسطة التحمل للملوحة: القمح، عباد الشمس.
- نباتات حساسة للملوحة: فول الصويا، الأرز، الفاصولياء.

تنتمي الفاصولياء إلى شعبة البذريات *Spermatophyta* وصف ثنائيات الفلقة

Dicotyledonae ورتبة البقوليات *Fabales* والفصيلة البقولية *Fabaceae* [10]

والتي تعد من أكبر الفصائل النباتية، فهي تأتي في المرتبة الثانية بعد النجيليات

Poaceae من حيث الأهمية الاقتصادية والتي تشكل الغذاء الأساسي لكثير من دول

العالم، وذلك لما تحويه من بروتينات وليبيدات وألياف وكما تتضمن مركبات نباتية فعالة

بيولوجيا (كالفينولات والأنتوسيانين والقلويدات) التي تملك أهمية كبيرة في المجال الطبي (علاج السرطان، والسكري، والربو) [49; 57].

ومن الصفات الرئيسية التي يتميز بها نبات الفاصولياء قدرته العالية على تثبيت الأزوت الجوي بفضل البكتريا المستقرة في العقد الجذرية [31]، وتعد أمريكا الجنوبية الموطن الأصلي للفاصولياء، ثم انتقلت زراعتها لباقي أنحاء العالم [6].

مبررات البحث والهدف منه:

نظراً للضغوطات المائية الكبيرة التي تتعرض لها الدول ومن ضمنها سوريا وتحول الكثير من الأراضي غير القابلة للزراعة لأراضي زراعية أصبح من الضروري استخدام مياه أقل جودة لسد حاجات السكان الغذائية المتزايدة، ومن جهة أخرى يعد محصول الفاصولياء من المحاصيل الغذائية الهامة في سوريا إلى جانب أهميته الطبية وذلك لما يحتويه من مركبات فعالة.

يهدف بحثنا:

لدراسة تأثير تراكيز مختلفة من NaCl (0, 0.5, 1, 1.5, 2, 3 g/l) في بعض مؤشرات الإنبات والنمو لبذور الفاصولياء *Phaseolus vulgaris L.*، وإظهار مدى قدرة تحمل نبات الفاصولياء لهذه التراكيز.

مواد البحث وطرائقه:

1. المادة النباتية:

بذور الفاصولياء *Phaseolus Vulgaris*: تم الحصول عليها من الصيدلية الزراعية من مدينة اللاذقية، وحسب I.S.T.A (1996) [30] الذي يوصي بوزن ألف

دراسة تأثير الري بتركيز مختلفة من كلور الصوديوم في بعض مؤشرات إنبات ونمو بذور
الفاصولياء صنف البلدي (*Phaseolus vulgaris L.*)

بذرة قبل الزراعة بحسب القانون التالي وزن 1000 بذرة = متوسط وزن 100 بذرة $\times 10$ عن [2] كان الوزن في العينة المدروسة (420.15g) وهو ضمن الحدود الطبيعية لوزن بذور الفاصولياء القابلة للإنبات حسب [9] والتي تتراوح بين (150g-900g)، ثم وضعت في مغطس مائي صغير لعزل البذور الفارغة التي طافت على السطح وجففت هوائيا في جو المخبر الطبيعي، نفذت التجربة في المشتل التابع لكلية الزراعة في جامعة تشرين في اللاذقية ومخابر كلية العلوم.

2. الزراعة:

تم استخدام (240) بذرة وزعت على ستة معاملات ولكل معاملة أربعة مكررات وفي كل مكرر عشرة بذور ووزعت المعاملات كالآتي:

- المعاملة الأولى: T_1 : تركيز ملحي (0g/l) الشاهد.
- المعاملة الثانية T_2 : تركيز ملحي (0.5g/l) .
- المعاملة الثالثة T_3 : تركيز ملحي (1g/l).
- المعاملة الرابعة T_4 : تركيز ملحي (1.5g/l) .
- المعاملة الخامسة T_5 : تركيز ملحي (2g/l) .
- المعاملة السادسة T_6 : تركيز ملحي (3g/l) .

وضعت هذه البذور في أكياس بولي إيثيلين سعة لتر تحوي مزيج من (تربة، رمل، زيل) بنسبة

(1, 2, 2) على التوالي، وتمت الزراعة بتاريخ 2020/4/5 [18].

3. أخذ القراءات:

في الأسبوع الأول تمت السقاية بماء الصنبور لكافة المعاملات، وقمنا بعدها بسقاية المعاملات بتراكيز ملحية مختلفة ما عدا الشاهد (2020/4/5).

نفذت المراقبة بشكل يومي في الساعة السادسة والنصف صباحاً لرصد إنبات البذور، وأخذت قراءات الإنبات من اليوم السابع للزراعة بتاريخ 2020/4/12 وهي المدة اللازمة لإنبات بذور الفاصولياء [45] وبعد نهاية التجربة التي استمرت حوالي (40 يوم) تمت دراسة مؤشرات الإنبات التالية:

1.3. النسبة المئوية للإنبات: نسبة الإنبات = عدد البذور الكلية النابتة/ العدد الكلي للبذور المزروعة $\times 100$. [5]

2.3. سرعة الإنبات: تم حسابها وفق معادلة (Harrington) عن [2].

$$\frac{N1T1 + N2T2 + N3T3 \dots}{N1 + N2 + N3 \dots}$$

حيث: $N_1, N_2, N_3 \dots$ عدد البذور النابتة في الأزمان $T_1, T_2, T_3 \dots$.

3.3. قيمة الإنبات:

$$GV = \frac{EDGS}{N} \times (GP \times 10) \text{ عن [42]}$$

حيث: DGS = سرعة الإنبات اليومي: مجموع البذور النابتة/ عدد أيام الإنبات.

N = عدد أيام الإنبات.

Gp = عدد البذور النابتة في نهاية الاختبار/100.

رقم 10 عدد ثابت.

4.3. وتيرة الإنبات:

$$\text{التوتيرة} = \frac{\text{عدد البذور النابتة في اليوم}}{\text{العدد الكلي للبذور}} \times 100 . \text{ عن [1].}$$

بعد دراسة مؤشرات الإنبات الذي استمر لمدة (40 يوم) قمنا بما يلي:

العناية بالشتلات النامية وريها بماء الصنبور لمدة أسبوع حيث قمنا بإختيار الأفضل نمواً والمتشابهة بالطول والشكل وتمت زراعتها بأكياس بولي إيثيلين سعة ثلاثة لتر تحوي مزيج من (تربة، رمل، زبل) بنسبة (2, 2, 1) على التوالي، وترتيبها ب (5) معاملات و(4) مكررات لكل معاملة (لكل كيس نبات واحد) ثم درسنا مؤشرات النمو التالية يوميا بتاريخ (2020/6/15):

5.3. المساحة الورقية:

تم قياس المساحة الورقية (Cm^2) بوضع الورقة النباتية على ورقة ميليمترية ثم قص الورقة الميليمترية حسب شكل الورقة النباتية المطبوعة عليها ومن ثم وزنها، وبعد ذلك أخذت ورقة ميليمترية صغيرة مربعة الشكل معلومة المساحة والوزن ويتم حساب مساحة الورقة النباتية من خلال العلاقة الآتية:

$$\text{مساحة الورقة} = (\text{وزن القصاص} \times \text{مساحة الورقة المربعة}) / \text{وزن الورقة المربعة [36].}$$

6.3. المحتوى المائي للأوراق:

جمعت أوراق الفاصولياء من جميع المعاملات المدروسة ثم تم قياس الوزن الرطب لها بإستخدام ميزان حساس ومن ثم جففت في الدرجة (75) مئوية حتى ثبات الوزن وحسبت النسبة المئوية للمحتوى المائي من خلال العلاقة التالية:

$$\text{المحتوى المائي} = \frac{(\text{الوزن الرطب} - \text{الوزن الجاف})}{\text{الوزن الرطب}} \times 100 [31]$$

التحليل الإحصائي:

تم استخدام برنامج الحزم الإحصائية للعلوم الاجتماعية (SPSS) Statistical Package for Social Sciences وذلك للقيام بعملية التحليل الإحصائي وتحقيق أهداف البحث، حيث تم حساب معامل الارتباط الخطي بيرسون واختبار معنويته عند مستوى دلالة 5% [55]، وتم حساب معامل التحديد كما تم ايجاد معادلة الارتباط الخطي باستخدام طريقة المربعات الصغرى وتم عرض النتائج باستخدام التمثيل البياني والجدول.

النتائج والمناقشة:

1. النسبة المئوية للإنبات:

نلاحظ من الجدول (1) إن أعلى نسبة إنبات قد سجلت في معاملة الشاهد وبلغت (72.5%) وهذه النسبة أخذت تتناقص تدريجيا كلما ازداد التركيز الملحي حيث بلغت في T_2 (57.5%) وفي T_3 (45%) وفي T_4 (37.5%) وفي T_5 (30%) وفي T_6 (0%) أي بالتركيز الملحي 3 g/l أنعدم الإنبات بشكل نهائي وبينت النتائج وجود فروق معنوية بين المعاملات المدروسة.

دراسة تأثير الري بتركيز مختلفة من كلور الصوديوم في بعض مؤشرات إنبات ونمو بذور
الفاصولياء صنف البلدي (*Phaseolus vulgaris L.*)

الجدول (1) نسبة إنبات بذور الفاصولياء *phaseolus vulgaris* في المعاملات

المدرسة

LSD5%	<i>mean ± se</i>	نسبة الإنبات %	التركيز g/l	المعاملات
2.96	6.59 ± 1.59A	%72.5	0	T1 الشاهد
	4.42 ± 0.81AB	%57.5	0.5	T2
	3.46 ± 0.35AB	%45	1	T3
	6.25 ± 1.55A	%37.5	1.5	T4
	3 ± 0.5BC	%30	2	T5
	0C	%0	3	T6

(كل متوسطين لهما الحرف نفسه لا يوجد بينهما فرق معنوي أو كل متوسطين الفرق بينهما أقل من قيمة LSD لا يوجد بينهما فرق معنوي).

الملوحة تؤدي إلى انخفاض النسبة المئوية للإنبات وإطالة الفترة اللازمة لإنبات البذور وذلك بسبب رفع الضغط الأسموزي لمحلول التربة والذي بدوره يعيق ويحد من كمية الماء المتوفرة لإمتصاص من قبل البذور [43] ، حيث تؤثر أيونات الملح المتراكمة على سطح التربة في نشاط وفعالية العديد من أنزيمات المسؤولة عن بدء إنبات البذور والتي يتجلى دورها من خلال تحطيم المركبات العضوية المعقدة الغير قابلة للذوبان (البروتينات،

الليبيدات، الكربوهيدرات) إلى مركبات بسيطة ذائبة (أحماض أمينية، بيتيدات) يتغذى عليها جنين البذرة.

توافقت نتائج دراستنا مع دراسة [37] التي أثبتت بأن بذور نبات الفاصولياء (*Phaseolus vulgaris* L) تحقق أعلى وأفضل نسبة إنبات في معاملة الشاهد مقارنة بالمعاملات الملحية.

و [19] على نباتي البندورة (*Solanum lycopersicum*) والخيار (*Cucumis sativus*) الذي بين تأخر الإنبات وتناقص نسبته لا سيما في المعاملة (200mMol NaCl) في النباتين.

2. سرعة الإنبات:

تبين معطيات الجدول (2) إن معاملة الشاهد كانت الأسرع في الإنبات حيث بلغت (8.3 يوم/بذرة) تلتها المعاملة T₂ (10.7 يوم/بذرة) دون وجود فروق معنوية بينها وبين الشاهد، تلتها المعاملة T₃ (12.36 يوم/بذرة) دون وجود فروق معنوية بينها وبين المعاملة T₂ اما المعاملة T₄ فقد بلغت سرعة الإنبات فيها (17.95 يوم/بذرة) دون وجود فروق معنوية بينها وبين المعاملة T₃، تلتها المعاملة T₅ (29.3 يوم/بذرة) والتي سجلت وجود فروق معنوية بينها وبين كافة المعاملات المدروسة، حيث تشير هذه النتائج إلى وجود فروق معنوية بين الشاهد والمعاملات الملحية باستثناء المعاملة T₂.

الجدول (2) : سرعة إنبات بذور الفاصولياء *phaseolus vulgaris* المعاملات

المدروسة

دراسة تأثير الري بتركيز مختلفة من كلور الصوديوم في بعض مؤشرات إنبات ونمو بذور
الفاصولياء صنف البلدي (*Phaseolus vulgaris L.*)

LSD5%	<i>mean ± se</i>	سرعة الإنبات يوم/بذرة	التركيز g/l	المعاملات
0.16	0.44 ± 0.03A	8.3	0	T1 الشاهد
	0.55 ± 0.05AB	10.7	0.5	T2
	0.69 ± 0.04BC	12.36	1	T3
	0.78 ± 0.05C	17.95	1.5	T4
	1.14 ± 0.06D	23.9	2	T5
	0E	0	3	T6

(حيث كل متوسطين لهما الحرف نفسه لا يوجد بينهما فرق معنوي أو كل متوسطين

الفرق بينهما أقل من قيمة LSD لا يوجد بينهما فرق معنوي).

يعود تأخر الإنبات أو فشله في الأوساط الملحية للتأثير السام لأيونات الكلور (Cl^-) والصوديوم (Na^+) التي تتراكم بتركيز سامة داخل البذرة حيث تؤثر سلبا على نمو الجنين وعلى العمليات الحيوية الهامة التي تجري بداخله، كما إن هذه الأيونات تسبب اضطرابا في امتصاص العناصر المعدنية الضرورية لنمو الجنين كالپوتاسيوم (K^+) والكالسيوم (Ca^{+2}) مما يؤدي لاختلال التوازن الأيوني فتبقى البذور في حالة سبات لفترة

أطول وهذا ما يفسر ازدياد المدة الزمنية اللازمة لإنبات البذور في المعاملات الملحية [55].

تفسر زيادة المدة الزمنية اللازمة لإنبات البذور أيضا بنقص محتوى هذه البذور من الهرمونات النباتية (منظمات النمو): عبارة عن مواد عضوية تنظم نمو النبات وتطوره وتنتج داخل النباتات الراقية بشكل طبيعي ولها تأثيرات فيزيولوجية بتراكيز منخفضة، أهمها (الأوكسينات Auxins، الجبريلينات Gibberellins، السيتوكينينات Cytokinins) [44, 15].

تتوافق نتائجنا مع نتائج دراسة كل من [28] على نبات الأرز (*Oryza sativa* L)، و [20]، على نبات الذرة (*Zea may* L) والتي بينت تناقص سرعة الإنبات في المعاملات الملحية مقارنةً بالشاهد.

3. قيمة الإنبات:

تشير النتائج الموضحة في الجدول (3) إن أعلى قيمة إنبات قد سجلت في معاملة الشاهد T_1 بمعدل (3.3) فيما انعدم الإنبات بشكل تام في المعاملة T_6 ، وسجلت المعاملة T_5 أدنى قيمة للإنبات بمعدل (0.525)، أما المعاملة T_2 فقد بلغت (1.792).

بينت النتائج الإحصائية وجود فروق معنوية بين متوسطات قيمة الإنبات في المعاملات المدروسة ولا سيما بين معاملة الشاهد والمعاملات الملحية وقد يعود هذا إلى نوعية وجودة البذور نفسها حيث إلى جانب عوامل الإنبات الخارجية هناك عوامل داخلية للإنبات تتمثل في عدم نضج جنين البذرة، سماكة غلاف البذرة وعدم نفوذ الغلاف للماء [32].

دراسة تأثير الري بتركيز مختلفة من كلور الصوديوم في بعض مؤشرات إنبات ونمو بذور
الفاصولياء صنف البلدي (*Phaseolus vulgaris L.*)

الجدول (3): قيمة إنبات بذور الفاصولياء *phaseolus vulgaris* في المعاملات المدروسة.

LSD5%	<i>mean ± se</i>	قيمة الإنبات	التركيز g/l	المعاملات
0.029	0.16 ± 0.01A	3.3	0	الشاهد t1
	0.08 ± 0.005B	1.792	0.5	T2
	0.05 ± 0.004C	0.981	1	T3
	0.06 ± 0.002C	1.03	1.5	T4
	0.03 ± 0.001D	0.525	2	T5
	0E	0	3	T6

(حيث كل متوسطين لهما الحرف نفسه لا يوجد بينهما فرق معنوي أو كل متوسطين الفرق بينهما أقل من قيمة LSD لا يوجد بينهما فرق معنوي).

أثبت [14] في دراسته لخمسة أصناف من نبات العدس (*Lens Culinaris Medik*) بتركيز ملحية مختلفة (25, 50, 75, 100, 150 mMol NaCl) إنخفاض قيمة الإنبات في التركيز (150 mMol) بشكل كبير مقارنة بالشاهد وفسر ذلك بزيادة نفاذية

الخلية النباتية لأيونات الكلور والصوديوم المتراكمة على سطح التربة، وتخرّب غشاء الخلية وعضياتها.

توافقت نتائج دراستنا مع كل من [4]، و [46] على نبات فول الصويا (Glycine max L)، [29] على نبات الأرز (Oryza sativa L)، و [25] على نبات الفول (Vicia faba L).

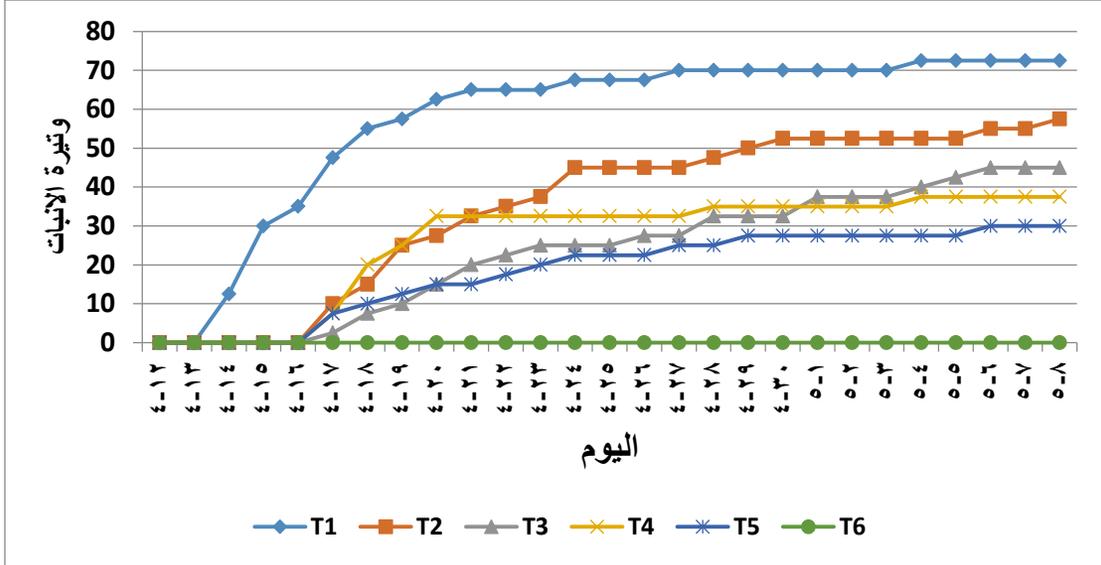
4. وتيرة الإنبات:

إن إنبات بذور الفاصولياء في معاملة الشاهد بدأ في اليوم الثامن من الزراعة بنسبة 12.5% واستمرت لمدة (21) يوم حتى وصلت النسبة ل 72.5% وهي الأفضل من بين جميع المعاملات وبدأ الإنبات في معاملة T₂ في اليوم العاشر من الزراعة بنسبة 10% واستمرت لمدة (22) يوم حتى وصلت النسبة ل 57.5% وبدأ الإنبات في معاملة T₃ في اليوم الثالث عشر من الزراعة بنسبة 8% لمدة (20) يوم حتى وصلت النسبة ل 45% وبدأ الإنبات في معاملة T₄ في اليوم الرابع عشر من الزراعة بنسبة 6.5% واستمرت لمدة (18) يوم حتى وصلت النسبة ل 37.5% وبدأ الإنبات في معاملة T₅ في اليوم الثامن عشر من الزراعة بنسبة 2.5% واستمرت لمدة (20) يوم حتى وصلت النسبة ل 30% وأنعدم الإنبات في معاملة T₆

الشكل (1) ونستنتج مما سبق بأن زيادة تركيز الملح يؤثر سلباً في الإنبات اليومي لبذور الفاصولياء في جميع المعاملات، حيث نلاحظ بأن العلاقة بين وتيرة الإنبات والملوحة عكسية أي كلما زاد التركيز الملحي تناقصت وتيرة الإنبات، وهذا يعود إلى الإجهاد المائي الذي تعاني منه البذور في التراكيز الملحية والذي يسبب اضطرابات في العمليات الفيزيولوجية (التركيب الضوئي، والتنفس) تتمثل بكبح عمليات البناء أو تحفيز عمليات الهدم [33, 50, 54].

دراسة تأثير الري بتركيز مختلفة من كلور الصوديوم في بعض مؤشرات إنبات ونمو بذور
الفاصولياء صنف البلدي (*Phaseolus vulgaris L.*)

توافقت نتائجنا مع كل من [8] على نبات العدس (*Lens culinaris*)، و [3, 40] على
نبات القمح (*Triticum aestivum L.*).



شكل (1): مخطط يوضح وتيرة إنبات بذور الفاصولياء في علاقة مع المعاملات المختلفة.

5. المساحة الورقية:

نلاحظ من الجدول (4) انخفاض مساحة الورقة (cm^2) تدريجياً بإضافة التراكيز الملحية مقارنةً بالشاهد.

الجدول (4): متوسط مساحة الأوراق في المعاملات المدروسة

LSD5%	$mean \pm sd$	التركيز g/l	المعاملات
0.83	18.92 ± 0.92A	الشاهد	T1
	16.15 ± 0.70B	0.5	T2
	14.95 ± 0.53C	1	T3
	13.93 ± 0.62D	1.5	T4
	13.11 ± 1.15D	2	T5

حيث كل متوسطين لهما حرف مشترك لا يوجد بينهما فرق معنوي (أو كل متوسطين الفرق بينهما أقل من قيمة LSD لا يوجد بينهما فرق معنوي) حيث لوحظ تواجد فروق معنوية ذات دلالة إحصائية في متوسطات المساحة الورقية بين جميع المجموعات المدروسة باستثناء التركيزين (2, 1.5g/l) لم يتواجد بينهما فرق معنوي.

زيادة أملاح الكلور في التربة تؤدي إلى احتراق حواف الأوراق حيث يمتد هذا الحرق لأجزاء واسعة من الورقة مما يؤدي لتساقط الأوراق كما إن بعض الأوراق يظهر على سطحها طبقة شمعية تجعل الأوراق ذات لون أصفر مخضر إضافة لذلك فإن زيادة تركيز كلور الصوديوم يعد ساما للبكتريا المثبتة للأزوت *Rhizobium* التي تستقر بالعقد الجذرية في الجذور وخاصة في النباتات القرنية حيث يستفيد النبات من الأزوت المثبت

دراسة تأثير الري بتركيز مختلفة من كلور الصوديوم في بعض مؤشرات إنبات ونمو بذور
الفاصولياء صنف البلدي (*Phaseolus vulgaris L.*)

في صنع المواد البروتينية اللازمة له، وبالتالي تأثر هذه البكتيريا بأملاح كلور الصوديوم يؤدي لتوقف أو انخفاض في تركيب البروتينات مما يؤدي إلى نقص في المساحة الورقية لنبات الفاصولياء [56, 31] ..

تتفق هذه النتيجة مع [52] الذي بين إن تناقص المساحة الورقية يعود إلى الإنخفاض الملحوظ في محتوى الأوراق من اليخضور (الكلوروفيل) الناجم عن النقص في امتصاص العناصر الضرورية لبناء الكلوروفيل (المغنيزيوم)، وعناصر أخرى ضرورية لإتمام عملة التركيب الضوئي (الكربون)، يقابله محتوى عالي من أيونات الصوديوم في الأوراق.

6. المحتوى المائي:

بينت نتائج الجدول (5) وجود فروق معنوية ذات دلالة إحصائية في متوسطات المحتوى المائي للأوراق بين جميع المعاملات المدروسة حيث بلغ متوسط المحتوى المائي للأوراق في معاملة الشاهد (92.5 %) وفي معاملة t_6 (67.44 %) حيث إن الماء يشكل ما بين 80-90% من وزن الخلية النباتية كما إن تراكم شوارد الكلور والصوديوم في التربة وحول الجذور يجعل الضغط الأسموزي لمحلل التربة أكبر من الضغط الأسموزي للجذور مما يؤدي وحسب مبدأ الحلل لانتقال الماء من الوسط المنخفض التركيز إلى الوسط المرتفع التركيز أي من وسط الخلية المنخفض التركيز إلى محلل التربة الغني بالأملاح مما يؤدي لفقدان الخلية لمائها وحدوث ما يعرف بظاهرة الانكماش السيتوبلازمي، وانكماش مكتنقات الخلية الحية والغير الحية وهذا يؤدي بالنهاية لموت الخلية وتوقف كافة العمليات الحيوية فيها وهذا ما لاحظناه عند إضافة التراكيز العالية من الأملاح [7, 13, 26].

بين [47] في دراسته إن تعريض نباتات الأرز (*Oryza Sativa L*) لتركيز ملحية (100 mMol NaCl) أدى إلى إنخفاض في المحتوى المائي والمادة الجافة لأوراق

النبات وفسر ذلك باضطراب امتصاص العناصر المعدنية الضرورية للعمليات الفيزيولوجية (تركيب ضوئي، وتركيب البروتينات) كالبوتاسيوم يقابله تراكم الأيونات المسببة للملوحة (الكلور والصوديوم) بتراكيز سامة داخل النبات.

أثبت [11] تناقص المحتوى المائي لأوراق نبات الخس (*Lactuca sativa L*) في التراكيز الملحية المدروسة مقارنة بالشاهد بسبب زيادة محتوى الأوراق من أيونات الكلور (Cl^-) وتناقص محتواها من أيونات النترات (No_3^-).

توافقت نتائجنا مع العديد من الدراسات التي أظهرت التأثير السلبي للملوحة على المحتوى المائي للأوراق [23, 41, 48] على نباتات والصلبية (*Brassica*)، والفسنق (*Pistacia vera L.*).

الجدول (5): متوسط المحتوى المائي في المعاملات المدروسة.

LSD5%	<i>mean ± sd</i>	التركيز g/l	المعاملات
2.03	92.59 ± 1.30A	الشاهد	T1
	85.89 ± 1.87B	0.5	T2
	78.39 ± 2.39C	1	T3
	73.84 ± 2.13D	1.5	T4
	67.44 ± 2.15E	2	T5

الاستنتاجات والمقترحات:

1. سجلت أعلى نسبة إنبات لبذور الفاصولياء في الشاهد، وانخفضت تدريجياً إلى أن انعدمت في التركيز (3g/l) من NaCl.
2. تناقصت سرعة الإنبات والمساحة الورقية وانخفض المحتوى المائي للأوراق تدريجياً وبشكل معنوي بزيادة تركيز الأملاح.
3. تبين نتائج البحث حساسية نبات الفاصولياء للملوحة ونقترح تجنب استخدام المياه المالحة في ريه حتى لو بتركيز منخفضة.

المراجع:

1. عشي، ميرنا. (2013) - تأثير الملوحة والمعاملة بالمبيدات الفطرية في إنبات بذور السرو دائم الإخضرار. مجلة جامعة تشرين للبحوث والدراسات العلمية-سلسلة العلوم البيولوجية، (5)35.
2. علاء الدين، حسن؛ عشي، ميرنا؛ ابراهيم، لميس. (2015) - تأثير بعض المعاملات في تحسين نسبة إنبات بذور الصنوبر الكناري *Pinus canariensis Sweet ek* مجلة جامعة تشرين للبحوث والدراسات العلمية سلسلة العلوم البيولوجية، spreengel (2)37.
3. Abbasdokht, H; Edalatpishe, M.R; Gholami, A. (2010)- The Effect of Hydropriming and Halopriming on Germination and Early Growth Stage of Wheat (*Triticum aestivum L.*). World Academy of Science, Engineering and Technology, 68: 974-978.
4. Agarwal, N; Kumar, A; Agarwal, S; Singh, A. (2015)- Evaluation of Soybean (*Glycine max L.*) Cultivars Under Salinity Stress During Early Vegetative Growth. International Journal of Current Microbiology and Applied Sciences, 4(2), 123-134.
5. Aghamir, F; Bahrami, H; Malakouti, J, M; Eshghi, S; Sharifi, F. (2016)- Seed germination and seedling growth of bean (*Phaseolus vulgaris*) as influenced by magnetized saline water. Eurasian J Soil Sci, 5 (1), 39 – 46.
6. Ahmed, S; Hasan, M.M; Saleem, M.Z. (2016)- PHASEOLUS VULGARIS LINN.: BOTANY, MEDICINAL USES, PHYTOCHEMISTRY AND PHARMACOLOGY. World Journal of Pharmaceutical Research, 5(11), 1611-1616.

7. Ali, A.; Mahmood, A.I.; Salim, M; Arshadullah, M.; Naseem, R.A. (2013)– growth and yield of different brassica genotypes under saline sodic conditions. Pakistan J. Agric. Res, 26(1).
8. Aslam, M; Maqbool, M. A; Zaman, Q. U; Shahid, M; Akhtar, M. A; Rana, A. S. (2017)– Comparison of different tolerance indices and PCA Biplot analysis for assessment of salinity tolerance in lentil (*Lens culinaris*) genotypes. – International Journal of Agriculture and Biology 19: 470–478.
9. Boros, L; Wawer, A; Borucka, k. (2014)- MORPHOLOGICAL, PHENOLOGICAL AND AGRONOMICAL CHARACTERISATION OF VARIABILITY AMONG COMMON BEAN (*PHASEOLUS VULGARIS L.*) LOCAL POPULATIONS FROM THE NATIONAL CENTRE FOR PLANT GENETIC RESOURCES: POLISH GENE BANK. Journal of Horticultural Research. 22(2): 123-130.
10. Bremer, G.K. (2009)- An update of the Angiosperm Phylogeny Group classification for the orders and families of flowering plants: APG III. Botanical Journal of the Linnean Society.
11. Bres, W.; Kleiber, T.; Markiewicz, B.; Mieloszyk, E.; Mieloch, M. (2022)– The Effect of NaCl Stress on the Response of Lettuce (*Lactuca sativa L.*). Agronomy, 12, 244.
Retrieved from: <https://www.mdpi.com/journal/agronomy>.
12. Chen, T; Guo, R; He, X; Yan, Q; Zhou, S; Chen, X *et al.* (2021)- Land Management Contributes significantly to observed Vegetation Browning in Syria during 2001–2018. Retrieved from: <https://doi.org/10.5194/bg-2021-173>.

13. Cruz, J.L; Coelho, E.F; Filho, C.A.M; Santos, A.A.D. (2018)- Salinity reduces nutrients absorption and efficiency of their utilization in cassava plants. Ciência Rural, 48(11).
14. Das, k.s; Islam, R.M. (2018)- EFFECTS of Salinity On Germination and Seedling Growth of Lentil (*Lens Culinaris Medik*) Varieties in Bangladesh. Barishal University Journal Part1, 5(1&2): 141-151.
15. Davies, J.P. (2018)- Reflections from the Janus face of gibberellin in legume nodulation. Journal of Experimental Botany, 69(8)1824-1828.
16. Dehnavi, R.A; Zahedi, M; Ludwiczak, A; Perez, C.S; Perez, A. (2020)- Effect of Salinity on Seed Germination and Seedling Development of Sorghum (*Sorghum bicolor* (L.) Moench) Genotypes. Agronomy, 10, 859.
17. El Naim, M.A; Mohammed, E.K; Ibrahim, A.E; Suleiman, N.N. (2012)- Impact of Salinity on Seed Germination and Early Seedling Growth of Three Sorghum (*Sorghum bicolor* L. Moench) Cultivars. Science and Technology, 2(2): 16-20.
18. ESMAEILZADEH, S; AMINPANAH, H. (2015)- EFFECTS OF PLANTING DATE AND SPATIAL ARRANGEMENT ON COMMON BEAN (*Phaseolus vulgaris*) YIELD UNDER WEED-FREE AND WEEDY CONDITIONS. Planta Daninha, Viçosa-MG, 33(3), 425-432.

19. Farid, A.B.I, Marghany, R.M; Rowezek, M.M; Sheded, G.M. (2020)– Effect of Salinity Stress on Growth and Metabolomic Profiling of *Cucumis sativus* and *Solanum lycopersicum*. Plants, 9, 1626.
20. Farooq, M; Hussain, M; Wakeel, A; Siddique, M.H.K. (2015). Salt stress in maize: effects, resistance mechanisms, and management. A review. *Agron. Sustain. Dev.*
21. Gul, V; Dinler, S.B; Sarisoy, U. (2017)– Effect of Different NaCl Concentrations on Germinations Period of Oil Sunflower Seeds (*Helianthus annuus L.*) Grown in the Black Sea Region. Journal of Agricultural Science, 9(4).
22. Hafeez, A; Mahmood, A.I; Hyder, I.S; Arshadulla, M; Muhammed, R; Aamir, S.S; Shaaban, M; Mahmood, T. (2017). Effect of soil salinity on germination and growth of sunflower (*Helianthus annuus L.*) cultivars. *JIB-Research*, 1(1): 46–51.
23. Hajiboland, R.; Norouzi, F.; Poschenrieder, C. (2014)– Growth, physiological, biochemical and ionic responses of pistachio seedlings to mild and high salinity. Trees, 28:1065–1078.
24. Hamida, A.M and Shaddad, K.A.M. (2010)- SALT TOLERANCE OF CROP PLANTS. Journal of Stress Physiology & Biochemistry,6(3), 64-90.
25. Hanafy, M.S; El-Banna, A; Schumacher, H.M; Jacobsen, H.J; Hassan, F.S. (2013)– Enhanced tolerance to drought and salt stresses in transgenic faba bean (*Vicia faba L.*) plants by

heterologous expression of the PR10a gene from potato. Plant Cell Rep, 32, 663–674.

26. Hnilickova, H.; Hnilicka, F.; Martinkova, J.; Kraus, K. (2017). Effects of salt stress on water status, photosynthesis and chlorophyll fluorescence of rocket. *Plant Soil Environ*, 63(8), 362–367.

27. Houmsi, M.R; Shiru, S.M; Nashwan, S.M; Ahmed, K; Ziarh, F.G; Shahid, S *et al.* (2019)- Spatial Shift of Aridity and Its Impact on Land Use of Syria. Retrieved from: <http://www.mdpi.com/journal/sustainability>.

28. Hussain, S; hua, J. Z; Chu, Z; feng, L. Z; chuang, X.C; miao, S.YU *et al.*, (2017)– Effects of salt stress on rice growth, development characteristics, and the regulating ways: A review. Journal of Integrative Agriculture, 16(11): 2357–2374.

29. Hussain, S; Bai, Z; Huang, J; Cao, X; Zhu, L; Zhu, C *et al.*, (2019)– J. 1–methylcyclopropene modulates physiological, biochemical, and antioxidant responses of rice to different salt stress levels. Front. Plant Sci.10.

30. International Seed Testing Association(ISTA). (1996)- International roles for seed science and technology.

31. Kabahuma, K.M. (2013)- Enhancing biological nitrogen fixation in common bean (*Phaseolus vulgaris* L). Retrieved from: <https://Lib.iastate.edu/etd/13162>.

32. Kaya, D.M; Day, S; Cikili, Y; Arslan, N. (2012)- CLASSIFICATION OF SOME LINSEED (*Linum usitatissimum* L.) GENOTYPES FOR SALINITY

TOLERANCE USING GERMINATION, SEEDLING GROWTH, AND ION CONTENT. CHILEAN JOURNAL OF AGRICULTURAL RESEARCH, 72(1).

33. KAYA, M. D; AKDOĞAN, G; KULAN, E. G; DAĞHAN, H; SARI, A. (2019)-SALINITY TOLERANCE CLASSIFICATION OF SUNFLOWER (*Helianthus annuus L.*) AND SAFFLOWER (*Carthamus tinctorius L.*) BY CLUSTER AND PRINCIPAL COMPONENT ANALYSIS. APPLIED ECOLOGY AND ENVIRONMENTAL RESEARCH, 17(2), 3849-3857.

34. Kazemi, M.E; Jonoubi, P; Pazhouhandeh, M; Majd, A; Aliasgharpour, M. (2014)- RESPONSE OF VARIABLE TOMATO (*SOLANUM LYCOPERSICUM MILL.*) GENOTYPES TO SALINITY AT GERMINATION AND EARLY SEEDLING GROWTH STAGES. International journal of plant, animal and environmental sciences.4.

35. Khan, N.; Bano, A.; Babar, M.A. (2019)- The stimulatory effects of plant growth promoting rhizobacteria and plant growth regulators on wheat physiology grown in sandy soil. Arch. Microbiol, 201, 769–785.

36. Klein, R.M; Klein, D.T. (1970)- Measurements in Research Methods in plant Science. The Natural History Press, Garden City, New York, 169-171.

37. Kouam, B.E; Ndo, M.S; Mandou, S.M; Chotangui, H.A; Tankou, M.C. (2017)- Genotypic variation in tolerance to salinity of common beans cultivated in Western Cameroon as assessed at germination and during early seedling growth. Open Agriculture 2, 600–610.

38. Kumar, B.S; Prakash, M; Narayanan, S; Gokulakrishnan. (2012)– Breeding for salinity tolerance in Mungbean. APCBEE Procedia, 4:30 – 35.
39. Li, W; Li, Q. (2017)– Effect of Environmental Salt Stress on Plants and the Molecular Mechanism of Salt Stress Tolerance. International Journal of Environmental Sciences & Natural Resources,7(3).
40. Maghsoudi, M.A; Maghsoudi, K. (2008). Salt Stress Effects on Respiration and Growth of Germinated Seeds of Different Wheat (*Triticum aestivum* L.) Cultivars. *World Journal of Agricultural Sciences*, 4(3): 351–358.
41. Mahmood, A.I.; Shahzad, A.; Ullah, M.A.; Suhaib, M.; Hyder, S.I. (2019)– In Vitro Brassica Genotypes Growth Evaluation against NaCl Salt Stress. Pak. j. sci. ind. res. Ser. B: biol. sci, 62(2), 77–82.
42. MARLI A. RANAL, A.M; GARCIA DE SANTANA, D. (2006)- How and why to measure the germination process? Revista Brasil. Bot, 29(1), 1-11.
43. Mena, E; Mora, L.M; Jayawardana, D.K.E; García, L; Veitía, N; Carabaloso, B.I., *et al.* (2015)- Effect of salt stress on seed germination and seedlings growth of *Phaseolus vulgaris* L. Cultivos Tropicales, 36(3), 71-74.

44. Park, J; Lee, Y; Martinoia, E; Geisler, M. (2017)– Plant hormone transporters: what we know and what we would like to know. BMC Biology, 15:93.
45. Patel, R.P; Kajal, S.S; Patel, R.V; Patel, V.J; Khristi, M.S. (2010)- Impact of salt stress on nutrient uptake and growth of cowpea. Braz. J. Plant Physiol, 22(1), 43-48.
46. Pavli, O.I. (2021)- Effect of Salinity on Seed Germination and Seedling Development of Soybean Genotypes. Int. J. Environ. Sci. Nat. Resour, 27, 556210.
47. Polash, S.A.M; Sakil, A.MD; Arif, UL.T.MD; Hossain, A.MD. (2018)- Effect of salinity on osmolytes and relative water content of selected rice genotypes. Tropical Plant Research. 5(2), 227-232.
48. Rahneshan, Z.; Nasibi, F.; Moghadam, A.A. (2018)– Effects of salinity stress on some growth, physiological, biochemical parameters and nutrients in two pistachio (*Pistacia vera L.*) rootstocks. JOURNAL OF PLANT INTERACTIONS, 13(1), 73–82.
49. Robles, A.U; Fajardo, O.R; Villela, L; Gutiérrez-Urbe, A.G; Hernández, H.G; López-Sánchez, C.D.R.; *et al.* (2018)- Cytotoxic Activity of a Black Bean (*Phaseolus vulgaris L.*) Extract and its Flavonoid Fraction in Both in Vitro and in Vivo Models of Lymphoma. Rev Inves Clin, 70, 32-39.
50. Sardoei, S.A; zad, N.M; Fazel, S.M; Gerdeh, A.B; shahvardi, M. (2013)-Effect of Salinity Stress on Germination in *Lycopersicon esculentum L. var Cal-ji*. International journal of Advanced Biological and Biomedical Research. 1(12), 1543-1550.

51. Shahid, M.A.; Sarkhosh, A.; Khan, N.; Balal, R.M.; Ali, S.; Rossi, L. *et al.* (2020)- Insights into the physiological and biochemical impacts of salt stress on plant growth and development.

Agronomy, 10, 938.

52. Shaid, A.M; Perves, A.M; Balal, M.R; Abbas, T; Ayyub, M.C; Mattson, S.N; et al. (2012)- Screening of pea (*Pisum sativum* L.) genotypes for salt tolerance based on early growth stage attributes and leaf inorganic osmolytes. Australian Journal of Crop Science. 6(9), 1324-1331.

53. Shiade, S.R.G; Boelt, B. (2020)- Seed germination and seedling growth parameters in nine tall fescue varieties under salinity stress. Acta Agriculturae Scandinavia, Section B — Soil & Plant Science, 70(6), 485–494.

54. Tarchoun, N; Saadaoui, W; Mezghani, N; Pavli, I.O; Falleh, H; Petropoulos, A.S. (2022)– The Effects of Salt Stress on Germination, Seedling Growth and Biochemical Responses of Tunisian Squash (*Cucurbita maxima* Duchesne) Germplasm.

Retrieved from: <https://doi.org/10.3390/plants11060800>.

55. Tufa, R; Nego, J. (2016)- EFFECTS OF SEED PRIMING WITH SODIUM CHLORIDE ON SEEDLING PERFORMANCE OF COMMON BEAN (*PHASEOLUS VULGARIS* L.) UNDER GREEN HOUSE CONDITION. International journal of research granthaalayah, 4(6).

56. Turhan, A; Kuscu, H; Ozmen, N; Sitki, M; Demir, O.A. (2014)- Effect of different concentrations of diluted seawater on yield and quality of lettuce. Chilian Journal of Agriculture Research.74(1).

57. Wang, P; Leng, X; Duan, J; Zhu, Y; Wang, J; Yan, Z. (2021)- Functional Component Isolated from *Phaseolus vulgaris* Lectin Exerts

دراسة تأثير الري بتراكيز مختلفة من كلور الصوديوم في بعض مؤشرات إنبات ونمو بذور
الفاصولياء صنف البلدي (*Phaseolus vulgaris L.*)

in Vitro and in Vivo Anti-Tumor Activity through Potentiation of
Apoptosis and Immunomodulation.

58. Wu, Q.G; Jiao, Q; Shui, Z.Q. (2015). Effect of salinity on
seed germination, seedling growth, and inorganic and organic
solutes accumulation in sunflower (*Helianthus annuus L.*). Plant
Soil Environ, 61(5):220–226.

استخدام التحليل الابتدائي

"Primary Decomposition"

و بُعد "Krull" في دراسة العلاقة بين الحلقات

الحسابية و الحلقات الناظمية

الدكتور: شوقي محمد الراشد¹

كلية العلوم - جامعة دمشق

sh.shawki@gmail.com

الملخص

يُعد هذا البحث امتداداً و متابعةً للبحثين [2] و [1]، حيث يوصف و يعرض العلاقة بين الحلقات الحسابية و الحلقات الناظمية ، فقد تم عرض فكرة عامة عن أهمية الحلقات الحسابية و الحلقات الناظمية في المقدمة، و تعاريف و مفاهيم أساسية من الجبر التبادلي في الفقرة الأولى ، و في الفقرة الثانية العلاقة بين مناطق بريفر و الحلقات الناظمية محلياً من خلال نتائج البحث [2] و توصيف الحلقات الحسابية باستخدام المثاليات الأعظمية و مناطق بريفر وذلك من خلال عرض نتائج البحث [1] .

¹ أستاذ مشارك في الجامعة العربية الدولية الخاصة Arab International University

AIU، عضو هيئة تدريسية في قسم الرياضيات - كلية العلوم - جامعة دمشق .

في الفقرة الثالثة تُبيّن أن كل حلقة حسابية هي ناظمية في حالة كانت منطقة صحيحة، إلا أن العكس ليس صحيحاً بالضرورة، ثم عرض اثبات أن المثاليات الأولية الأصغرية المرافقة هي ذاتها المثاليات الأولية الأصغرية من خلال اثبات أن مجموعة المثاليات الأولية المرافقة المغموسة تساوي مجموعة خالية، و أن عددها محدود و ذلك في الحلقات النوثرية المختزلة، و ضمن هذه الشروط بيّنا أن المثاليات الأولية الأصغرية موجودة و عددها محدود و هي أولية فيما بينها مثني مثني، و أن حلقة الباقي (القسم) لحلقة نوثرية مختزلة على مثالي أولي أصغري هي ناظمية إذا فقط إذا كانت الحلقة حسابية .

الكلمات المفتاحية: التحليل الابتدائي، الحلقة الحسابية، الحلقة الناقمية، الحلقة
النوثرية، بُعد krull .

رقم التصنيف العالمي للعام 2020: 13F05, 13B30, 13E05, 13E10.

Using Primary Decomposition and Krull's Dimension to Study the Relationship between the Arithmetical Rings and the Normal Rings

Shawki. Mhd. AL Rashed²

Faculty of Science – Damascus University

sh.shawki@gmail.com

Abstract

This paper is an extension and follow-up to the two papers [2] and [1]. It presents the relationship between **the Arithmetical Rings and the Normal Rings**. A general idea of the importance of arithmetic rings and normal rings was presented in the introduction, and basic definitions and concepts of commutative algebra in the first paragraph, and in the second paragraph, was presented the relationship between Pruefer's Domain and locally normal ring as in [2], and the Description of arithmetic rings using maximal ideals and Pruefer's Domain as in [1]. In the third paragraph, we show that every arithmetic ring is normal in case it is integral domain, but the opposite is not necessarily true. Then, it is proposed to prove that the associated minimum prime ideals are the same as the minimum prime ideals by proving that the set of embedded associated prime ideals is equal to an empty set, and that their number is limited, that in reduced noether rings, Within these conditions, we have shown that the minimum prime ideals exist, their number is bounded, and they are prime among themselves, two by two, and that the remainder ring (division) of a reduced noether ring to a minimum prime ideal is normal if and only if the ring is arithmetic.

Key words: Primary Decomposition, Arithmetical Ring, Normal Ring, Noether's Ring, Krull's Dimension.

Mathematics Subject Classification 2020: 13F05, 13B30, 13E05, 13E10.

Associate Professor at Arab International University, and Academic Staff at ² Damascus University.

1. مقدمة:

إن أهمية دراسة الحلقات الحسابية في الجبر المجرّد تكمن في الدراسة المحلية للمثاليات أي التموضع عند مثالي أولي أو أعظمي " Localization of ring at a prime or maximal ideal " ، حيث أن كل مثالي منتهي التوليد في الحلقة الحسابية سيكون مثالي رئيسي بشكل محلي، مما يسمح بدراسة بعض الخواص المحلية. و أهمية دراسة الحلقات الناعظمية في معرفة العلاقة أي العناصر الجبرية التي تمثل أصفار معادلات كثيرات حدود و تشكل المتنوعات الأفينية "Affine Varieties" أو ما تُسمى المجموعات الجبرية "Algebraic Sets" ، أما بالنسبة إلى أهمية صفة الناعظمية محلياً، أي إن حلقة التموضع لهذه الحلقة عند هذه النقطة تكون منطقة مغلقة جبرياً، و هذا ما يُساعد في دراسة بعض الخواص الجبرية و التبولوجيا في مجموعة جبرية تحوي هذه النقطة كجوار مغلق جبرياً لهذه النقطة ، و لهذا أهمية كبيرة في الهندسة الجبرية "Algebraic Geometry" و نظرية الشواذ "Singularity Theory". و على سبيل المثال إن بعض الصفات لا تكون محققة على كامل الحلقة و إنما محققة على حلقة التموضع ، و مثال على ذلك أن حلقة كثيرات الحدود $\frac{\mathbb{R}[x,y,z]}{\langle x^2 - x, y \rangle}$ المعرفة على حقل الأعداد الحقيقية \mathbb{R} ليست حلقة مثاليات رئيسية، بينما تموضع هذه الحلقة عند أي مثالي أعظمي منها هو حلقة مثاليات رئيسية.

هذا البحث يُعد امتداداً و متابعاً للبحثين [2] و [1]، حيث يوصف و يعرض العلاقة بين الحلقات الحسابية و الحلقات الناعظمية و يقدم دراسة حول العلاقة بين هذه المفاهيم اعتماداً على بُعد "Krull" و "Primary Decomposition" و المثاليات الأولية المرافقة الأصغرية و مفهوم الحلقة المحلية، لتكون أداة ، بالإضافة إلى أنه كخطوة

لاحقة، يمكن كتابة خوارزمية و تنفيذها في أحد برامج جبر الكمبيوتر مثل SINGULAR الذي يعتمد بشكل أساسي على إيجاد قواعد "Groebner" [14]، وجعلها كوسيلة ربط و اختبار بين الحلقات النازمية و الحسابية و مناطق برير، و ذلك لأنه تعتمد الدراسة في هذا البحث على إيجاد المثاليات الأولية المرافقة الأصغرية و اختبار فيما إذا كانت أولية فيما بينها، و قد بينا بأن عددها منتهٍ و بالتالي ستكون خطوات الخوارزمية منتهٍ أيضاً.

1. تعاريف و مبرهنات أساسية.

1-1. تعريف [1,2,3,4,5,6,7,9,12]:

لتكن R حلقة تبديلية ذات عنصر محايد (أو اختصاراً حلقة واحدة تبديلية)، و نرمز لمجموعة كل العناصر القابلة للقلب في R بالرمز $U(R)$. نقول إن الحلقة R :

(1) منطقة تكاملية (صحيحة) "Integral Domain" و يُرمز لها ID إذا و فقط

إذا كانت R لا تحوي قواسم للصفر "zero-divisor"

($a \in R, a \neq 0$ قاسم للصفر في R إذا و فقط إذا تحقق

$[b \in R: ab = 0 \Rightarrow b = 0]$ ، و نرمز لها بالرمز ID .

(2) حلقة محلية إذا و فقط إذا وجد مثالي أعظمي وحيد، مثل μ في R و يُرمز

للحلقة المحلية بالرمز (R, μ) .

(3) لتكن R حلقة جزئية من R' ولتكن $a \in R'$. نقول عن a إنه عنصر جبري

على R إذا وجدت حدودية واحدة غير صفرية مثل

$f(x)x^n + \sum_{i=0}^{n-1} a_i x^i \in R[x]$ بحيث $f(a) = 0$. ونقول عن R' إنها

تمديد جبري لـ R إذا كان كل عنصر من R' جبري على R .

(4) لتكن R حلقة جزئية من الحلقة R' . نقول عن R إنها مغلقة جبرياً على R' إذا كانت عناصر R هي العناصر الوحيدة من R' الجبرية فوق R . ونقول عن

R إنها مغلقة جبرياً إذا كانت R مغلقة جبرياً على حلقة القسمة

$$.Quot(R) = \left\{ \frac{a}{b} : a, b \in R, b \neq 0 \right\}$$

(5) حلقة عادية أو ناضمية "Normal Ring" إذا فقط إذا كانت R منطقة تكاملية

$R = Int_K(R)$ و ID ، حيث

$\{x \in K : R \text{ على جبري على } x\} = Int_K(R)$ تسمى علاقة الحلقة R في

K ، حيث $K = Quot(R)$ حقل القسمة للحلقة R ، أي أنها مغلقة جبرياً و

منطقة تكاملية ID .

(6) حلقة نوثرية "Noetherian Ring" إذا فقط إذا كان كل مثالي في R منته

التوليد في R (أو أي سلسلة متزايدة من المثاليات في R تنقطع أي أنه من

أجل أي سلسلة $I_1 \subseteq I_2 \subseteq I_3 \subseteq \dots$ من المثاليات في R يوجد عدد

صحيح موجب n يحقق $I_n = I_i$ ($\forall i \geq n$).

(7) إذا كان I مثالي في الحلقة R ، فإن جذر المثالي I يُعرف على أنه المثالي

$$\sqrt{I} = \{r \in R : \exists n \in \mathbb{N}; r^n \in I\}$$

ونقول عن المثالي I إنه جذري إذا كان $\sqrt{I} = I$.

(8) إن الحلقة R مختزلة إذا كان المثالي الصفري هو مثالي جذري.

2-1. تعريف [1,2,3,7,9,12]:

لتكن R حلقة تبديلية واحدة، يُعرف بُعد كرول "Krull's Dimension" للحلقة R

بالشكل الآتي:

$$\dim R = \text{Sup}\{n : P_0 \subsetneq P_1 \subsetneq P_2 \subsetneq \dots \subsetneq P_n; P_i \in \text{Spec}(R), 1 \leq i \leq n\}$$

حيث $\text{Spec}(R)$ مجموعة كل المثاليات الأولية في الحلقة R .

3-1. تعريف [2,3,8,11,12]:

لتكن R حلقة تبديلية واحدة و I و Q مثاليات في R عندئذ:

- نقول عن Q أنه مثالي ابتدائي في R إذا و فقط إذا تحقق أحد الشروط التالية:

$$1) Q \neq R, a, b \in Q \Rightarrow a \in Q \vee b \in \sqrt{Q}$$

$$2) Q \neq R, a, b \in Q \Rightarrow a \in Q \vee \exists n \geq 1: b^n \in Q$$

$$3) R/Q \neq \bar{0}, \bar{b} \in R/Q \text{ zero - divisor} \Rightarrow \bar{b} \in N\left(R/Q\right) = \sqrt{Q}/Q$$

- إذا كان Q مثالي ابتدائي في R فإننا نرمز له بالرمز P - primay حيث $P = \sqrt{Q}$.

- تُسمى المجموعة المنتهية من المثاليات الابتدائية $\{Q_1, Q_2, \dots, Q_r\}$ في R أنها تحليل ابتدائي "Primary Decomposition" للمثالي I إذا و فقط إذا تحقق

$$I = \bigcap_{i=1}^r Q_i$$

- إن التحليل الابتدائي $\{Q_1, Q_2, \dots, Q_r\}$ للمثالي I في R يُسمى تحليلاً ابتدائياً مختزلاً "Irreducible Primary Decomposition" إذا و فقط إذا تحقق الشروط التالية:

$$\bigcap_{j \neq i} Q_j \not\subseteq Q_i \quad \text{و} \quad \sqrt{Q_i} \neq \sqrt{Q_j}, \quad i \neq j$$

• تُسمى المجموعة

$$Ass(I) = \{P \in Spec(R) : \exists a \in R ; P = \sqrt{I : \langle a \rangle} \}$$

مجموعة المثاليات الأولية المرافقة للمثالي I "Associate Primes of I ".

• تُسمى المجموعة

$$Min(I) = \{P \in Ass(R) : \nexists Q \in Ass(R) ; I \subseteq Q \subsetneq P \}$$

مجموعة المثاليات الأولية الأصغرية أو المنعزلة المرافقة للمثالي I ،

"Minimal or Isolated Associate Primes of I ".

• تُسمى المجموعة $Emb(I) = \{P \in Ass(I) : P \notin Min(I)\}$ أنها مجموعة

المثاليات الأولية المغموسة المرافقة للمثالي I ،

"Embedded Associate Primes of I ".

1-4. مبرهنة [3,4,5,6,7,10,12]:

إذا كانت R حلقة نوثرية فإن أي مثالي في R يملك تحليلاً ابتدائياً مختزلاً في R .

1-5. مبرهنة [3,4,6,7,8,9,10,12]:

إذا كانت R حلقة نوثرية و I مثالي في R ، فإن أي مثالي في $\frac{R}{I}$ حلقة نوثرية.

1-6. مبرهنة [3,4,6,7,8,9,10,12]:

إذا كانت R حلقة نوثرية، فإن $R[x]$ حلقة كثيرات الحدود المعرفة على R حلقة نوثرية.

7-1. مبرهنة [3,4,6,7,8,9,10,12]:

لتكن R حلقة تبديلية و احدية و $\{Q_1, Q_2, \dots, Q_r\}$ تحليلاً ابتدائياً مختزلاً للمثالي I في R . عندئذ: $Ass(I) = \{\sqrt{Q_1}, \sqrt{Q_2}, \dots, \sqrt{Q_r}\}$.

نقدم فكرة عامة عن التوضع في الحالة العامة و من ثم عند المثالي الأولي، و ذلك من خلال التعريف التالي [1,2,4,9,10,12].

8-1. تعريف: لتكن R حلقة تبديلية ذات عنصر محايد.

- نقول عن المجموعة $R \supseteq S \neq \emptyset$ إنها مغلقة ضربياً إذا وفقط إذا تحقق:

$$1 \in S \text{ و } \forall s_1, s_2 \in S: s_1 \cdot s_2 \in S$$

- لتكن S مجموعة مغلقة ضربياً في R و لنعرف علاقة تكافؤ \sim على الجداء

الديكارتي $(R \times S)$ بالشكل:

$$\forall (r, s), (r', s') \in R \times S: (r, s) \sim (r', s') \Leftrightarrow \exists u \in S: u(rs' - sr') = 0$$

نرمز لصفوف التكافؤ بالرمز $\left[\frac{r}{s} \right] = \{(r', s') \in R \times S: (r, s) \sim (r', s')\}$ واختصاراً بالرمز $\frac{r}{s}$.

ونرمز لمجموعة كل صفوف التكافؤ بالرمز $S^{-1}R$ أي إن

$$S^{-1}R = \frac{R \times S}{\sim}$$

نُعرف على مجموعة صفوف التكافؤ $S^{-1}R$ قانوني تشكيل داخليين:

$$\forall (r_1, s_1), (r_2, s_2) \in R \times S:$$

$$\left[\frac{r_1}{s_1} \right] \cdot \left[\frac{r_2}{s_2} \right] = \left[\frac{r_1 \cdot r_2}{s_1 \cdot s_2} \right] \text{ و } \left[\frac{r_1}{s_1} \right] + \left[\frac{r_2}{s_2} \right] = \left[\frac{r_1 \cdot s_2 + r_2 \cdot s_1}{s_1 \cdot s_2} \right]$$

عندئذ تكون $(S^{-1}R, +, \cdot)$ حلقة تبديلية واحدية الحيادي فيها هو $1 = \frac{1}{1}$.

(في حالة $0 \in S$ نحصل على التوضع التافه $\{0\} = S^{-1}R$)

و في حالة $S = R \setminus P$ حيث $P \in \text{Spec}(R)$ مثالي أولي في R ، فإن الحلقة
 $S^{-1}R = \left\{ \frac{a}{b} : a \in R, b \notin P \right\}$ تُسمى حلقة التوضع لـ R عند المثالي الأولي P ، و
يُرمز لها بالرمز R_P .

يُقال عن خاصة ما للحلقة R إنها محلية إذا و فقط إذا كانت حلقة التوضع R_μ تحقق
هذه الخاصة من أجل أي مثالي أعظمي μ في R .

إذا كانت $\text{Spec}(R)$ مجموعة المثاليات الأولية في R و S مجموعة مغلقة
ضريباً في R ، فإنه يوجد تقابل بين عناصر $\text{Spec}(R)$ و $\text{Spec}(S^{-1}R)$
و ذلك من أجل كل مثالي أولي $P \in \text{Spec}(R)$ يحقق $P \cap S = \emptyset$.

مثال: من أجل $R = \mathbb{Z}$ حلقة الأعداد الصحيحة و $P = \langle 7 \rangle$ مثالي أولي في R و
 $S = R \setminus P$ تكون حلقة التوضع لـ \mathbb{Z} عند المثالي الأولي P بالشكل:

$$\mathbb{Z}_{\langle 7 \rangle} := S^{-1}R = \left\{ \frac{a}{b} : a, b \in R, b \notin \langle 7 \rangle \right\} = \left\{ \frac{a}{b} : a, b \in R, 7 \nmid b \right\}$$

$$S^{-1}P := S^{-1} \langle 7 \rangle = \left\{ \frac{a}{b} : a \in \langle 7 \rangle, b \notin \langle 7 \rangle \right\} = \left\{ \frac{a}{b} : 7 \mid a, 7 \nmid b \right\}$$

المبرهنة الآتية تُصِف كيفية بناء حلقة محلية (توضع حلقة عند مثالي أولي) و المثالي
الأعظمي الوحيد.

9-1. تعريف [9,10,11,12]:

لتكن R منطقة صحيحة ID ونوثرية. تُسمى R منطقة ديدكند "Dedekind's Domain" و يُرمز لها بـ DD إذا و فقط إذا كان كل مثالي غير صفري I في R قابل للقلب، أي إن $I.I^{-1} = R$ حيث $I.I^{-1} = \{r \in Quot(R) : r.I \subset R\}$.

10-1. مبرهنة [9,10,11,12]:

لتكن R منطقة صحيحة ID و نوثرية (وليست حقلاً). عندئذ R هي DD إذا و فقط إذا كان كل مثالي أولي و غير صفري في R هو مثالي أعظمي في R . أي أن بُعد مناطق ديدكند يساوي الواحد، $\dim(R) = 1$.

2. مناطق بريفر و الحلقات الناظرية محلياً و الحلقات الحسابية:

نعرض في هذا الجزء من البحث أهم نتائج [2] و [1] التي تبين العلاقة بين الحلقات الناظرية محلياً و مناطق بريفر و توصيفاً للحلقة الحسابية من خلال المثاليات الأولية و مناطق بريفر.

1-2. تعريف [1,7,9,10,11,12]:

a. إذا كانت R منطقة صحيحة ID ، فإن R منطقة بريفر إذا و فقط إذا كان كل

مثالي منتهي التوليد I في R قابل للقلب، أي إن $I.I^{-1} = R$ حيث

$$I^{-1} = \{r \in Quot(R) : r.I \subset R\} .$$

b. لتكن R حلقة، عندئذ نقول عن أي حلقة T إنها فوق الحلقة R إذا كانت

$$.R \subseteq T \subseteq Quot(R)$$

إذا كانت R منطقة تكاملية و T فوق المنطقة R عندئذ T منطقة تكاملية وأكثر من ذلك

$$.Quot(T) = Quot(R)$$

2-2. تعريف [1,2,7,9,10,11,12]:

يُقال إن الحلقة R ، حلقة حسابية إذا كانت المثاليات في R_μ مرتبة كلياً بالنسبة لعلاقة
الاحتواء وذلك أياً كان المثالي الأعظمي μ في R .

2-3. تعريف [9,10]:

لتكن حلقة تبديلية R و I مثالي في R . يُقال إن المثالي I رئيسي بشكل محلي في R
إذا كان I_μ مثالياً رئيسياً في R_μ ، و ذلك أياً كان $\mu \in \mu - \text{Spec}(R)$.

2-4 مبرهنة [9,10]:

نقول عن حلقة R إنها حسابية إذا وفقط إذا كان كل مثالي منتهي التوليد في R هو
مثالي رئيسي بشكل محلي.

2-5. مبرهنة ([3,4,11,12]):

إذا كانت R منطقة صحيحة، فإن القضايا التالية متكافئة:

- (1) R نازمية،
- (2) R_P نازمية : $\forall P \in \text{Spec}(R)$ ،
- (3) R_μ نازمية : $\forall \mu \in \mu - \text{Spec}(R)$ ، حيث $\mu - \text{Spec}(R)$
مجموعة كل المثاليات الأعظمية في R .

إن النتيجة الآتية تعرض العلاقة بين الحلقات النازمية و مناطق بريفر .

2-6. نتيجة [2]:

لتكن R منطقة صحيحة ID و نوثرية بُعدها $\dim(R) = 1$. إن R منطقة بريفر إذا و فقط إذا كانت R حلقة ناظرية محلياً، أي إن R_μ حلقة ناظرية من أجل أي مثالي أعظمي μ في R .

2-7. مبرهنة ([1]):

لتكن R حلقة مختزلة، إن القضيتين التاليتين متكافئتان:

(1) R حلقة حسابية.

(2) كل مثالي أعظمي يحوي مثالي أولي أصغري وحيد P وتكون من أجله R/P هي منطقة بريفر.

2-8. مبرهنة ([9,10,12,13]):

لتكن R منطقة صحيحة ID ، عندئذ R منطقة بريفر إذا و فقط إذا كانت كل فوق حلقة L مغلقة جبرياً.

3- العلاقة بين الحلقات الحسابية و الحلقات الناظرية:

في الحالة العامة لا يوجد علاقة بين الحلقات الحسابية و الحلقات الناظرية، و في حالة R منطقة صحيحة و حسابية فهي منطقة بريفر و بالتالي هي حسابية، و حسب المبرهنة (2-8) تكون R ناظرية لأنها فوق حلقة فوق نفسها فهي مغلقة جبرياً و مختزلة كونها منطقة صحيحة. و من خلال المثال الآتي نبيّن بأنه ليس ضرورياً أن تكون الحلقة الحسابية هي حلقة ناظرية.

مثال: لتكن $R = \mathbb{R}[x, y]$ حلقة كثيرات الحدود المعرفة على حقل الأعداد الحقيقية

$$T = R/I \text{ و } I = \langle x^2 - x, y \rangle \text{ مثالي في } R. \text{ لنأخذ } T/I$$

عندئذ المثاليات الأعظمية في T من الشكل

$$\mu_1 = \overline{\langle x, y, \rangle}, \mu_2 = \overline{\langle x - 1, y \rangle} \text{ كما أن}$$

$$\left(\frac{T}{I} \right)_{\mu_1} \cong \left(\frac{\mathbb{R}[x, y]}{\langle x, y \rangle} \right)_{\overline{\langle x, y \rangle}} \cong \mathbb{R}$$

$$\left(\frac{T}{I} \right)_{\mu_2} \cong \left(\frac{\mathbb{R}[x, y]}{\langle x - 1, y \rangle} \right)_{\overline{\langle x, y - 1, \rangle}} \cong \mathbb{R}$$

مما سبق نجد أنّ T حلقة حسابية وذلك لأنّ تموضعها عند أي مثالي أعظمي هو حقل أي أنها حلقة مثاليات رئيسية (تحتوي فقط على مثاليين هما كامل الحلقة و هو مولد بالواحد و المثالي الصفري، لأنها حقل) وبالتالي كل مثالي في T هو مثالي رئيسي بشكل محلي، حسب المبرهنة (2-4). بينما T ليست ناعمية و ذلك لأن

$$\bar{\alpha} = \frac{\bar{y}}{\bar{x}} \in \text{Quot}(T): \exists f(z) = z^2 + (\overline{x-1}) \in T[z]: f(\alpha) = \left(\frac{\bar{y}}{\bar{x}}\right)^2 + \overline{(x-1)} = \frac{\bar{y}^2 + \bar{x}^3 - \bar{x}^2}{\bar{x}^2} = \frac{\bar{y}^2 + \bar{x}(\bar{x}^2 - \bar{x})}{\bar{x}^2} = \frac{\bar{0} + \bar{x}(\bar{0})}{\bar{x}^2} = \bar{0}.$$

و منه $\bar{\alpha} = \frac{\bar{y}}{\bar{x}} \in \text{Int}_{\text{Quot}(T)}(T)$ ، و لكن $\bar{\alpha} = \frac{\bar{y}}{\bar{x}} \notin T$ ، أي أن

$$\text{Int}_{\text{Quot}(T)}(T) \neq T$$

نعرض في هذا الجزء من البحث العلاقة بين الحلقات الحسابية و الناضمية من خلال استخدام بعض المفاهيم في الجبر التبادلي مثل المرافقات الأولية الأصغرية و المغموسة، و بُعد كرويل "Krull's Dimension"، و المثاليات الأولية الأصغرية. و لكن قبل ذلك نعرض نتيجة، تبين أن المثاليات الأولية الأصغرية في الحلقات المختزلة و النثرية موجودة و يمكن تحديد عددها، وذلك بإيجاد المرافقات الأولية الأصغرية و اثبات أن مجموعة المثاليات الأولية المرافقة المغموسة تساوي المجموعة الخالية، بالإضافة إلى أنها تزودنا بطريقة حسابها في حالة أردنا إيجادها من خلال حساب قواعد *Groebner* في أنظمة جبر الكمبيوتر "Computer Algebra System" مثل *SINGULAR* أو *Maple*.

3-1. نتيجة:

لتكن R حلقة تبديلية واحدية مختزلة و نثرية . عندئذ المثاليات الأولية الأصغرية في R تكون موجودة و عددها محدود.

الاثبات: بما أن R حلقة نثرية فإن المثالي الصفري $I = \langle 0 \rangle$ يملك تحليلاً ابتدائياً مختزلاً في R ، و ذلك حسب المبرهنة (4-1)، و ليكن $\{Q_1, Q_2, \dots, Q_n\}$ ، حيث

$$\bigcap_{j \neq i} Q_j \not\subseteq Q_i \quad \text{و} \quad \sqrt{Q_i} \neq \sqrt{Q_j}, \quad i \neq j \quad \text{و} \quad I = \langle 0 \rangle = \bigcap_{i=1}^n Q_i$$

وحسب المبرهنة (4-1) نجد أن $Ass(\langle 0 \rangle) = \{P_1, P_2, \dots, P_n\}$

$$.P_i = \sqrt{Q_i}, \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, n\}$$

و لكن $Ass(\langle 0 \rangle) = Min(\langle 0 \rangle) \cup Emb(\langle 0 \rangle)$

نفرض جدلاً أن $Emb(< 0 >) \neq \emptyset$ ، عندئذ يوجد عنصر و احد على الأقل من
عناصر المثاليات الأولية المرافقة للمثالي الصفري في $Emb(< 0 >)$ و ليكن P_1
مثلاً. و بالتالي

$$\sqrt{\langle 0 \rangle} = \sqrt{\bigcap_{i=1}^n Q_i} = \bigcap_{i=1}^n \sqrt{Q_i} = \bigcap_{i=1}^n P_i = \bigcap_{i=2}^n P_i$$

و ذلك لأن $P_1 \in Emb(< 0 >)$ ، أي أنه يوجد $P_i \in Ass(< 0 >)$ يحقق
. $P_i \subseteq P_1$

و بما أن الحلقة R مختزلة فيكون

$$\bigcap_{i=1}^n Q_i = \langle 0 \rangle = \sqrt{\langle 0 \rangle} = \sqrt{\bigcap_{i=1}^n Q_i} = \bigcap_{i=1}^n \sqrt{Q_i} = \bigcap_{i=1}^n P_i = \bigcap_{i=2}^n P_i$$

أي أن $\bigcap_{i=1}^n Q_i = \bigcap_{i=2}^n P_i$ ، و منه

$$\bigcap_{i=2}^n Q_i \subseteq Q_1 \text{ أي أن } \bigcap_{i=2}^n Q_i \subseteq \bigcap_{i=2}^n \sqrt{Q_i} = \bigcap_{i=2}^n P_i = \bigcap_{i=1}^n Q_i \subseteq Q_1$$

و هذا يناقض كون التحليل الابتدائي مختزلاً، و بالتالي الفرض الجدلي خاطئ ، أي أن

$$Emb(< 0 >) = \emptyset \text{ ، و منه } Ass(< 0 >) = Min(< 0 >) \text{ ، و كون}$$

المثالي الصفري محتوى بكل مثالي، فيكون لدينا من أجل أي مثالي أولي و أصغري

$$. P \in Spec(R)$$

$$\langle 0 \rangle = \sqrt{\langle 0 \rangle} = \sqrt{\bigcap_{i=2}^n Q_i} = \bigcap_{i=2}^n \sqrt{Q_i} = \bigcap_{i=2}^n P_i \subseteq P$$

و منه $\exists i \in \{1, 2, \dots, n\} : P_i \subseteq P$ ،

و ذلك لو أنه فرضنا جدلاً $\exists i \in \{1, 2, \dots, n\} : P_i \not\subseteq P$ ، فهذا يعني أنه يوجد عنصر مثل $x_i \in P_i$ و $x_i \notin P$. وعليه $\prod_{i=1}^n x_i \in \prod_{i=1}^n P_i \subseteq \bigcap_{i=1}^n P_i \subseteq P$ و كون P أولي فإن $x_i \in P$ و هذا تناقض.

و منه $P = P_i$ ، و ذلك لأن P أصغري. أي أن $P \in \text{Min}(< 0 >)$ و عليه تكون

$$\text{Min}(< 0 >) = \{P \in \text{Spec}(R) : \nexists Q \in \text{Spec}(R); Q \subsetneq P\} = \{P_1, P_2, \dots, P_n\}$$

أي أن المثاليات الأولية الأصغرية موجودة وعددها يساوي n .

3-2. نتيجة:

لنكن R حلقة تبديلية واحدة مختزلة و نوثرية. عندئذ: إن حلقة حسابية إذا فقط إذا وجد عدد منته من المثاليات الأولية الأصغرية في R و الأولية فيما بينها مثني مثني، و يكون من أجل كل واحد منها ، مثل P ، حلقة الباقي (القسمه) $\frac{R}{P}$ ناظمية.

الاثبات: بما أن R حلقة تبديلية واحدة مختزلة و نوثرية، فإن المثاليات الأولية الأصغرية موجودة و يكون عددها محدود، و ذلك حسب النتيجة السابقة (3-2).

***نبيّن أن المثاليات الأولية الأصغرية هي أولية فيما بينها إذا فقط إذا كان كل مثالي أعظمي يحوي مثالي أصغري وحيد. و ذلك وفقاً لما يلي.**

ليكن P_1, P_2 مثاليين أوليين أصغريين في R و هما أوليان فيما بينهما أي أن

$R = P_1 + P_2$ ، ولنفرض جدلاً أنه يوجد مثالي أعظمي μ في R يحوي P_1, P_2 و منه $P_1 + P_2 = R \subset \mu$ وهذا يناقض كون μ مثالي أعظمي في R (أي يجب أن

يكون $\mu \neq R$) ومنه الفرض الجدلي خاطئ ، أي أن كل مثالي أعظمي يحوي مثالي
أولي أصغري وحيد.

العكس ليكن P_1, P_2 مثاليين أوليين أصغريين في R ولنفرض جـدلاً أن P_1, P_2 ليسا
أوليين فيما بينهما عندئذ $P_1 + P_2 \neq R$ وبالتالي يوجد مثالي أعظمي μ يحقق
 $P_1 + P_2 \subset \mu$ ، و بما أن $P_1, P_2 \subset P_1 + P_2$ فيكون $P_1, P_2 \subset \mu$ وهذا
يناقض كون كل مثالي أعظمي يحوي مثالي أولي أصغري وحيد ومنه الفرض الجدلي
خاطئ أي P_1, P_2 أوليان فيما بينهما. ^{3*}

من المبرهنة (2-7) تكون R حلقة حسابية إذا و فقط إذا كان كل مثالي أعظمي

يحوي مثالي أولي أصغري وحيد P ويكون من أجله R/P هي منطقة بريفر . و

بالتالي تكون R حلقة حسابية إذا و فقط إذا كان كل مثاليين أوليين أصغريين في
 R أوليان فيما بينهما و من أجل أي مثالي أولي أصغري مثل P تكون من أجله
 R/P هي منطقة بريفر .

و كون R حلقة نوثرية فتكون R/P حلقة نوثرية، و ذلك حسب المبرهنة (1-5). و

منه R/P منطقة صحيحة ID و نوثرية و بريفر، و حسب التعريف (1-9) تعريف

منطقة ديدكند تكون R هي DD منطقة ديدكند. و عليه يكون $\dim\left(R/P\right) =$

1، و ذلك حسب المبرهنة (1-10). و بالتالي تكون R حلقة حسابية إذا و فقط إذا

كان كل مثاليين أوليين أصغريين في R أوليان فيما بينهما و من أجل أي مثالي

³ يمكن أن نبين ذلك بسهولة بغض النظر عن كونها حلقة مختزلة و نوثرية، أي أنه صحيحة في أي حلقة واحدة
تبديلية. (المثاليات الأولية الأصغرية غير الصفريية في حالة وجودها تكون أولية فيما بينها إذا و فقط كان كل مثالي
أعظمي يحوي مثالي أصغري وحيد).

أولي أصغري مثل P تكون من أجله R/p هي منطقة صحيحة و بريفر و نوثرية و

بعدها $\dim(R/p) = 1$. وحسب النتيجة (2-6) تكون R حلقة حسابية إذا و

فقط إذا كانت R/p حلقة ناظرية محلياً، أي إن $(R/p)_\mu$ حلقة ناظرية من أجل

أي مثال أعظمي μ في R/p . و حسب المبرهنة (2-5) كون صفة الناظرية هي

صفة محلية، أي أن R حلقة حسابية إذا و فقط إذا كانت R/p حلقة ناظرية. و

بذلك يتم المطلوب.

المثال السابق بين أن الحلقة T حسابية و لكنها ليست ناظرية، سنطبق النتيجة السابقة على هذا المثال و نبين كيفية استخدام التحليل الابتدائي و إيجاد المرفقات الأولية الأصغرية من خلال حلقة الباقي T/p ، حيث P مثالي أولي أصغري في T .

لتكن $R = \mathbb{R}[x, y]$ حلقة كثيرات الحدود المعرفة على حقل الأعداد الحقيقية \mathbb{R}

و $I = \langle x^2 - x, y \rangle$ مثالي في R ، و لنأخذ $T = R/I$.

واضح أن T حلقة نوثرية و ذلك حسب المبرهنة (1-5) و (1-6) ، كما أن T مختزلة لأن

$$\begin{aligned} \sqrt{N(T)} &= \sqrt{\langle x^2 - x, y \rangle} = \sqrt{\langle x, y \rangle \cap \langle x - 1, y \rangle} \\ &= \sqrt{\langle x, y \rangle} \cap \sqrt{\langle x - 1, y \rangle} = \langle x, y \rangle \cap \langle x, y - 1 \rangle \\ &= \langle x, y^2 - y \rangle = N(T). \end{aligned}$$

و ذلك لأن $\langle x, y - 1 \rangle$ و $\langle x, y \rangle$ هي مثاليات جذرية (أولية).

ونلاحظ أنّ

$$\langle x^2 - x, y \rangle = \langle x, y \rangle \cap \langle x - 1, y \rangle$$

$$I, \text{ و } Ass(I) = \{ \langle x, y \rangle, \langle x, y - 1 \rangle \}$$

و $Min(I) = \{ \langle x, y \rangle, \langle x, y - 1 \rangle \}$ ، أي أن $Emb(I) = \emptyset$ ، ومنه

المثاليات الأولية الأصغر في T هي فقط

$$P_1 = \overline{\langle x, y \rangle}, P_2 = \overline{\langle x, y - 1 \rangle}$$

$$\text{و هي أولية فيما بينها أي أن}$$

$$\overline{\langle x, y \rangle} + \overline{\langle x, y - 1 \rangle} = T$$

$$\frac{T}{P_1} = \frac{T}{\overline{\langle x, y \rangle}} \cong \frac{\frac{\mathbb{R}[x, y]}{I}}{\frac{\langle x, y \rangle}{I}} \cong \frac{\mathbb{R}[x, y]}{\langle x, y \rangle} \cong \mathbb{R},$$

$$\frac{T}{P_2} = \frac{\frac{\mathbb{R}[x, y]}{I}}{\frac{\langle x-1, y \rangle}{I}} \cong \frac{\mathbb{R}[x, y]}{\langle x-1, y \rangle} \cong \mathbb{R}$$

وبالتالي $\frac{T}{P_2}$ و $\frac{T}{P_1}$ هي حقول أي أنها ناعمية ، و عليه فإن R هي حلقة حسابية وذلك
حسب النتيجة السابقة.

5- الخاتمة:

يُقدم هذا البحث دراسة العلاقة بين الحلقات الحسابية "Arithmetical Rings" و الحلقات الناضمية "Normal Rings"، و يُعد هذا البحث امتداداً للبحث [2] و البحث [1]، حيث الأول [2] يدرس العلاقة بين حلقات بريفر "Pruefer's Rings" و الحلقات الناضمية محلياً من خلال تطبيق مبرهنة "Cayley-Hamilton" و تمهيدات "Nakayama" و بُعد "Krull"، و الثاني [1] يقدم دراسة العلاقة بين الحلقات الحسابية و مناطق بريفر من خلال المثاليات الأعظمية و الأولية المحتواة بها. إن شرط الحلقة المختزلة و النوثرية موجود في هذه الدراسات الثلاث (هذا البحث و [2] و [1])، كرؤى مستقبلية ربما يتم الاستغناء عن أحد هذه الشروط و الاستعاضة عن المختزلة كما هو في [1] بشرط آخر يكون أقل قسوة أو التعميم إلى حلقات بُعدها أكبر من واحد كما هو في [2] أو ربما الاستغناء صفة نوثرية. بالإضافة إلى أنه يمكن استخدام قواعد "Groebner" من أجل إيجاد التحليل الابتدائي و المرافقات الأولية و هذا ممكن في نظام جبر الكمبيوتر مثل "SINGULAR" و قد بينا بأن عدد المثاليات الأولية الأصغرية منتهية في الحلقات المختزلة و النوثرية مما يسمح لنا كتابة خوارزميات اختبار لأنواع هذه الحلقات في الدراسات الثلاث و يضمن تنفيذها في نظام جبر كمبيوتر.

REFERENCES:

1. AL-RASHED, S. AYTAAH, M 2021 Pruefer' Rings and Arithmetical Rings, **Journal of Damascus University for Basic Science**, Vol. 36.
2. AL-RASHED, S 2020 Apply Cayley-Hamilton's Theorem, Nakayama's Lemma and Krull's Dimension to Study the Relationship between the Pruefer's Domains and Locally Normal Rings, **Journal of Damascus University for Basic Science**, Vol. 36.
3. AL-RASHED, S 2019 - **Master Lecture Note of Commutative Algebra**. Damascus University.
4. ATIYAH, F 1967 - **Introduction to commutative Algebra**. University of Oxford.
5. BRAUN, A, and WARELD, R.B 1988 Symmetry and Localization in Noetherian Prime PI Rings, **Journal of Algebra** Vol.118. 322-335 .
6. BRUNS, W, and HERZOG, J 1998 - **COHEN-Macaulay, Rings**. 2nd ed. Cambridge, England: Cambridge University Press,
7. EISENBUD, D 2008 - **Commutative Algebra with a view toward Algebraic Geometry**. Spriger-Verlay, 778p.
8. EISENBUD, D 2013- **Expository Papers Dedicated to David Eisenbud on the Occasion of His 65th Birthday**, , ISBN 978-1-4614-5292-8.
9. FRALEIGH, J 2004 - **A First course in Abstract Algebra**. 7th Edition. Spriger-Verlay.
10. GATHMANN, A 2013- **Commutative Algebra**, Class Notes TU Kaiserslautern.

11. GLAZ, S. and SCHWARZ, R 2011. Prüfer condition in commutative rings, **Arabian journal for science and Engineering**, Vol. 36. 967-983.
12. LARSEN, M, and McCARTHY, P 1971 -**Multiplicative theory of ideals**. Academic Press New york and London, 317p
13. T. Nakayama, 1951 A remark on finitely generated modules, **Nagoya Math. J.** Vol.3. 139-140 .
14. Decker, W, Greuel, G, and Schoenemann, H 2010 **Singular 3-1-1 | A computer algebra system for polynomial computations.** <http://www.singular.uni-kl.de>.

تأثير الزنجبيل على سرطان القولون المحدث بمادة 1,2 dimethylhydrazine في القداد السوري

ضحى جهاد محمد (1) نهلة إبراهيم (2) علي داود (3)

□ الملخص □

هدفت الدراسة الحالية إلى معرفة تأثير المستخلص المائي لجذور نبات الزنجبيل في الوقاية من أضرار ناجمة عن حقن القداد السوري بمادة (DMH) حيث شملت الدراسة 110 من القداد السوري وزعت على ست مجموعات على النحو الآتي: المجموعة الأولى 10 افراد وهي المجموعة الشاهد، قسمت بقية المجموعات إلى 20 فردا لكل مجموعة، المجموعة الثانية والثالثة جرعتا بخلصة الزنجبيل (80 ملغ/كغ ، 220 ملغ/كغ) على التوالي، أما المجموعة الرابعة فقد حقنت بمادة (DMH) بتركيز 40 ملغ/كغ صفاقيا عن طريق البطن بمعدل 4 مرات /الاسبوع لمدة 8 أسابيع، المجموعة الخامسة والسادسة جرعتا بخلصة الزنجبيل (80 ملغ/كغ ، 220 ملغ/كغ) لمدة اسبوع ثم جرعتا بالمستخلص النباتي بالتزامن مع حقنهما بمادة DMH أظهرت النتائج الكيميائية الدموية عدم وجود أي فرق معنوي بين المجموعة الشاهد والمجموعتان الثانية والثالثة اللتان جرعتا بخلصة الزنجبيل من حيث التعداد العام للكريات الحمر والبيض مع تراجع التعداد العام للكريات الحمر في المجموعة الرابعة بقيمة إحصائية ($p < 0.01$) أي اختلفت عن المجموعة الشاهد بنسبة 59,45% ، مع ازداد التعداد العام للكريات البيض في المجموعة الرابعة التي حقنت بمادة (DMH) ازديادا معنويا ($p < 0.001$) أي كان الاختلاف بنسبة 66,66%

كان للزنجبيل تأثير إيجابي حيث اختلفت المجموعة الشاهد عن المجموعة السادسة بقيمة 4,05% بالنسبة للكريات الحمر وبمعدل 2,46% فقط بالنسبة للكريات البيض مع عدم وجود أي فرق ذو دلالة إحصائية

أظهرت دراسة المقاطع النسيجية للقولون في الحيوانات التي حقنت بمادة DMH تطور أورام سرطانية بنسبة 80%، تحسنت البنية النسيجية في المجموعة الخامسة إلا أنها عادت إلى

تأثير المستخلص المائي لنبات الزنجبيل على سرطان قولون الهامستر السوري المستحدث بمادة
dimethyl hydrazine 1,2

بنيتها الطبيعية في المجموعة السادسة من حيث الخلايا والغدد مما يؤكد على أهمية المستخلص المائي لنبات الزنجبيل في حماية أنسجة القولون وتحسن بنية الخلايا والوقاية من الإجهاد التأكسدي المحدث بفعل مادة 1,2 dimethyl hydrazine

الكلمات المفتاحية: الزنجبيل، القولون، السرطان، القداد السوري، ثنائي ميثيل الهيدرازين

(1) طالبة دكتوراه - قسم علم الحياة الحيوانية - كلية العلوم - جامعة تشرين - اللاذقية - سوريا

(2) أستاذ مساعد - قسم علم الحياة الحيوانية - كلية العلوم - جامعة تشرين - اللاذقية -

سوريا

(3) أستاذ مساعد - قسم التشريح المرضي - كلية الطب البشري - جامعة تشرين - اللاذقية

- سوريا

Effect of zingiber on colon cancer induced by 1,2 dimethylhydrazine in Syrian hamsters

Abstract:

The current study aimed to know the effect of the aqueous extract of zingiber plant roots in the prevention of damage caused by injecting Syrian hamsters with DMH. To 20 individuals per group, the second and third groups dosed with zingiber extract (80 mg/kg, 220 mg/kg), respectively, and the fourth group was injected with (DMH) at a concentration of 40 mg/kg peritoneally through the abdomen at a rate of 4 times/week for 8 Weeks, the fifth and sixth groups dosed with zingiber extract (80 mg/kg, 220 mg/kg) for a week, then they were dosed with the plant extract simultaneously with DMH injections.

The hematological results showed that there was no significant difference between the control group and the second and third groups that were dosed with zingiber extract in terms of the general red blood cell count and white blood cell count, with the general red blood cell count declining in the fourth group with a statistical value ($p < 0.01$), meaning it differed from the control group by 59, 45%, with the increase in the general number of white blood cells in the fourth group that was injected with (DMH) a significant increase ($p < 0.001$), meaning the difference was by 66.66%

Zingiber had a positive effect, as the control group differed from the sixth group with a value of 4.05% for red blood cells and an

تأثير المستخلص المائي لنبات الزنجبيل على سرطان قولون الهامستر السوري المستحدث بمادة
dimethyl hydrazine 1,2

average of only 2,46% for white blood cells with no statistically significant difference

A study of the histological sections of the colon in animals injected with DMH showed the development of cancerous tumors by 80%. The tissue structure improved in the fifth group, but it returned to its normal structure in the sixth group in terms of cells and glands, which confirms the importance of the aqueous extract of ginger in protecting colon tissues and improving Cell structure and prevention of 1,2-dimethyl hydrazine-induced oxidative stress

Key words: zingiber, colon, cancer, Hamster,.1,2 dimethyl hydrazine,

مقدمة Introduction

لا يزال السرطان يمثل عبئاً عالمياً، على الرغم من التقدم في المجالات التكنولوجية والصيدلانية خلال العقدين الماضيين (Akinyemi *et al.*, 2013) لذا تم تحديد واسمات عديدة كوسائط مهمة للكشف عن الخلايا السرطانية، كأحد دلالات الموات الخلوي التي تحدد نمو الورم وانتشاره (Benzie , *et al.*, 2011) وأظهرت دراسات عديدة أهمية بعض المستخلصات النباتية في وقاية الأنسجة الحية من تأثير الإجهاد التأكسدي لذلك استخدمت كوسائل علاجية أو وقائية على الأقل للكثير من الأمراض حيث تعمل هذه النباتات على تعطيل دورة الخلية إلا أن هذه يترافق مع بعض الآثار الجانبية السلبية (Manish, *et al.*, 2014) لذلك اهتمت الأبحاث الحديثة بالعلاج الشعبي باستخدام المستخلصات النباتية لتوسيع استعمال الأدوية من المصادر الطبيعية النباتية بدلاً من الأدوية المصنعة كيميائياً (Akram *et al.*, 2017)

يعد سرطان القولون ثالث أنواع السرطانات شيوعاً على مستوى العالم (Ghosh *et al.*, 2015) حيث يتصف سرطان القولون بنشوء خلايا شاذة في الأغشية الداخلية للقولون نتيجة عدم التوازن بين الخلايا المتجددة والتي تموت مما يؤدي إلى حدوث الموت الخلوي المبرمج Apoptosis وبالتالي حدوث زيادة تجدد الخلايا في تلك المنطقة كالذي يحدث في أعلى البؤر القولونية (Kim *et al.* , 2017) .

انطلاقاً من الأضرار التي يحدثها العلاج الكيميائي للسرطان ازداد الاهتمام بالنباتات الطبية ومستخلصاتها وعزل المركبات الكيميائية فيها لدراسة تأثيراتها الوقائية أو العلاجية (Bak *et al.*, 2012) ومن هذه النباتات مستخلص نبات الزنجبيل (Sakr, 2007) حيث تم استخدامه في علاج العديد من أمراض الجهاز الهضمي مثل الغثيان وآلام البطن والإسهال والقلب والسكري وكشفت الدراسات أن الزنجبيل يحمل خصائص مضادة للسرطان في مجموعة متنوعة من النماذج التجريبية (Black, 2010)

نظراً لأهمية البحث عن تأثير خلاصة الزنجبيل المائية في قولون القداد السوري بعد حقن الحيوانات صفاقياً بمادة Dimethylhydrazine ، ودراسة الآثار السمية لهذه

المادة حيث تفتح هذه الدراسة آفاقاً لدراسات أخرى أكثر تعمقاً تلقي الضوء على فعالية المركبات المتركزة في المستخلص النباتي ودراسة آلية تأثير هذه المركبات في حماية الخلايا والأنسجة من الإجهاد التأكسدي المحدث بفعل عوامل مختلفة لما في ذلك أهمية في تحسين حياة الإنسان.

أهمية البحث وأهدافه Importance and Objectives of Study

أهمية البحث :

تتبع أهمية البحث من الكشف عن تأثيرات ضارة محتملة على قولون القداد السوري الناتجة عن حقن مادة Dimethylhydrazine و حدوث تغيرات نسيجية في خلايا وأنسجة القولون وكذلك تقصي تأثير تناول مستخلص نبات الزنجبيل ودورة الوقائي في حيوانات التجربة يمكن لنتائج هذه الدراسة أن تمثل إضافة جديدة عن تأثير مستخلص الزنجبيل والآثار الجانبية الناتجة عن مادة (DMH) .

أهداف البحث : تهدف الدراسة الحالية إلى الآتي:

1- دراسة التأثير الوقائي لمستخلص نبات الزنجبيل على التغيرات السلبية في القداد المحدث بمادة (DMH) من خلال دراسة التغيرات النسيجية على القولون من حيث الشكل العام للنسيج والغدد.

2 - تقصي تأثير إيجابي محتمل ناتج عن تجريع حيوانات التجربة بالمستخلص المائي للزنجبيل في قولون القداد السوري .

3- دراسة تغيرات دموية من حيث التعداد العام للكريات الحمر والبيض الناتجة عن حقن مادة DMH وتقصي تأثير تجريع الحيوانات بمستخلص الزنجبيل .

طرائق البحث ومواد Materials And Methods

حيوانات التجربة: أجريت الدراسة على 110 من حيوانات القداد بعمر 3-4 شهور وسطياً وبوزن تراوح ما بين 90-110 غ تم شراؤها من مصدر تجاري- مركز تربية الحيوانات/اللاذقية. حفظت الحيوانات في شروط مناسبة من حيث الغذاء ودرجة الحرارة

(25 م) والإضاءة (12 ساعة إضاءة/12 ساعة ظلام)، وتركت للتأقلم لمدة لا تقل عن اسبوعين قبل بدء التجربة.

Dimethyl 1,2 Dimethyl Hydrazine: حصلنا على المادة المسرطنة 1,2 Dimethyl Hydrazine من شركة سيغما (Sigma Chemical Co) ، تم إذابة 1 ، 2-ثنائي ميثيل هيدرازين (DMH) في 1 EDTA ميلي مولار، حضرت بشكل طازج قبل الاستخدام ، ثم عدلت درجة pH إلى 6.5 مع 1 ملي مولار من محلول هيدروكسيد الصوديوم NaOH .

قمنا بحقن مادة dimethyl hydrazine 1,2 صفاقياً عن طريق البطن بمعدل أربع مرات/الأسبوع لمدة 8 أسابيع وذلك بتركز (40 ملغ/كغ).

تحضير المستخلص المائي لنبات الزنجبيل: غسل جذور نبات الزنجبيل بالماء المقطر وجففت في الظل لمدة 4-5 أيام قبل سحقها بخلاط كهربائي للحصول على بودرة ناعمة ، بعد ذلك ، أضيف إلى المسحوق النباتي (500غ) في ليتر واحد من الماء المقطر بدرجة حرارة (35-40 م) وترك المزيج لمدة 24 ساعة في درجة حرارة المختبر ، بعد ذلك رشح المحلول مرتين باستخدام ورق ترشيح واتمان ونقلت الرشاحة إلى الحاضنة لحين الحصول على بودرة نقية جافة (Amin and hamza,2005)

حفظت البودرة ضمن أنابيب زجاجية مانعة للضوء في الثلاجة بدرجة حرارة 4 م لحين الاستخدام حيث حضرت منها الجرعات بالتركيز المطلوبة لتجريب حيوانات التجربة (80ملغ/كغ ، 220ملغ/كغ) يومياً

تصميم التجربة:

وزعت حيوانات التجربة (بعد أقلمتها) عشوائياً في ست مجموعات وذلك على النحو الآتي: المجموعة الأولى (10 أفراد)، وهي مجموعة الشاهد وقد جُرعت بالماء المقطر فقط وقدم لها الغذاء المناسب.

المجموعة الثانية والثالثة (20 فرداً لكل مجموعة): جُرعتا يومياً بخلصة الزنجبيل (80 ملغ/كغ ، 220 ملغ/كغ) على التوالي بواسطة التغذية الأنبوبية لمدة 8 أسابيع.

تأثير المستخلص المائي لنبات الزنجبيل على سرطان قولون الهامستر السوري المستحدث بمادة
dimethyl hydrazine 1,2

المجموعة الرابعة: حقنت بمادة 1,2 (dimethyl hydrazine) بتركيز (40 ملغ/كغ) وتم الحقن صفاقياً عن طرُق البطن بمعدل أربع مرات/الأسبوع لمدة 8 أسابيع المجموعتان الخامسة و السادسة : تم تجريعهما بمستخلص الزنجبيل بتركيز (80 ملغ/كغ، 220 ملغ/كغ) على التوالي يومياً لمدة أسبوع ثم جرعتا بمستخلص الزنجبيل بنفس الجرعة يومياً إضافة إلى حقنهم بمادة (DMH.) بتركيز 40 ملغ/كغ 4 مرات /الاسبوع لمدة 8 أسابيع .

بعد الانتهاء من التجربة تم تخدير الحيوانات وفتح البطن، تم استئصال قولونات حيوانات القداد وحفظت بشكل مستقل في عبوات بلاستيكية سعة 50 مل مخصصة لهذه الغاية تحتوي على محلول الفورمالين بتركيز 10% لحين إجراء الدراسة النسيجية

الدراسة الكيميائية : تم سحب عينات الدم من قلب حيوانات القداد لدراسة المعايير الدموية :

- 1-تعداد الكريات الحمر (RBCs) Red Blood Cells :استخدمت طريقة عداد خلايا الدم نيوباور (Neubauer counting chamber) ومحلول التخفيف المتعادل (Isotonic diluting fluid) لحساب عدد كريات الدم الحمر (Attia et al.,2014)
- 2- تعداد الكريات البيض (WBCs) White Blood Cells : استخدمت طريقة عداد خلايا الدم نيوباور (Neubauer counting chamber) ومحلول التخفيف (Turkey,s Fluid) لحساب عدد كريات الدم البيض (Attia et al.,2014)

الدراسة النسيجية

جُهرت عينات القولون لإجراء المقاطع النسيجية بغمرها بالبارافين ضمن قوالب خاصة ثم أجريت المقاطع النسيجية بسماكة 5 ميكرون باستخدام المقطاع النسيجي (Meditome A 550) ثم عولجت تمهيداً لتلوينها بالهيماتوكسيلين - ايوزين وفقاً للطرائق المعتمدة

(Drury et al.,1980; Maity et al 2012). بعد ذلك، درست المحضرات النسيجية مجهرياً باستخدام مجهر ضوئي مجهز بكاميرا رقمية لتحري الآثار الناتجة عن تجريع الحيوانات بالمستخلص النباتي المائي وحقن مادة (DMH) والدور الوقائي المحتمل لخلاصة الزنجبيل.

النتائج :

1-تأثير الزنجبيل على التعداد العام للكريات الحمر (RBCs) للحيوانات التجريبية :

لدى مقارنة التعداد العام للكريات الحمر RBCs عند مجموعات الحيوانات الست (الجدول رقم 1 والشكل رقم 1) كان التعداد 7.4 ± 0.3 لدى مجموعة الشاهد (الأولى) واقترب من قيمته في المجموعتين الثانية والثالثة مع تراجع التعداد لدى المجموعة الرابعة (المعالجة بالمادة المسرطنة) إلى 3.0 ± 0.6 وكان الفرق ذو دلالة احصائية $** = p < 0.01$ أي تناقصت بنسبة 95.45 % وارتفع في المجموعة الخامسة إلى قيمة 5.1 ± 1.9 لتختلف عن قيمة المجموعة الشاهد بنسبة 31.08 % . ثم عادت لترتفع إلى قيمة 7.1 ± 2.1 ولم يكن له أي دلالة إحصائية واختلفت عن قيمة المجموعة الأولى بنسبة 4.05 % في المجموعة السادسة المعالجة بخلاصة الزنجبيل لمدة أسبوع قبل البدء بحقن المادة المسرطنة (40 ملغ/كغ) ثم تعطى هذه المادة بنفس الجرعة بالتزامن مع خلاصة الزنجبيل (220 ملغ/كغ).

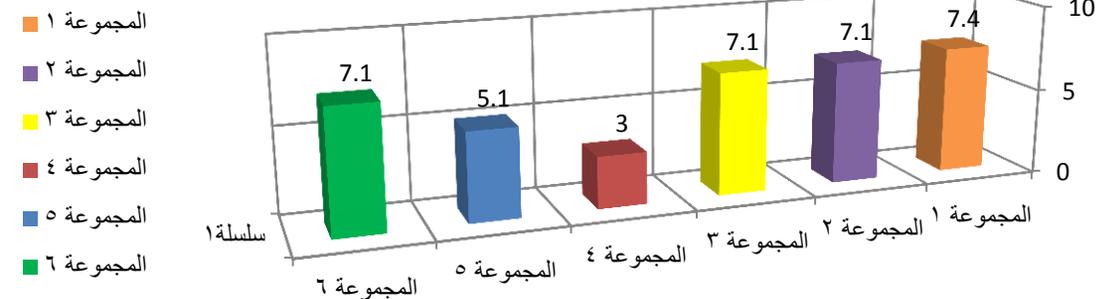
تأثير المستخلص المائي لنبات الزنجبيل على سرطان قولون الهامستر السوري المستحدث بمادة
dimethyl hydrazine 1,2

الجدول رقم (1): مخطط بياني يوضح تأثير الزنجبيل على التعداد العام للكريات الحمر

للحيوانات المعالجة بالمادة المسرطنة Dimethyl Hydrazine 2,1

المجموعة	الأولى	الثانية	الثالثة	الرابعة	الخامسة	السادسة
عدد الحيوانات	10	20	20	20	20	20
RBCs millions/ mm ³	7.4 ± 0.3	7.1±0.2	7.1±0.5	3.0±0.6**	5.1±1.9*	7.1±2.1

مقارنة التعداد العام للكريات الحمر



الشكل رقم (1) مخطط بياني يظهر تعداد الكريات الحمر لدى المجموعات الست من الحيوانات (نلاحظ انخفاض التعداد العام للكريات الحمر في المجموعة الرابعة لتعود بالارتفاع في المجموعة السادسة)

2- تأثير الزنجبيل على التعداد العام WBCs للحيوانات التجريبية :

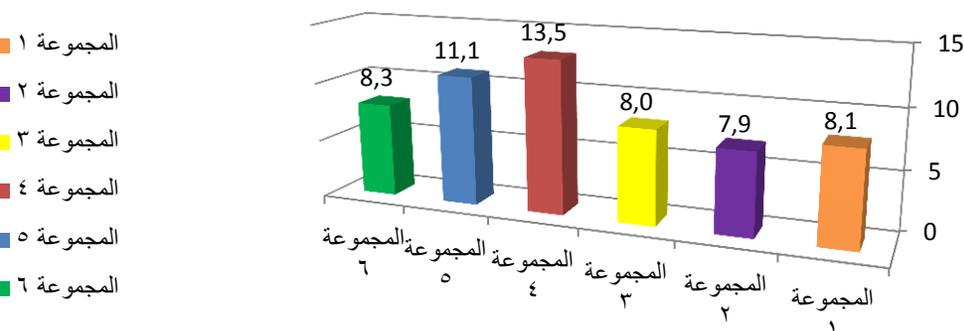
لدى مقارنة التعداد العام للكريات البيض عند مجموعات الحيوانات (الجدول رقم 2، الشكل رقم 2) كان التعداد 8.1 ± 0.1 لدى مجموعة الشاهد (الأولى) لتتقارب مع قيمة كل من المجموعتين الثانية والثالثة وازداد التعداد كثيراً بنسبة 66.66 % ليصبح 13.5 بدلالة إحصائية $p < 0.001$ *** = لدى المجموعة الرابعة (المعالجة بالمادة المسرطنة) ، لتعود بالتراجع في المجموعة الخامسة إلى 11.1 ± 0.6 بدلالة إحصائية ($p < 0.05$ *) أي اختلفت عن المجموعة الشاهد بمقدار 37.03 % . واقتربت في المجموعة السادسة من المجموعة الشاهد لتساوي 8.3 ± 0.8 ولم يكن بينهما أي فرق إحصائي حيث اختلفت عن المجموعة الأولى بنسبة 2.46 % فقط

الجدول رقم (2): مخطط بياني يوضح تأثير الزنجبيل على التعداد العام للكريات البيض

للحيوانات المعالجة بالمادة المسرطنة 2,1 Dimethyl Hydrazine

المجموعة	الأولى	الثانية	الثالثة	الرابعة	الخامسة	السادسة
عدد الحيوانات	10	20	20	20	20	20
WBCs millions/ mm ³	8.1 ± 0.1	7.9 ± 0.2	8.0 ± 0.3	13.5 ± 2.1 ***	11.1 ± 0.6 *	8.3 ± 0.8

مقارنة التعداد العام للكريات البيض

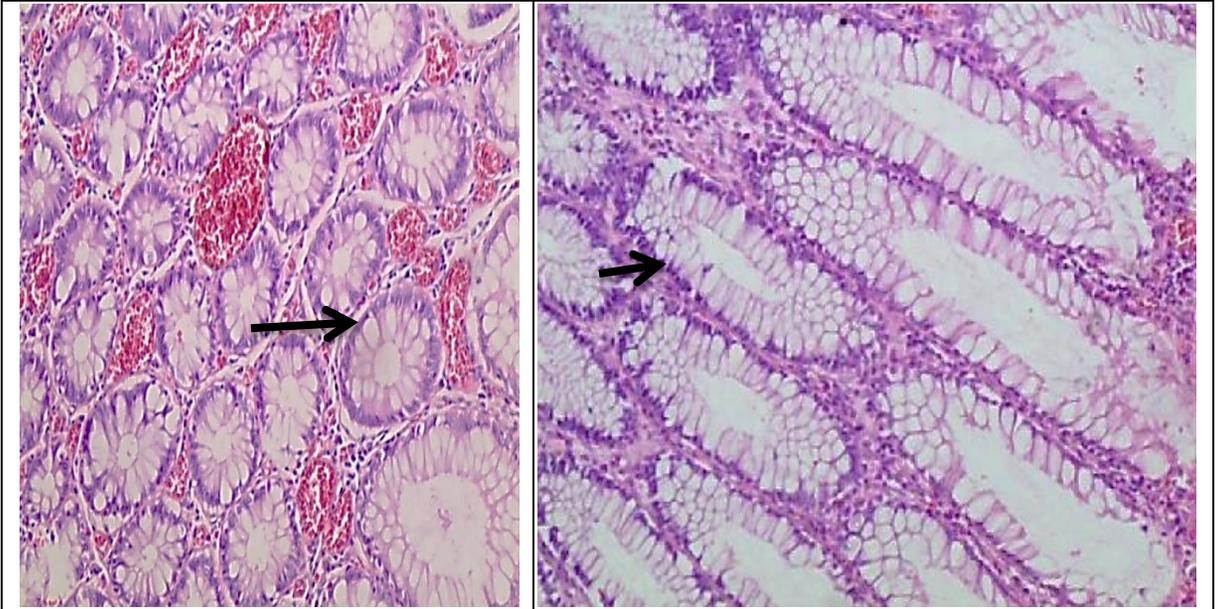


الشكل رقم (2) مخطط بياني يظهر تعداد الكريات البيض WBCs لدى المجموعات الست من الحيوانات (نلاحظ إرتفاع التعداد العام للكريات البيض في المجموعة الرابعة لتعود بالتناقص في المجموعة السادسة)

3- الدراسة النسيجية في مقاطع قولونات القداد السوري

المجموعة الأولى من الحيوانات الشاهدة أظهرت مظهراً طبيعياً للبنية الغدية (الشكل 3). كانت خلايا الظهارة المبطنة للقولون في الحيوانات التي عولجت بالزنجبيل فقط (المجموعة الثانية والثالثة) طبيعية المظهر (الشكل 4). أما مجموعة الحيوانات التي حقنت بالمادة المسرطنة Dimethyl Hydrazine 2,1 بتركيز (40 ملغ/كغ) (المجموعة الرابعة) فقد أظهرت توزيع الخلايا الظهارية بشكل شاذ، فقدان قطبية الخلايا القاعدية ، ازدياد في عدد الانقسامات الخلوية وتعدد في الأحجام والأشكال الخلوية مع ازدياد

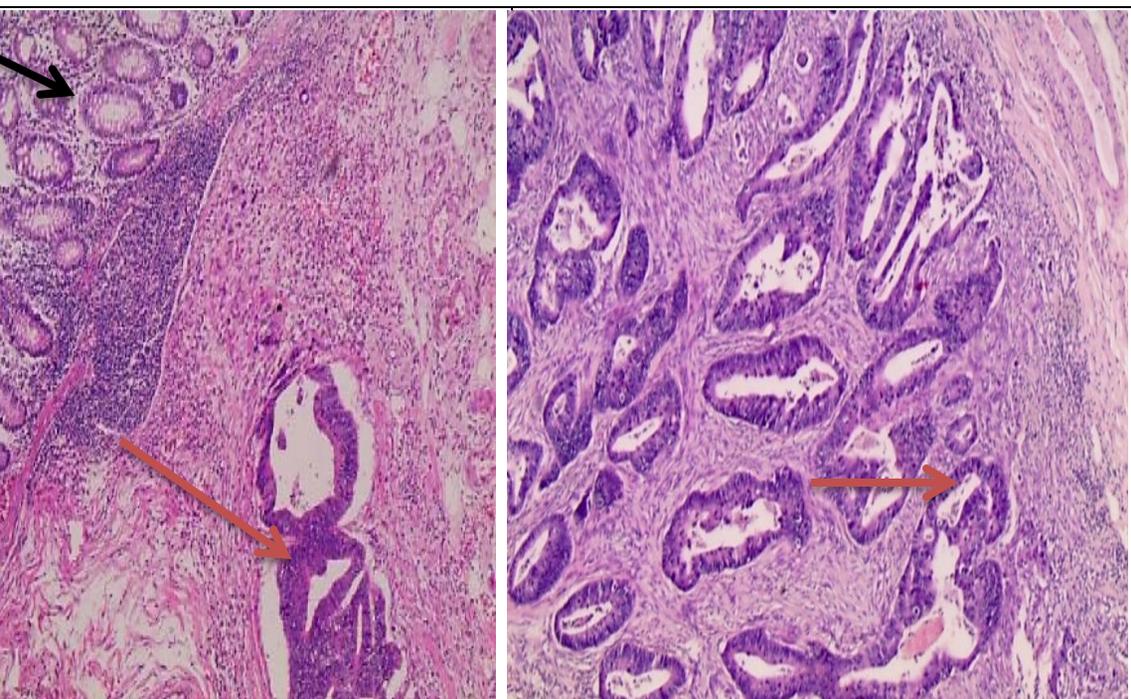
عدد وتنوع حجم النويات و تبدلات ورمية وتكاثر للخلايا السرطانية في منطقة تحت المخاطية مع نوى متضخمة وانتفاخ في الغدد مع فرط التتسج في بؤر الخلايا الشاذة للطبقة المخاطية في القولون مع زيادة كثافة الكروماتين فيها(الشكل رقم 5-6-7-8) مع تحسن للبنية النسيجية في المجموعة الخامسة وعودتها لشكلها الطبيعي في المجموعة السادسة بعد زيادة تركيز المستخلص النباتي (الشكل رقم 9-10).



الشكل رقم (4): صورة مجهرية لمقطع في قولونات مجموعة الحيوانات التي جرعت بالزنجبيل تظهرها شكلا طبيعيا (x40).

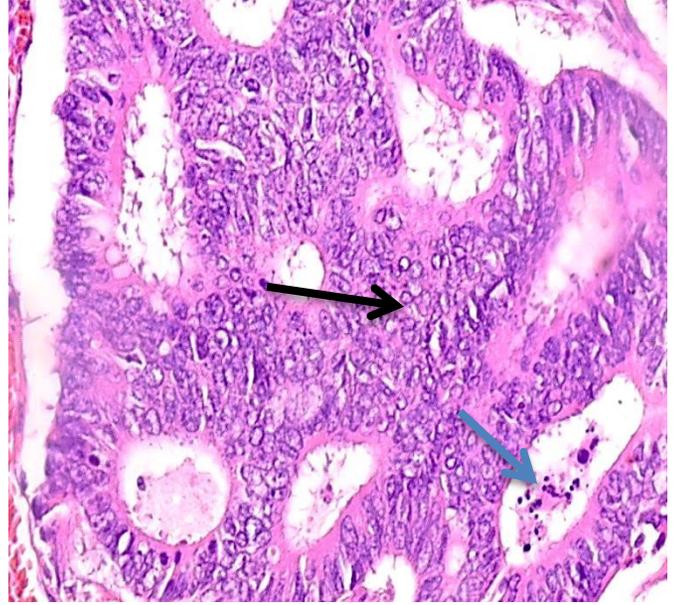
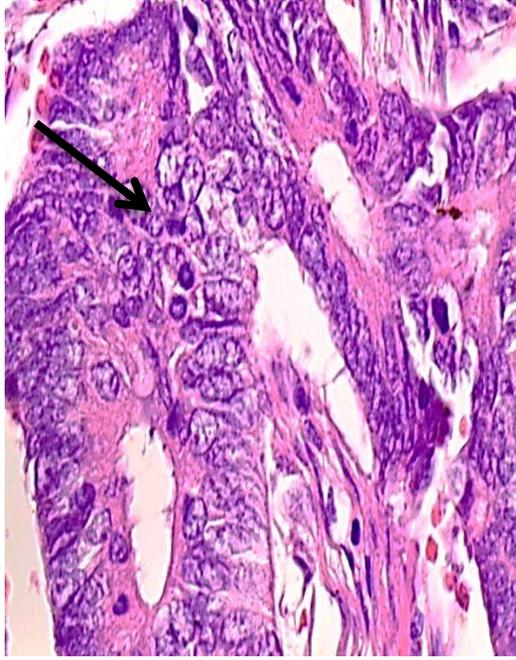
الشكل رقم (3): صورة مجهرية لمقطع في قولونات مجموعة الحيوانات الشاهد تظهر شكلاً طبيعياً للبنية الغدية. السهم يشير إلى الخلايا الكأسية ونلاحظ توزيع الخلايا بشكل منتظم وذات أشكال ثابتة (x40).

تأثير المستخلص المائي لنبات الزنجبيل على سرطان قولون الهامستر السوري المستحدث بمادة
dimethyl hydrazine 1,2



الشكل رقم (6): صور مجهرية لمقاطع في قولون حيوانات المجموعة الرابعة تشير إلى سرغدي (**carcinoma**) السهم الأحمر يشير إلى الخلايا السرطانية والسهم الأسود يشير إلى طبيعية سليمة (x10)

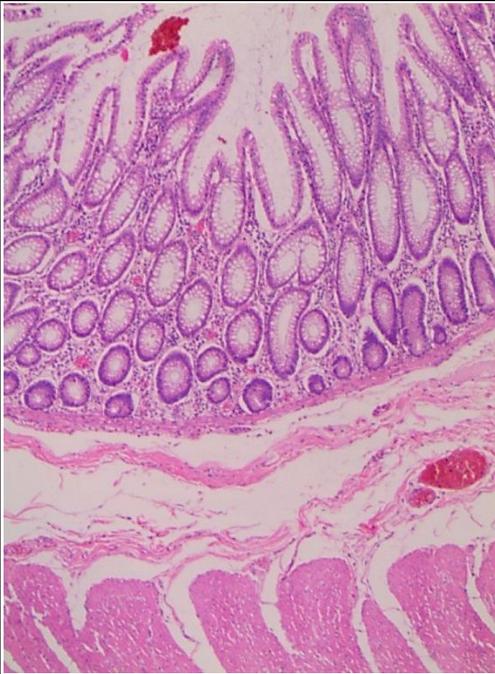
الشكل رقم (5): صور مجهرية لمقاطع في قولونات مجموعة حيوانات المجموعة الرابعة نلاحظ زيادة كثافة المادة الكروماتينية مع شذوذ في الخلايا مما يشير لسرطان غدي (**carcinoma**) السهم الأحمر يشير إلى الخلايا السرطانية (x10)



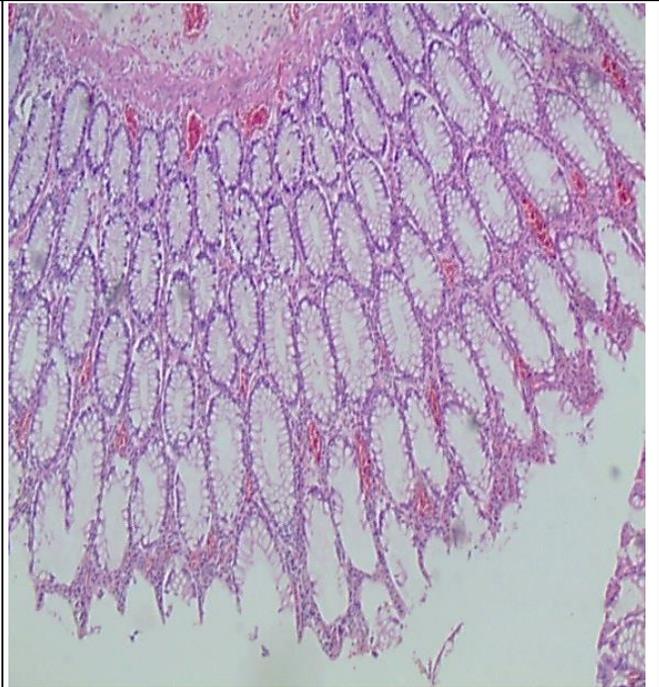
الشكل رقم (8) صور مجهرية لقولونات المجموعة الرابعة لسرطان غدي يوضح غياب الخلايا الكأسية السهم يشير لتعدد أشكال وأحجام الخلايا والأنوية (x60)

الشكل رقم (7) صور مجهرية لقولونات المجموعة الرابعة توضح سرطان غدي (carcinoma) نلاحظ غياب الخلايا الكأسية وشدوذ في إنقسام الخلايا وتعدد الأشكال الخلوية السهم الأسود يشير للخلايا السرطانية والسهم الأزرق يشير للخلايا الالتهابية (x60)

تأثير المستخلص المائي لنبات الزنجبيل على سرطان قولون الهامستر السوري المستحدث بمادة
dimethyl hydrazine 1,2



الشكل رقم (10) صورة مجهرية لمقطع في قولونات المجموعة السادسة (x10) نلاحظ تحسن البنية النسيجية.



الشكل رقم (9) صورة مجهرية لمقطع في قولونات مجموعة الحيوانات (المجموعة الخامسة). (التكبير x10). المظهر النسيجي مشابه لمظهر قولون الهامستر الطبيعية الشاهدة.

المناقشة Discussion

أظهرت نتائج الدراسة الحالية دورا وقائيا للمستخلص المائي لنبات الزنجبيل ضد سرطان القولون المستحدث بفعل مادة (DMH) وهذا يتفق مع نتائج أبحاث أخرى حول تأثير الزنجبيل المضاد لسرطان الكبد عند الفئران عن (Wang et al., 2018) وتشابه مع أبحاث أخرى حول تأثير الزنجبيل ضد سرطان القولون المستحدث بمواد مسرطنة أخرى (Lee et al., 2008) وذلك يأتي من كونه يقوم بتفعيل برنامج الموت الخلوي للسيطرة على الخلايا الشاذة عن طريق تنشيط أنزيمات الكاسباز (Chakraborty et al., 2012)

من خلال نتائجنا النسيجية تبين أن لمادة ثنائي ميثيل الهيدرازين القدرة على إحداث سرطان داخل نسيج القولون وبذلك تتوافق مع نتائج دراسة سابقة أجريت لدراسة تأثير السيلينيوم الوقائية على سرطان القولون المحرض بثنائي ميثيل الهيدرازين (Jacobs, et al. 1981)، واتفقت مع نتائج أبحاث أخرى أكدت سمية مادة Dimethylhydrazine في إحداث السرطان عن طريق تكوين أيون الميثيل ديازونيوم في جسم الفئران الذي يؤدي إلى تلف الحمض النووي DNA واحداث الطفرات (Perše and Cerar, 2011). و تظهر هذه الدراسة أن مجموعة الحيوانات الشاهد والتي أعطيت الزنجبيل فقط (الثانية والثالثة) لم تطور اي أورام أي إن اعطاء الزنجبيل فقط لم يسبب أي تأثيرات جانبية واتفقت بذلك مع نتائج العالم (Chang et al., 2016 ; Kaur et al., 2016)

تأثير المستخلص المائي لنبات الزنجبيل على سرطان قولون الهامستر السوري المستحدث بمادة
dimethyl hydrazine 1,2

Katiyar, et al., 2015). بينما تعرضت حيوانات المجموعة الرابعة لأورام قولونية (Katiyar, et al., 1996) ويعتقد أن الخصائص المضادة للسرطان لمستخلص الزنجبيل تأتي من قدرته على إزالة سُمِّة المادة المسرطنة من خلال تثبيط الأنزيمات الكبدية المسؤولة عن استقلاب المادة المسرطنة (Bhattacharyya et al., 2014) أو قدرتها على إنقاص كمية مستقلبها وهو azoxymethane الذي يُعتبر الشكل الفعال القادر على إحداث الطفرات التي تؤدي إلى تشكل أورام القولون. (El-Najjar et al., 2010).

أدى إعطاء مادة DMH وحدها إلى نقصان معنوي في التعداد العام للكريات الحمر وارتفاع معنوي للتعداد العام للكريات البيض ، وعند اعطاء خلاصة الزنجبيل قبل وبعد المعالجة بالمادة المسرطنة أدى الى تحسن التعداد بشكل جيد أي أن لمستخلص الزنجبيل تأثير إيجابي على معدل التعداد العام للكريات الحمر والبض وهذا توافق مع دراسات أخرى حول تأثير الزنجبيل على بعض المعايير الدموية (Attia Et al., 2014) .

الإستنتاجات :

- 1- يؤدي الحقن بمادة dimethylhydrazine 1-2 إلى أضرار نسيجية تجلت بمظاهر سرطانية في قولون القداد السوري .
- 2- تظهر الدراسة الحالية الدور الوقائي للمستخلص المائي لنبات الزنجبيل ضد سرطان القولون المستحدث بمادة (DMH) .
- 3- تجلت القدرة الوقائية لنبات الزنجبيل ضد الإجهاد التأكسدي حسب تركيز الجرعة المستخدمة .

Reference

- 1-AKINYEMI, A. J., A. O. ADEMILUYI AND G. OBOH .2013-. "Aqueous extracts of two varieties of ginger (*Zingiber officinale*) inhibit angiotensin I-converting enzyme, iron(II), and sodium nitroprusside-induced lipid peroxidation in the rat heart in vitro." J Med Food ,Vol .16(7): 641-646.
2. AKRAM, M; AND NAWAZ, A. 2017 - Efect of medicinal plants on Alzheimer`s disease and memory deficits. Neural Requen. Res, Vol, 12(4),.660-670.
- 3-ATTIA ATEF , M. M., FATMA, A. A. IBRAHIM1, NOHA, A. ABDELLATIF1,SAMIR, W. AZIZ1 ANDSHERIF A. ABDELMOTTALEB MOUSSA.1,2 ,Protective. 2014 - effects of ginger (*Zingiber officinale Roscoe*)againstcadmium chloride-induced oxidative stress in the blood of rats, Journal of Medicinal Plant Research , Vol. 8(39), pp. 1164-1172, 17 October.
- 4-AMIN, A; HAMZA, A. 2005- Hepatoprotective effects of hibiscus, rosemarinus and salvia on azathioprine-induced toxicity in rats. Life Sciences,vol.77: pp 266-278 .
- 5-BAK MJ, OK S, JUN M, JEONG WS .2012-. 6-Shogaol-Rich Extract From Zingiber Up-Regulates the Antioxidant Defense Systems in Cells and Mice. *Molecules*.Vol;17 pp:8037–55.
- 6-BENZIE, I. F. F. W.-G. S. P. L. 2011- "Herbal Medicine : Biomolecular and Clinical Aspects." from <http://www.crcnetbase.com/isbn/9781439807163>
- 7-. BHATTACHARYYA, A ; CHATTOPADHYAY, R ; SANKARMITRA; AND SHEILA, E. 2014-. Oxidative Stress: An Essential Factor in the Pathogenesis of Gastrointestinal Mucosal Diseases. *Physiol Rev.* Vol 94(2), ,329–354.

8-BLACK, C. D., M. P. HERRING, D. J. HURLEY AND P. J. O'CONNOR.2010- "Zingiber (Zingiber officinale) reduces muscle pain caused by eccentric exercise." J Pain Vol,11(9), pp:894-903,

9-CHANG, K. W. AND C. Y. KUO .2015- "6-Zingiberol modulates proinflammatory responses in dextran sodium sulfate (DSS)-treated Caco-2 cells and experimental colitis in mice through adenosine monophosphate-activated protein kinase (AMPK) activation." Food Funct Vol 6(10) , pp: 3334-3341

10-DRURY, A; WILLINGTON, E ; CARLETON. 1980-Histological Technique 5th ed. Oxford University Press.Vol (4), 129-212

11-EL-NAJJAR, N., ALI ,S. 2010- Reactive oxygen species mediate thymoquinoneinduced apoptosis and activate ERK and JNK signaling. Apoptosis; Vol ,15, pp :183–195.

12- Chakraborty, D; Bishayee ,K; Ghosh, S; Biswas, R; Mandal, S,; Khuda-Bukhsh, A.. 2012- [6]-Gingerol induces caspase 3 dependent apoptosis and autophagy in cancer cells: drug-DNA interaction and expression of certain signal genes in HeLa cells. Eur J Pharmacol. Nov 5;694(1-3):20-9. doi: 10.1016/j.ejphar.2012.08.001. Epub Aug 24. PMID: 22939973.

13- GHOSH D, MITRA E, DEBASIS M, PADHYAY B.. 2015- Protective Effect of Aqueous Leaf Extract Of MurrayaKoenigiAgainst Lead Induced Oxidative Stress In Rat Liver, Heart And Kidney. A Dose ResponseStudy. Asian J. pharmaceutical and clinic research, Vol 5 (4),Pp 54-58.

14-JACOBS, M. M., C. F. FORST AND F. A. BEAMS .1981- "Biochemical and clinical effects of selenium on

dimethylhydrazine-induced colon cancer in rats. *Cancer Res* ,Vol **41**(11 Pt 1),pp: 4458-4465.

15-KATIYAR, S. K., R. AGARWAL AND H. MUKHTAR.1996-
"Inhibition of tumor promotion in SENCAR mouse skin by ethanol extract of Zingiber officinale rhizome." *Cancer research* **56** 5,pp: 1023-1030.

16-KAUR, I. P., P. K. DEOL, K. K. KONDEPUDI AND M. BISHNOI.2016- "Anticancer Potential of Zingiber: Mechanistic and Pharmaceutical Aspects." *Curr Pharm Des*,Vol **22**(27), pp:4160-4172.

17- KIM P, LOZANO G. 2017- Mutant p53 partners in crime. *Cell Death Differ*, Pp 161–168,.

18-LEE, S,H; CEKANOVA, M; BAEK, S,J .2008-. Multiple mechanisms are involved in 6-gingerolinduced cell growth arrest and apoptosis in human colorectal cancer cells. *Mol Carcinog*. Mar;47(3):197-208. doi: 10.1002/mc.20374. PMID: 18058799; PMCID: PMC2430145.

19-MAITY,T; AHMAD, A; PAHARI, N; SUBARNA, G. 2012-
Hepatoprotective Activity of Mikania scandens (L.) willd. against diclofenac sodium induced liver toxicity in rats. *asian j pharm clin res* , Vol 5(2): 185-189

20-MANISH, M. M ; MOHAMMAD, R. M; KHIEM T, K; SEKHAR, P; REDDY,S.R; AND ASRAR B, A.B 2014-.Reactive Oxygen Species in Inflammation and Tissue Injury. *Antioxid Redox Signal*. Vol 20(7), pp:1126–1167,.

21-PERŠE, M. AND A. CERAR .2011- "Morphological and molecular alterations in 1,2 dimethylhydrazine and azoxymethane induced colon carcinogenesis in rats." *J Biomed Biotechnol* 2011: 473964, 2011

22-PRASAD, S. AND A. K. TYAGI .2015- "Zingiber and its constituents: role in prevention and treatment of gastrointestinal cancer." Gastroenterology research and practice. pp: 142979-142979.

23- SAKR S A, 2007- Ameliorative effect of ginger (Zingiberofficinale) on mancozeb fungicide induced liver injury in albino rats. Australian J. Basic Appl. Sci., 1(14), Pp 650-656,.

24- WANG ,Y; WANG ,S; SONG, R; CAI J, XU J; TANG, X; LI ,N. 2018 -Ginger polysaccharides induced cell cycle arrest and apoptosis in human hepatocellular carcinoma HepG2 cells. Int J Biol Macromol. 2019 Feb 15;123:81-90. doi: 10.1016/j.ijbiomac..10.169. Epub 2018 Nov 8. PMID: 30414900.

تركيب الحلول النظامية والشاذة لعملية Schaefer الترموديناميكية لأجل الحالة المستوية الأولى لانفعالات الجسم الصلب المرن دقيق الاستقطاب الخاضع لحرارة ويشغل الفضاء R^2

ط . عاصم جابر¹ أ . د. منتجب الحسن²

ملخص البحث:

يتعلق البحث بالنموذج الرياضي للحالة المستوية الأولى للانفعالات المرنة للجسم الصلب دقيق الاستقطاب والمتجانس والمتماثل المناحي والخاضع لحرارة والمناقش رياضياً من خلال الباحثين Eringen [1] و Nowacki [2] والذي يرمز له اختصاراً بـ 2D (E-N:6).

في البحث سنعرض أولاً طريقة متجه Schaefer [3.pp.217] و [11,12] في حل مسألة Lamé للقيم الحدية والابتدائية للجسم (E-N:6) 2D الخاضع لحرارة والذي يشغل في لحظة البدء كامل المتنوعة الاقليدية R^2 . بعدها باستخدام طريقة التكامل القائمة على تحويل فورييه التكاملية المضاعف سنوجد صيغ فورييه التكاملية التقليدية والمتممة لأجل كلاً من عمليتي Schaefer الترموديناميكية التقليدية والديناميكية المتممة للجسم المعتبر في حال وجود حمول حجمية ومصادر حرارية. ثم سنوجد الحلول الشاذة لأجل كلٍ من العمليتين السابقتين في حال تعرض الجسم المذكور لقوة حجمية مركزة ومتغيرة توافقياً بالنسبة للزمن. في النهاية سننهي البحث باقتراح عدد من المسائل للمناقشة.

¹ طالب دكتوراه في قسم الرياضيات - كلية العلوم - جامعة البعث.

² أستاذ في قسم الرياضيات - كلية العلوم - جامعة البعث.

الكلمات المفتاحية: تركيب الحلول النظامية (الشاذة)، عمليتي Schaefer الترموديناميتين لأجل مسألة Lamé للقيم الحدية والابتدائية للجسم (E-N:6) 2D الخاضع لحرارة.

Combining regular and singular solutions of the Schaefer thermodynamical process relating to the first plane state of elastic strain of the micropolar body subjected to temperature field and occupying R^2

Asem Jaber [†], & Prof. Mountajab Al-Hasan ^{*}

Abstract:

The paper relates to the mathematical model of the first plane state of small elastic strains of micropolar homogeneous and isotropic solid, subjected to temperature field, mathematically proposed by Eringen [1] and Nowacki [2], and shortly called 2D (E-N:6). In paper, first we introduce the Schaefer vector method [3.pp.217] , [11,12] in solving the Lamé initial-boundary value problem for the 2D (E-N:6) body, subjected to temperature field and which initial configuration is the all manifold R^2 . Next , using the integration method based on the 3D فورييه integral transforms, we found the traditional and complementary فورييه formulae for the thermodynamical traditional and dynamical complementary Schaefer processes, respectively, in the case of acting of body loads and heat sources on the body occupying R^2 . Then we find the singular behavior for the Schaefer processes, in the case of acting concentrated body forces, varying harmonically in time. Finally we end paper by suggesting some problems for discussing.

[†] Ph.D. Student At Department of Mathematics–Faculty of Science–Al-Baath University..

^{*} Professor At Department of Mathematics–Faculty of Science–Al-Baath University.

Key words:The superposition of regular (singular) Solutions -The Schaefer Thermodynamical processes – for The Lamé initial-boundary value problem for the 2D (E-N:6) body subjected to temperature field.

1. مقدمة:

في [4] استُخدمت طريقة متجه شافير في حل مسائل القيم الحدية لمعادلات Lamé ضمن الحالة المستوية الأولى لانفعالات الجسم (E-N:6) ذلك انطلاقاً من متجه شافير:

$$\zeta \equiv \left(0, 0, \frac{1}{2} \epsilon_{\alpha\beta} u_{\beta, \alpha} \right), \quad (\alpha, \beta = 1, 2), \quad \text{علماً أن: } \epsilon_{\alpha\beta} \text{ هو شبه تنسور Levi-Civita}$$

النسبي بالوزن $\frac{1}{2}$ ، على الفضاء الاقليدي ثنائي البعد R^2 . بعدها تم بنفس الطريقة، حل مسائل القيم الحدية لمعادلات Lamé للحالة ثنائية البعد، المتناظرة محورياً للانفعالات المرنة للجسم من النموذج (E-N:6)، (انظر مثلاً: [5, 7])، كما أشار نفس الباحثين إلى إمكانية حل نفس هذه المسائل، أي مسائل القيم الحدية لمعادلات لامي للحالة ثنائية البعد وكذلك الحالة ثلاثية البعد للانفعالات المرنة للجسم من النموذج (E-N:6)، بوجود حقل درجات حرارة، وبوجود حقل لدونة. وفي عام 2004 قام الباحث Dyzlewicz في [3] باستخدام طريقة متجه شافير في حل مسائل القيم الحدية والابتدائية لمعادلات Lamé للحالة المستوية الأولى لانفعالات المرنة للجسم من نموذج (E-N:6)، بما يتوافق مع الحالة الديناميكية المتساوية درجات الحرارة لهذا الجسم. في [11] تم تعميم طريقة متجه شافير إلى حل مسألة Lamé للقيم الحدية والابتدائية للجسم (E-N:6) 2D، المتجانس والمتماثل المناحي والخاضع لحرارة، ويشغل في لحظة البدء منطقة Ω بسيطة الترابط في المتنوعة الاقليدية R^2 . أخيراً في [12] تم اثبات أيزوتيرمية (تساوي درجات الحرارة) عملية شافير المتممة لأجل الجسم (E-N:6) 2D الذي يشغل كامل R^2 ، ضمن الحالة المستوية الأولى لانفعالات المرنة لهذا الجسم، بوجود حمل حجمية ومصادر حرارية.

2. هدف البحث:

يهدف البحث إلى إيجاد صيغ فوربيه التكاملية، التقليدية والمتممة لأجل كلاً من عمليتي شافير الترموديناميكية التقليدية والديناميكية المتممة للجسم المعتبر الذي يشغل كامل R^2 ، في حال وجود حمل حجمية ومصادر حرارية. بعدها سنوجد الحل والشاذة لأجل كلٍ من العمليتين السابقتين، في حال تعرض الجسم المذكور أعلاه لقوة حجمية مركزة، ومتغيرة توافقياً مع الزمن.

3. طرائق البحث:

سوف نستخدم نتائج البحث [11]، المتمثلة بتعميم طريقة متجه تشيفر إلى حل مسألة الجسم $2D (E-N:6)$ ، الخاضع لحرارة، ويشغل في لحظة البدء منطقة Ω بسيطة الترابط في المتنوعة الإقليدية R^2 ، ونتائج البحث [12] والمتمثلة بإثبات أيزوتيرمية عملية شافير المتممة لأجل الجسم $2D (E-N:6)$ الذي يشغل كامل R^2 ، ضمن الحالة المستوية الأولى للانفعالات المرنة لهذا الجسم، بوجود حمول حجمية ومصادر حرارية. من ثم سوف نستخدم طريقة التكامل القائمة على تحويلات فورييه التكاملية الثلاثية في إيجاد صيغ فورييه التكاملية، التقليدية والمتممة لأجل كلاً من عمليتي شافير، الترموديناميكية التقليدية والديناميكية المتممة للجسم المعتبر في حال وجود حمول حجمية ومصادر حرارية. من ثم سنوجد الحل والشاذة لأجل كلٍ من العمليتين السابقتين، في حال تعرض الجسم المذكور لقوة حجمية مركزة ومتغيرة توافقياً بالنسبة للزمن. من أجل متطلبات البحث، سنعرض بدايةً وبشكل مختصر، تهجين نتائج البحثين [3,11,12].

3-1 مسألتا الوصف التقليدي ووصف *Lame* للحالة الترموديناميكية للجسم المرن $2D (E-N:6)$ ، المتجانس والمتماثل المناحي، والخاضع لحرارة، ضمن الحالة المستوية الأولى للانفعالات المرنة، حيث يشغل الجسم في لحظة البدء المنطقة بسيطة الترابط Ω ، المحدودة في المتنوعة الإقليدية ثنائية البعد R^2 [3]:

توطئة: سنفترض أن جميع الأدلة الإغريقية $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ تأخذ القيم 1, 2، وسنعمد رموز Einstein في المتنوعة الإقليدية ثنائية البعد R^2 ، ولتكن $Ox_1 x_2 x_3$ جملة إحداثية ديكارتية قائمة، ومباشرة، وعطالية، وقاعدتها هي (e_1, e_2, e_3) . من أجل الحالة المستوية الأولى للانفعالات المرنة للجسم المدروس، تكون كافة المقاطع التيسورية التي تحكم الحالة الترموديناميكية للجسم المعتبر، تكون مستقلة عن الاحداثي الديكارتي الثالث x_3 ، حيث توصف العملية الترموديناميكية للجسم المعتبر المتجانس والمتماثل المناحي من خلال المقاطع التيسورية: $(\mathbf{u}, \varphi, \theta, \sigma, \mu, \gamma, \kappa)$ ، حيث أن: \mathbf{u} و φ مقطعان متجهيان مستقلان، هما على الترتيب، مقطع الإزاحات ومقطع التوجهات، و $\theta := T - T_0$ مقطع سلمي؛ يمثل تغير الحرارة؛ حيث T الحرارة

المطلقة في الجسم و T_0 حرارة الحالة الطبيعية له. إضافة إلى ماتقدم ذكره فإن: $\sigma, \mu, \gamma, \kappa$ ، مقاطع تنسورية من المرتبة الثانية، هي على الترتيب: مقطع إجهادات القوة، ومقطع إجهادات العزم، ومقطع الانفعالات، ومقطع الانفعالات دقيقة الاستقطاب. وإذا رمزنا بـ $[0, \infty[$ ، T^+ ، و $[0, \infty[$ ، T ، فيمكن أن تمثل الحقول السابقة في $\Omega \times T^+$ وفي النظام الإحداثي الديكارتي e_i ، على الشكل التالي:

$$\mathbf{u} \equiv (u_1, u_2, 0), \quad \boldsymbol{\varphi} \equiv (0, 0, \varphi_3) \quad (3.1)$$

$$\boldsymbol{\gamma} \equiv \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & 0 \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\kappa} \equiv \begin{bmatrix} 0 & 0 & \kappa_{13} \\ 0 & 0 & \kappa_{23} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

$$\boldsymbol{\sigma} \equiv \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & 0 \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{33} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\mu} \equiv \begin{bmatrix} 0 & 0 & \mu_{13} \\ 0 & 0 & \mu_{23} \\ \mu_{31} & \mu_{32} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

حيث:

$$\sigma_{33} = \nu \sigma_{\alpha\alpha} - \frac{\mu}{\mu + \lambda} \nu_T \theta, \quad \mu_{3\alpha} = \frac{\gamma - \varepsilon}{\gamma + \varepsilon} \mu_{\alpha 3} \quad (3.4)$$

كما أن: $\nu = \frac{\lambda}{2(\mu + \lambda)}$ تمثل نسبة Poisson، و $\nu_T = (3\lambda + 2\mu) a_t$ و a_t هو

معامل التمدد الخطي الحراري للجسم، و $\mu, \lambda, \gamma, \varepsilon \in \mathbf{R}_+$ الثوابت مادية للجسم المدروس، أخيراً ننوه إلى أن جميع المركبات الموجودة في العلاقات السابقة تتبع للموضع: $\mathbf{x} \equiv (x_1, x_2) \in \Omega$ وللزمن t .

أولاً الوصف التقليدي: يتألف الوصف التقليدي للحالة الترموديناميكية للجسم $2D(E-N:6)$ المتجانس والمتماثل المناحي، والخاضع لحرارة، ضمن الحالة المستوية الأولى للانفعالات المرنة، يتألف من المعادلات والعلاقات الأساسية والشروط الحدية والابتدائية التالية [3]:
معادلات الحركة، المحققة في $\Omega \times T^+$:

$$\sigma_{\beta\alpha, \beta} + X_\alpha = \rho \ddot{u}_\alpha, \quad \varepsilon_{\alpha\beta} \sigma_{\alpha\beta} + \mu_{\beta 3, \beta} + Y_3 = J \ddot{\varphi}_3 \quad (3.5)$$

مع العلم أن: J, ρ ، على الترتيب تمثلان الكثافة الحجمية والعتالة الدورانية للجسم المعتبر و $\mathbf{X} \equiv (X_1, X_2, 0)$ يمثل مقطع القوة الحجمية

تركيب الحلول النظامية والشاذة لعملية **Schaefer** الترموديناميكية لأجل الحالة المستوية الأولى لانفعالات الجسم الصلب المرن دقيق الاستقطاب الخاضع لحرارة ويشغل الفضاء R^2

و $Y \equiv (0, 0, Y_3)$ مقطع العزم الحجمي. نرمز بواسطة الفاصلة الدليلية للمشتق الجزئي بالنسبة للموضع: $f_{,\beta} = \frac{\partial f}{\partial x_\beta}$ ، كما نرمز بالنقطة للمشتق الجزئي بالنسبة للزمن:

$\dot{f} \equiv \partial f / \partial t$. أخيراً الرموز $\epsilon_{\alpha\beta}$ تمثل المركبات الديكارتية لتتسور Levi-Civita ، النسبي، من المرتبة الثانية، مع الوزن: $w = \frac{1}{2}$

معادلات انسجام الانفعالات، المحققة في $\Omega \times T$:

$$\kappa_{23,1} - \kappa_{13,2} = 0 , \quad \kappa_{13} - \gamma_{21,1} + \gamma_{11,2} = 0 , \quad (3.6)$$

$$\kappa_{23} + \gamma_{12,2} - \gamma_{22,1} = 0$$

العلاقات الهندسية، المحققة في $\Omega \times T^+$:

$$\gamma_{\alpha\beta} = u_{\beta,\alpha} + \epsilon_{\beta\alpha} \varphi_3 , \quad \kappa_{\alpha 3} = \varphi_{3,\alpha} \quad (3.7)$$

العلاقات التأسيسية، المحققة في $\Omega \times T$:

$$\sigma_{\alpha\beta} = (\mu + \alpha) \gamma_{\alpha\beta} + (\mu - \alpha) \gamma_{\beta\alpha} + (\lambda e_1 - \nu_T \theta) \delta_{\alpha\beta} , \quad (3.8)$$

$$\mu_{\alpha 3} = (\gamma + \epsilon) \kappa_{\alpha 3}$$

حيث $\alpha \in R_+$ الثابت المادي الخامس للجسم، و $e_1 = \gamma_{\epsilon\epsilon}$ ، أما $\delta_{\alpha\beta}$ فهو رمز دلتا كرونيكا،

معادلات الحرارة والانفعال، المحققة في $\Omega \times T^+$:

$$\theta_{,\alpha\alpha} - \frac{1}{\kappa} \dot{\theta} - \eta_0 \dot{e}_1 = -\frac{Q}{\kappa} \quad (3.9)$$

$$Q = \frac{\kappa W}{\lambda_0} , \quad \kappa = \frac{\lambda_0}{c_\epsilon} , \quad \eta_0 = \frac{\nu_T T_0}{\lambda_0} \quad \text{حيث :}$$

مع العلم أن Q يمثل المصادر الحرارية في الجسم المعتبر ، و W كمية الحرارة المشكّلة في وحدة الحجم ووحدة الزمن ، و λ_0 معامل التوصيل الحراري ، و c_ϵ تمثل الحرارة النوعية من أجل تشوه ثابت، كما أن: $\dot{e}_1 = \gamma_{\epsilon\epsilon}$ ،

الشروط الحدية المحققة على $\partial\Omega \times T$:

$$u_\alpha = k_\alpha , \quad \varphi_3 = k_3 , \quad \theta = \vartheta \quad (3.10)$$

حيث التوابع $[(k_\alpha, k_3, \theta) : \partial\Omega \times T \rightarrow R]$ مفروضة، و $\partial\Omega$ هي الحدود الملساء للمنطقة Ω ($\bar{\Omega} = \Omega \cup \partial\Omega$).

الشروط الابتدائية المحققة في $\Omega \times \{0\}$:

$$u_\alpha = f_\alpha, \varphi_3 = f_3, \theta = l, \dot{u}_\alpha = g_\alpha, \dot{\varphi}_3 = g_3 \quad (3.11)$$

حيث التوابع $[(f_\alpha, f_3, l, g_\alpha, g_3) : \Omega \rightarrow R]$ مفروضة.

ثانياً وصف *Lame*: يتألف وصف *Lame* للحالة الترموديناميكية للجسم $2D(E-N:6)$ المتجانس والمتماثل المناحي، والخاضع لحرارة، في الحالة المستوية الأولى للانفعالات المرنة، يتألف من المعادلات والعلاقات الأساسية والشروط الحدية والابتدائية التالية [3]:

معادلات لامي للحركة، المحققة في $\Omega \times T^+$:

$$\square_2 u_\alpha + (\lambda + \mu - \alpha) u_{\beta, \beta \alpha} + 2\alpha \epsilon_{\alpha \gamma} \varphi_{3, \gamma} - v_T \theta_{, \alpha} + X_\alpha = 0 \quad (3.12)$$

$$\square_4 \varphi_3 + 2\alpha \epsilon_{\alpha \beta} u_{\beta, \alpha} + Y_3 = 0, \quad (3.13)$$

$$D \theta - \eta_0 \dot{u}_{\epsilon, \epsilon} = -\frac{Q}{\kappa} \quad (3.14)$$

حيث: $\square_4 = (\gamma + \epsilon) \Delta_1 - 4\alpha - J \partial_t^2$ و $\square_2 = (\mu + \alpha) \Delta_1 - \rho \partial_t^2$

و $D = \Delta_1 - \frac{1}{\kappa} \partial_t$ و Δ_1 هو مؤثر لابلاس الاشتقاقي السلمي ثنائي البعد:

$$(\Delta_1 = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2}), \text{ أما } \partial_t f = \dot{f} = \partial f / \partial t$$

العلاقات الهندسية، المحققة في $\Omega \times T^+$:

$$\gamma_{\alpha \beta} = u_{\beta, \alpha} + \epsilon_{\beta \alpha} \varphi_3, \quad \kappa_{\alpha 3} = \varphi_{3, \alpha} \quad (3.15)$$

العلاقات التي تعطي الإجهادات بدلالة الإزاحات والحرارة والدورانات والمحققة

في $\Omega \times T^+$:

$$\sigma_{\alpha \beta} = (\mu + \alpha) u_{\beta, \alpha} + (\mu - \alpha) u_{\alpha, \beta} - 2\alpha \epsilon_{\alpha \beta} \varphi_3 + (\lambda u_{\epsilon, \epsilon} - v_T \theta) \delta_{\alpha \beta}, \quad (3.16)$$

$$\mu_{\alpha 3} = (\gamma + \epsilon) \varphi_{3, \alpha} \quad (3.17)$$

الشروط الحدية المحققة على $\partial\Omega \times T$:

تركيب الحلول النظامية والشاذة لعملية Schaefer الترموديناميكية لأجل الحالة المستوية الأولى لانفعالات الجسم الصلب المرن دقيق الاستقطاب الخاضع لحرارة ويشغل الفضاء R^2

$$u_\alpha = k_\alpha, \varphi_3 = k_3, \theta = \vartheta \quad (3.18)$$

الشروط الابتدائية المحققة في $\Omega \times \{0\}$:

$$u_\alpha = f_\alpha, \varphi_3 = f_3, \theta = \ell, \dot{u}_\alpha = g_\alpha, \dot{\varphi}_3 = g_3 \quad (3.19)$$

كما يلزمنا فيمالي عرض دمج نتائج البحثين [11,12]، لأجل الحالة التي يشغل فيها الجسم $2D (E-N:6)$ كامل الفضاء الإقليدي ثنائي البعد R^2 (أي لأجل: $\Omega = R^2$)، بعد

إدخال تعديلات على الشروط الحدية والابتدائية. بتعويض المركبة: $\zeta_3 = \frac{1}{2} \epsilon_{\alpha\beta} u_{\beta,\alpha} - \varphi_3$

لمتجه شافير: $\zeta_3 \equiv (0, 0, \zeta_3)$ في المعادلتين (3.12) و (3.13)، وبالاستفادة من العلاقة:

$$\epsilon_{\alpha\gamma} \epsilon_{\epsilon\delta} = \delta_{\alpha\epsilon} \delta_{\gamma\delta} - \delta_{\alpha\delta} \delta_{\gamma\epsilon} \quad (3.20)$$

نحصل على المعادلتين التاليتين المحققتين في $\Omega \times T^+$

$$\square_2^* u_\alpha + (\lambda + \mu) u_{\beta,\beta\alpha} - \nu_T \theta_{,\alpha} + X_\alpha = 2\alpha \epsilon_{\alpha\gamma} \zeta_{3,\gamma} \quad (3.21)$$

$$\square_4^* \epsilon_{\alpha\beta} u_{\beta,\alpha} + 2Y_3 = 2 \square_4^* \zeta_3 \quad (3.22)$$

علماً أن: \square_2^* و \square_4^* ، على الترتيب هما \square_2 و \square_4 بعد تعويض $\alpha = 0$.

لنفترض الآن أن:

$$u_\alpha = u_\alpha^0 + u'_\alpha, \varphi_3 = \varphi_3^0 + \varphi'_3, \theta = \theta^0 + \theta', \quad (3.23)$$

$$\zeta_3 = \zeta_3^0 + \zeta'_3, Y_3 = Y_3^0 + Y'_3,$$

حيث المقاطع: $\theta^0, \varphi_3^0, u_\alpha^0$ تتعلق بجسم هوك ضمن المرونة التقليدية المترابطة مع حقل حراري. عندئذٍ بوضع: $\zeta_i^0 = 0$ ، نصل إلى مسألة القيم الحدية-الابتدائية للجسم

في إطار المرونة الخطية التقليدية المترابطة مع حقل حرارة، حيث نحصل من المعادلة

$$(3.21) \text{ على معادلات Lamé التقليدية التالية المحققة في } \Omega \times T^+$$

$$\square_2^* u_\alpha^0 + (\lambda + \mu) u_{\beta,\beta\alpha}^0 - \nu_T \theta_{,\alpha}^0 + X_\alpha = 0 \quad (3.24)$$

إن المعادلة (3.24) مترابطة مع المعادلة (3.14)، التي هنا لأجل: θ^0, u_α^0 تأخذ الشكل التالي في $\Omega \times T^+$:

$$D \theta^0 - \eta_0 u_{\varepsilon, \varepsilon}^0 = -\frac{Q}{\kappa} \quad (3.25)$$

إلى ذلك نضيف الشروط الحدية والابتدائية، التقليدية التالية، التي نحصل عليها من الشروط الحدية والابتدائية (3.10) و(3.11):³

الشروط الحدية:

$$\lim_{\|x\| \rightarrow \infty} u_\alpha^0 = 0, \quad \lim_{\|x\| \rightarrow \infty} \theta^0 = 0 \quad (3.26)$$

الشروط الابتدائية المحققة في $\Omega \times \{0\}$:

$$u_\alpha^0 = f_\alpha^0, \quad \theta^0 = \ell, \quad u_\alpha^0 = g_\alpha^0 \quad (3.27)$$

حيث f_α^0 و g_α^0 ،⁴ على الترتيب، تمثل الجزء الكلاسيكي لـ f_α و g_α ، الآن من المعادلة (3.22)، لأجل ($\zeta_3^0 = 0$ و $Y_3^0 = 0$)، تتفصل أو تخرج المعادلة التالية، المحققة في: $\Omega \times T^+$:

$$2 \square_2^* \varphi_3^0 + \varepsilon_{\alpha\beta} X_{\beta,\alpha} = 0 \quad (3.28)$$

الناجمة عن المعادلة (3.24)، والعلاقة التقليدية:

$$2 \varphi_3^0 = \varepsilon_{\alpha\beta} u_{\beta,\alpha}^0 \quad (3.29)$$

في [10] تم اثبات أنه في $\Omega \times T^+$ (حيث: $\Omega = R^2$) تتحقق المتطابقتان:

$$\theta' \equiv 0, \quad e'_1 := u'_{\beta,\beta} \equiv 0 \quad (3.30)$$

بالتالي من منظومة المعادلات (3.21) و(3.22) و(3.24) و(3.225) و(3.28) و(3.30) نحصل على جملة المعادلات التالية المحققة في $\Omega \times T^+$ لأجل ζ_3, u'_α :

³ في هذه الحالة ($\Omega = R^2$)، تستبدل الشروط الحدية (3.10) أو (3.19)–(3.18) بشروط الانتظام الفيزيائية،

التالية: لمتمثلة بالشروط: $\lim_{\|x\| \rightarrow \infty} \theta = 0, \quad \lim_{\|x\| \rightarrow \infty} \varphi_3 = 0, \quad \lim_{\|x\| \rightarrow \infty} u_\alpha = 0$.

⁴ $f_\alpha^0 = \lim_{\alpha \rightarrow 0} f_\alpha$ و $g_\alpha^0 = \lim_{\alpha \rightarrow 0} g_\alpha$ (انظر [3]).

تركيب الحلول النظامية والشاذة لعملية Schaefer الترموديناميكية لأجل الحالة المستوية الأولى لانفعالات الجسم الصلب المرن دقيق الاستقطاب الخاضع لحرارة ويشغل الفضاء R^2

$$\square_2^* u'_\alpha + \hat{X}_\alpha = 2\alpha \in_{\alpha\gamma} \zeta_{3,\gamma} \quad (3.31)$$

$$\begin{aligned} \square_4^* \in_{\alpha\beta} u'_{\beta,\alpha} + 2\bar{Y}_3 - 2 \square_4 \zeta_3 &= \\ &= 2(\gamma + \varepsilon)(c_4^{-2} - \hat{c}_2^{-2}) \ddot{\varphi}_3^0 \end{aligned} \quad (3.32)$$

حيث:

$$c_4^2 = \frac{\gamma + \varepsilon}{J}, \quad \hat{c}_2^2 = \frac{\mu}{\rho}, \quad \hat{X}_\alpha = 0, \quad \bar{Y}_3 = Y_3 - \frac{\gamma + \varepsilon}{2\mu} \in_{\alpha\beta} X_{\beta,\alpha} \quad (3.33)$$

نضيف إلى جملة المعادلات (3.31) - (3.32) الشروط الحدية والابتدائية التالية:

الشروط الحدية:

$$\lim_{\|\mathbf{x}\| \rightarrow \infty} u'_\alpha = 0, \quad \lim_{\|\mathbf{x}\| \rightarrow \infty} \varphi'_3 = 0 \quad (3.34)$$

الشروط الابتدائية المحققة في $\Omega \times \{0\}$:

$$u'_\alpha = f_\alpha - f_\alpha^0, \quad \varphi'_3 = f_3 - f_3^0, \quad \dot{u}'_\alpha = g_\alpha - g_\alpha^0, \quad \dot{\varphi}'_3 = g_3 - g_3^0 \quad (3.35)$$

حيث المقادير: f_3^0 و g_3^0 تنتج عن حل مسألة القيم الحدية والابتدائية التقليدية

(3.24) - (3.27) وعن العلاقات التقليدية:

$$f_3^0(\mathbf{x}) = \lim_{t \rightarrow 0} \varphi_3^0(\mathbf{x}, t), \quad g_3^0(\mathbf{x}) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\partial \varphi_3^0}{\partial t}(\mathbf{x}, t); \quad \mathbf{x} \in \Omega \quad (3.36)$$

المعادلات (3.24) - (3.25) و (3.31) - (3.32) مرتبطة ليس فقط عبر الشروط

الحدية والابتدائية (3.34) - (3.35)، وإنما أيضاً من خلال ظهور الدوران التقليدي:

$$\varphi_3^0 = \frac{1}{2} \in_{\alpha\beta} u_{\beta,\alpha}^0 \quad \text{أمام المؤثر: } 2(\gamma + \varepsilon)(c_4^{-2} - \hat{c}_2^{-2}) \partial_t^2, \quad \text{في المعادلة (3.32).}$$

فيما يلي سنستنتج النظام المعادلاتي الاشتقاقي الجزئي لأجل المقاطع: u'_α, φ'_3

والذي لا يحتوي الدوران التقليدي φ_3^0 . ولهذا الغرض نطبق المؤثر \square_2^* على طرفي

المعادلة (3.22)، فنحصل على المعادلة التالية المحققة في $\Omega \times \mathbb{T}^+$:

$$\square_2^* \left(\square_4^* \in_{\alpha\beta} u_{\beta,\alpha} + 2Y_3 - 2 \square_4 \zeta_3 \right) = 0 \quad (3.37)$$

ينتج عن المعادلة (3.37) لأجل ($\zeta_3^0 = 0$ و $Y_3^0 = 0$) المعادلة التالية المحققة في $\Omega \times T^+$:

$$\square_4^* (2 \square_2^* \varphi_3^0 + \epsilon_{\alpha\beta} X_{\beta,\alpha}) = 0 \quad (3.38)$$

والمحققة على التطابق في $\Omega \times T^+$ ، وينتج ذلك من تحقق المعادلة (3.28) في $\Omega \times T^+$. الآن، ينتج من المعادلات (3.21) و (3.30) و (3.37)، أن جملة المعادلات التالية محققة في $\Omega \times T^+$ ، لأجل ζ_3 ، u'_α :

$$\square_2^* u'_\alpha + \hat{X}_\alpha = 2\alpha \epsilon_{\alpha\gamma} \zeta_{3,\gamma}, \quad (3.39)$$

$$\square_2^* (\square_4^* \epsilon_{\alpha\beta} u'_{\beta,\alpha} - 2 \square_4^* \zeta_3) + 2 \hat{Y}_3 = 0, \quad (3.40)$$

حيث:

$$\hat{Y}_3 = \square_2^* Y_3 - \frac{1}{2} \square_4^* \epsilon_{\alpha\beta} X_{\beta,\alpha} \quad (3.41)$$

ونلاحظ هنا اختفاء الدوران التقليدي φ_3^0 من جملة المعادلات السابقة. أخيراً باستخدام العلاقة:

$$\zeta_3 = \frac{1}{2} \epsilon_{\alpha\beta} u'_{\beta,\alpha} - \varphi'_3 \quad (3.42)$$

تأخذ جملة المعادلات (3.39)-(3.40) الشكل التالي في $\Omega \times T^+$ ، لأجل u'_α ، φ'_3 :

$$\square_2^* u'_\alpha + 2\alpha \epsilon_{\alpha\gamma} \varphi'_{3,\gamma} + \hat{X}_\alpha = 0 \quad (3.43)$$

$$\square_2^* (\square_4^* \varphi'_3 + 2\alpha \epsilon_{\alpha\beta} u'_{\beta,\alpha}) + \hat{Y}_3 = 0 \quad (3.44)$$

نضيف إلى جملة المعادلات السابقة الشروط الحدية والابتدائية (3.34) - (3.35).

من أجل متطلبات هذا البحث يلزمنا أيضاً عرض مؤثر فوربييه التكاملي المضاعف من المرتبة الثالثة، المباشر F_3 بالنسبة للموضع وللزمن، والعكسي له F_3^{-1} [8,9]، ولهذا السبب سنعرض فيمايلي ما يهمننا من ذلك.

3-3. تحويل فوربييه التكامليان، المضاعفان، من المرتبة الثالثة، المباشر والعكسي: لتكن $f(\mathbf{x}, t)$ (حيث: $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$) دالة حقيقية معرفة ومستمرة

تركيب الحلول النظامية والشاذة لعملية Schaefer الترموديناميكية لأجل الحالة المستوية الأولى لانفعالات الجسم الصلب المرن دقيق الاستقطاب الخاضع لحرارة ويشغل الفضاء R^2

في R^3 ، ولنفرض، أيضاً أنها قابلة للمكاملة، بالإطلاق على R^2 . عندئذ فإن تحويل فورييه التكاملية المضاعف من المرتبة الثالثة للتابع $f(\mathbf{x}, t)$ ، والذي نرسم له بالرمز $F_3[f(\mathbf{x}, t)]$ (أو بالرمز $\bar{f}(\xi, \tau)$)، يكون موجوداً⁵، وبحسب التعريف، يعطى بـ:

$$F_3[f(\mathbf{x}, t)] = \bar{f}(\xi, \tau) := \frac{1}{2\pi\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\mathbf{x}, t) e^{i(\mathbf{x}\cdot\xi + \tau t)} d\mathbf{x} dt \quad (3.45)$$

حيث هنا: $\mathbf{x} \cdot \xi = x_\alpha \xi_\alpha$ و $\xi = (\xi_1, \xi_2)$ و $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$

و $i = \sqrt{-1}$ و $d\mathbf{x} = dx_1 dx_2$

كما تكون عندئذ الدالة $\bar{f}(\xi, \tau)$ ، أيضاً معرفة ومستمرة في R^3 ، وقابلة للمكاملة، بالإطلاق، على R^2 ، بالتالي فإن تحويل فورييه، التكاملية العكسي، من المرتبة الثالثة، لـ $\bar{f}(\xi, \tau)$ ، والذي نرسم له بالرمز $F_3^{-1}[\bar{f}(\xi, \tau)]$ (أو بالرمز $f(\mathbf{x}, t)$)⁶، يكون موجوداً، وهو بحسب التعريف يعطى بـ:

$$F_3^{-1}[\bar{f}(\xi, \tau)] = f(\mathbf{x}, t) := \frac{1}{2\pi\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\mathbf{x}, t) e^{-i(\mathbf{x}\cdot\xi + \tau t)} d\xi d\tau \quad (3.46)$$

حيث: $d\xi = d\xi_1 d\xi_2$

3-3. ب. مبرهنة الطي لـ فورييه :

إذا كان $F(\xi, \tau) = F_3[f(\mathbf{x}, t)]$ و $G(\xi, \tau) = F_3[g(\mathbf{x}, t)]$ هما تحويلي فورييه التكاملين المضاعفين من المرتبة الثالثة للدالتين الحقيقيتين $f(\mathbf{x}, t)$ و $g(\mathbf{x}, t)$ ، على الترتيب، فعندئذ يكون:

$$F_3[(f * g)(\mathbf{x}, t)] = F(\xi, \tau) G(\xi, \tau) \quad \text{أولاً:}$$

⁵ الشروط المذكورة أعلاه، التي تحققها الدالة $f(\mathbf{x}, t)$ ، هي شروط كافية من أجل وجود كل من $F_3[f(\mathbf{x}, t)]$ و $F_3^{-1}[\bar{f}(\xi, \tau)]$. [8,9].

⁶ ينتج ذلك عن أن: F_3^{-1} هو التحويل العكسي لـ F_3 .

$$F_3^{-1}[F(\xi, \tau)G(\xi, \tau)] = (f * g)(\mathbf{x}, t) \quad \text{ثانياً:}$$

حيث الرمز $(f * g)(\mathbf{x}, t)$ يدل على طي فورييه للتابعين $f(\mathbf{x}, t)$ و $g(\mathbf{x}, t)$ على R^3 ، وهو يعطى بحسب تعريفه، بالعلاقة:

$$(f * g)(\mathbf{x}, t) :=$$

$$\frac{1}{2\pi\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\mathbf{x}-\mathbf{y}, t-s) g(\mathbf{y}, s) d\mathbf{y} ds \quad (3.47)$$

وهنا: $\mathbf{y} = (y_1, y_2)$ و $d\mathbf{y} = dy_1 dy_2$

سنفترض في البحث أن كافة الحقول الفيزيائية، التقليدية والمتممة في $2D(E-N:6)$ المترابط مع حقل درجات حرارة ويشغل R^2 ، بالمعنى الرياضي، معرّفة ومعدومة من أجل القيم السالبة لـ t .

4. النتائج والمناقشة:

بهدف إيجاد صيغ فورييه التكاملية، التقليدية والمتممة لأجل كلاً من عمليتي شافير ؛ الترموديناميكية التقليدية والديناميكية المتممة للجسم المعتبر الذي يشغل كامل R^2 ، في حال وجود حمول حجمية ومصادر حرارية، يلزماً فيما يلي إيجاد المعادلات المنفصلة لأجل كلٍ من عملية شافير الترموديناميكية التقليدية، المتمثلة بـ: θ^0, u_α^0 ، ولعملية شافير الديناميكية المتممة، المتمثلة بـ: ϕ_3', u_α' .

1.4 فصل عملية شافير الترموديناميكية التقليدية، المتمثلة بـ: θ^0, u_α^0 : لهذا الغرض يلزماً فيمانيلى إيجاد المعادلة المساعدة لأجل التمدد السطحي التقليدي: $e_1^0 := u_{\beta, \beta}^0$ ، والحرارة التقليدية: θ^0 . نحصل على هذه المعادلة من المعادلة (3.24) بعد اشتقاق طرفيها بالنسبة لـ x_α ، فنحصل على المعادلة التالية المحققة في $\Omega \times T^+$:

$$\square_2^* e_1^0 + (\lambda + \mu) \Delta_1 e_1^0 + 0 - v_T \Delta_1 \theta^0 + X_{\alpha, \alpha} = 0 \quad (4.1)$$

أو:

$$\square_1 e_1^0 = v_T \Delta_1 \theta^0 - X_{\alpha, \alpha} \quad (4.2)$$

حيث: $\square_1 = (\lambda + 2\mu) \Delta_1 - \rho \partial_t^2$.

تركيب الحلول النظامية والشاذة لعملية **Schaefer** الترموديناميكية لأجل الحالة المستوية الأولى لانفعالات الجسم الصلب المرن دقيق الاستقطاب الخاضع لحرارة ويشغل الفضاء R^2

وللحصول على المعادلة المستقلة لأجل θ^0 ، نطبق المؤثر \square_1 على طرفي المعادلة (3.25) (حيث: $e_1^0 := u_{\beta, \beta}^0$)، ومن ثم نستفيد من (4.2)، فنحصل على المعادلة

التالية المحققة في $\Omega \times T^+$:

$$\square_1 D \theta^0 - \eta_0 \partial_t (v_T \Delta_1 \theta^0 - X_{\alpha, \alpha}) = -\frac{1}{\kappa} \square_1 Q \quad (4.3)$$

أو:

$$\square_1 D \theta^0 - v_T \eta_0 \partial_t \Delta_1 \theta^0 = -\left(\frac{1}{\kappa} \square_1 Q + \eta_0 \partial_t X_{\alpha, \alpha} \right) \quad (4.4)$$

أو:

$$D_2 \theta^0 = -\left(\frac{1}{\kappa} \square_1 Q + \eta_0 \partial_t X_{\alpha, \alpha} \right) \quad (4.5)$$

حيث: $D_2 := \square_1 D - v_T \eta_0 \partial_t \Delta_1$

وهي المعادلة المستقلة بـ θ^0 والمحققة في $\Omega \times T^+$.

لإيجاد المعادلة المنفصلة بالإزاحات التقليدية u_α^0 ، يلزمنا إيجاد المعادلة المنفصلة بـ e_1^0 والمحققة في $\Omega \times T^+$. لإيجادها نطبق المؤثر D على طرفي المعادلة (4.2)، ومن ثم نستفيد من المعادلة (3.25) (حيث: $e_1^0 := u_{\beta, \beta}^0$)، فنحصل على المعادلة التالية، في $\Omega \times T^+$:

$$\square_1 D e_1^0 - v_T \eta_0 \partial_t \Delta_1 e_1^0 = -\left(DX_{\alpha, \alpha} + \frac{v_T}{\kappa} \Delta_1 Q \right) \quad (4.6)$$

أو:

$$D_2 e_1^0 = -\left(DX_{\alpha, \alpha} + \frac{v_T}{\kappa} \Delta_1 Q \right) \quad (4.7)$$

وهي المعادلة المستقلة بـ e_1^0 والمحققة في $\Omega \times T^+$.

وللحصول على المعادلة المنفصلة للإزاحات التقليدية u_α^0 ، نطبق المؤثر D_2 على طرفي المعادلة (3.24) (حيث: $e_1^0 := u_{\beta, \beta}^0$)، ومن ثم نستفيد من المعادلتين (4.5) و(4.7)،

فنحصل على المعادلة التالية، المحققة في $\Omega \times T^+$:

$$\square_2^* D_2 u_\alpha^0 = -D_2 X_\alpha + D_1 X_{\beta, \beta} - \frac{v_T}{\kappa} \square_2^* Q_{, \alpha} \quad (4.8)$$

$$D_1 := (\lambda + \mu)D - v_T \eta_0 \partial_t \quad \text{حيث:}$$

إن المعادلتين (4.5) و (4.8) تمثلان المعادلتان المنفصلتان في $\Omega \times T^+$ لعملية شافيرير الترموديناميكية التقليدية.

2.4 فصل عملية شافيرير الترموديناميكية المتممة، المتمثلة بـ: u'_α, ϕ'_3

بتطبيق المؤثر $\square_2^* \square_4$ على طرفي المعادلة (3.43) والمؤثر \square_2 على طرفي المعادلة (3.44)، وبالأخذ بعين الاعتبار المعادلتين (3.43) و (3.44) والعلاقة (3.20)، وأن: $\hat{X}_\alpha = 0, e'_1 := u'_{\beta, \beta} = 0$ ، نحصل على المعادلتين المنفصلتين التاليتين لأجل كلٍ من u'_α و ϕ'_3 ، على الترتيب، والمحققتين في $\Omega \times T^+$:

$$\square_2^* (\square_2 \square_4 + 4\alpha^2 \Delta_1) u'_\alpha - 2\alpha \in_{\alpha\gamma} \hat{Y}_{3,\gamma} = 0, \quad (4.9)$$

$$\square_2^* (\square_2 \square_4 + 4\alpha^2 \Delta_1) \phi'_3 + \square_2 \hat{Y}_3 = 0, \quad (4.10)$$

وبفرض أن: $L = \square_2 \square_4 + 4\alpha^2 \Delta_1$ ، فتأخذ المعادلتان الشكل التالي في $\Omega \times T^+$:

$$\square_2^* L u'_\alpha - 2\alpha \in_{\alpha\gamma} \hat{Y}_{3,\gamma} = 0, \quad (4.11)$$

$$\square_2^* L \phi'_3 + \square_2 \hat{Y}_3 = 0, \quad (4.12)$$

المعادلتين (4.11) و (4.12) تمثلان المعادلتان المنفصلتان في $\Omega \times T^+$ لعملية شافيرير الترموديناميكية المتممة.

سنفرض أن كافة حقول شافيرير الفيزيائية التقليدية والمتممة في الجسم (2DE-N:6) المترابط مع حقل درجات حرارة ويشغل R^2 ، سنفترض أنها، بالمعنى الرياضي، معرّفة ومعدومة من أجل القيم السالبة لـ t . كما سنفترض أن هذه الحقول المذكورة، والداخلة في المعادلات، التقليدية، المستقلة (4.5) و (4.8)، والمعادلات، المتممة، المستقلة (4.11) و (4.12)، تحقق تلك الشروط التي تسمح بتطبيق تحويل فوربييه التكاملية الثلاثي المباشر F_3 ، وتلك الشروط التي تسمح لنا أيضاً بتطبيق خواص هذا التحويل.

تركيب الحلول النظامية والشاذة لعملية Schaefer الترموديناميكية لأجل الحالة المستوية الأولى لانفعالات الجسم الصلب المرن دقيق الاستقطاب الخاضع لحرارة ويشغل الفضاء R^2

بتطبيق تحويل فورييه التكاملي الثلاثي المباشر (3.45)، على أطراف المعادلات التقليدية، المستقلة (4.5) و(4.8)، ومن ثم بالاستفادة من خطية هذا التحويل، ومن خواصه، المتمثلة بالعلاقات ([8] أو [9]):

$$F_3(f, \beta) = (-i \xi_\beta) \bar{f}, \quad F_3(\partial_t f) = (-i \tau) \bar{f}$$

$$F_3(\Delta_1 f) = -\xi^2 \bar{f}, \quad F_3(\square_2^* f) = -\mu [\xi^2 - \hat{\sigma}_2^2(\tau)] \bar{f},$$

$$F_3(\square_1 f) = -(\lambda + 2\mu) [\xi^2 - \sigma_1^2(\tau)] \bar{f},$$

$$F_3(Df) = -[\xi^2 - q(\tau)] \bar{f},$$

$$F_3(D_1 f) = -\{(\lambda + \mu) [\xi^2 - q(\tau)] - (\lambda + 2\mu) \varepsilon q(\tau)\} \bar{f}$$

$$= -\{(\lambda + 2\mu) [\xi^2 - (1 + \varepsilon) q(\tau)] - \mu [\xi^2 - q(\tau)]\} \bar{f},$$

$$F_3(D_2 f) = (\lambda + 2\mu) \{[\xi^2 - q(\tau)] [\xi^2 - \sigma_1^2(\tau)] - \varepsilon q(\tau) \xi^2\} \bar{f}$$

$$= (\lambda + 2\mu) W_4(\xi, \tau) \bar{f},$$

$$F_3(D_2 \square_2^* f) = -\mu (\lambda + 2\mu) [\xi^2 - \hat{\sigma}_2^2(\tau)] W_4(\xi, \tau) \bar{f}$$

حيث:

$$c_1 = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \quad \text{و} \quad \hat{\sigma}_2(\tau) = \frac{\tau}{\hat{c}_2} \quad \text{و} \quad \sigma_1(\tau) = \frac{\tau}{c_1} \quad \text{و} \quad \xi = (\xi_\alpha \xi_\alpha)^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{،} \quad \varepsilon = m \kappa \eta_0 \quad \text{و} \quad m = \frac{v_T}{\lambda + 2\mu} \quad \text{و} \quad q(\tau) = \frac{i \tau}{\kappa} \quad \text{و} \quad \hat{c}_2 = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$$

$$W_4(\xi, \tau) = \xi^4 - [\sigma_1^2(\tau) + (1 + \varepsilon) q(\tau)] \xi^2 + q(\tau) \sigma_1^2(\tau)$$

نحصل بعد الاختصار على التحويلين التاليين:

$$\bar{u}_\alpha^0 = \frac{1}{\mu[\xi^2 - \hat{\sigma}_2^2(\tau)]} \bar{X}_\alpha + \frac{1}{\mu(\lambda+2\mu)[\xi^2 - \hat{\sigma}_2^2(\tau)]W_4(\xi, \tau)} \{(\lambda+2\mu)[\xi^2 - (1+\varepsilon)q(\tau)] - \mu[\xi^2 - q(\tau)]\} (-i\xi_\alpha)(-i\xi_\beta) \bar{X}_\beta$$

$$- \frac{m}{\kappa W_4(\xi, \tau)} (-i\xi_\alpha) \bar{Q},$$

$$\bar{\theta}^0 = \frac{\kappa \eta_0}{(\lambda+2\mu)W_4(\xi, \tau)} q(\tau) (-i\xi_\alpha) \bar{X}_\alpha + \frac{1}{\kappa W_4(\xi, \tau)} [\xi^2 - \sigma_1^2(\tau)] \bar{Q}$$

أما بتطبيق تحويل فورييه التكاملية الثلاثي المباشر (3.45) على أطراف المعادلات المتممة المستقلة (4.9) و(4.10)، بالاستفادة من خطية هذا التحويل وخواصه المتمثلة بالعلاقات التالية ([8,9]):

$$\mathbf{F}_3(\square_2 f) = -(\mu+\alpha) [\xi^2 - \sigma_2^2(\tau)] \bar{f},$$

$$\mathbf{F}_3(\square_4 f) = -[(\gamma+\varepsilon)\xi^2 + 4\alpha - J\tau^2] \bar{f}$$

$$= -(\gamma+\varepsilon) [\xi^2 + \nu_0^2 - \sigma_4^2(\tau)] \bar{f},$$

$$\mathbf{F}_3(Lf) = \mathbf{F}_3[(\square_2 \square_4 + 4\alpha^2 \Delta_1)f] =$$

$$= (\mu+\alpha)(\gamma+\varepsilon) [\xi^2 - \sigma_2^2(\tau)] [\xi^2 + \nu_0^2 - \sigma_4^2(\tau)] \bar{f}$$

$$- 4\alpha^2 \xi^2 \bar{f} =$$

$$(\mu+\alpha)(\gamma+\varepsilon) \{[\xi^2 - \sigma_2^2(\tau)] [\xi^2 + \nu_0^2 - \sigma_4^2(\tau)] - p s\} \bar{f}$$

$$= (\mu+\alpha)(\gamma+\varepsilon) \Delta_4(\xi; \tau),$$

حيث:

$$\Delta_4(\xi; \tau) = \xi^4 - [\sigma_2^2(\tau) + \sigma_4^2(\tau) + \eta_0^2 - \nu_0^2] \xi^2 + \sigma_2^2(\tau) [\sigma_4^2(\tau) - \nu_0^2],$$

تركيب الحلول النظامية والشاذة لعملية **Schaefer** الترموديناميكية لأجل الحالة المستوية الأولى لانفعالات الجسم الصلب المرن دقيق الاستقطاب الخاضع لحرارة ويشغل الفضاء R^2

$$\sigma_2(\tau) = \frac{\tau}{c_2} \text{ و } \sigma_4(\tau) = \frac{\tau}{c_4} \text{ و } c_2 = \sqrt{\frac{\mu + \alpha}{\rho}} \text{ و } c_4 = \sqrt{\frac{\gamma + \varepsilon}{J}} \text{ و}$$

$$s = \frac{2\alpha}{\mu + \alpha} \text{ و } \eta_0^2 = p s \text{ و } v_0^2 = 2p = \frac{4\alpha}{\gamma + \varepsilon} \text{ و}$$

نحصل، بعد الاختصار، على التحويلين التاليين:

$$\bar{u}'_\alpha = - \frac{2\alpha \in_{\alpha\gamma} (-i\xi_\gamma) \bar{Y}_3}{\mu(\mu + \alpha)(\gamma + \varepsilon) [\xi^2 - \hat{\sigma}_2^2(\tau)] \Delta_4(\xi; \tau)}, \quad (4.15)$$

$$\bar{\varphi}'_3 = - \frac{[\xi^2 - \sigma_2^2(\tau)] \bar{Y}_3}{\mu(\gamma + \varepsilon) [\xi^2 - \hat{\sigma}_2^2(\tau)] \Delta_4(\xi; \tau)}, \quad (4.16)$$

حيث هنا:

$$\bar{Y}_3 = -\mu [\xi^2 - \hat{\sigma}_2^2(\tau)] \bar{Y}_3 + \frac{1}{2} (\gamma + \varepsilon) [\xi^2 - \sigma_4^2(\tau)] \in_{\alpha\beta} (-i\xi_\alpha) \bar{X}_\beta$$

سنستخدم فيما يلي تحويل فورييه التكاملية المضاعف من المرتبة الثالثة العكسي وخواصه ومبرهنة الطي ل فورييه ، لإيجاد سلوك شافير النظامي التقليدي وسلوك شافير النظامي المتمم (بالتالي سلوك شافير النظامي الكلي) للجسم المرن دقيق الاستقطاب المدروس غير المحدود.

(أ) *حقل الإزاحات النظامي التقليدي وحقل درجات الحرارة النظامي التقليدي للجسم*

المرن دقيق الاستقطاب المدروس:

لنفرض الآن، أن:

$$\hat{F}_2(\mathbf{x}, t) := \mathbf{F}_4^{-1} \left[\frac{1}{\xi^2 - \hat{\sigma}_2^2(\tau)} \right], \quad G_2(\mathbf{x}, t) := \mathbf{F}_4^{-1} \left[\frac{1}{W_4(\xi, \tau)} \right] \quad (4.17)$$

نحصل الآن على حقل الإزاحات النظامي التقليدي وحقل درجات الحرارة، النظامي،

التقليدي، بتطبيق تحويل فورييه التكاملية العكسي من المرتبة الثالثة وخواصه على

المعادلات المحوّلة (4.13) و (4.14) و بتطبيق مبرهنة الطي ل فورييه نجد:

حقل الإزاحات النظامي التقليدي:

$$u_{\alpha}^0 = \frac{1}{\mu} (\hat{F}_2 * X_{\alpha}) - \frac{1}{\mu(\lambda+2\mu)} D_1 \partial_{\alpha} \partial_{\beta} (\hat{F}_2 * G_2 * X_{\beta}) - \frac{m}{\kappa} \partial_{\alpha} (G_2 * Q) \quad (4.18)$$

$$\text{حيث: } \partial_{\alpha} := \frac{\partial}{\partial x_{\alpha}}$$

بالتعويض في العلاقة (3.29) نحصل على الدوران النظامي التقليدي:

$$\varphi_3^0 = \frac{1}{2\mu} \epsilon_{\alpha\beta} \partial_{\alpha} (\hat{F}_2 * X_{\beta}) \quad (4.19)$$

حقل درجات الحرارة النظامي التقليدي:

$$\theta^0 = -\frac{\eta_0}{\lambda+2\mu} \partial_{\alpha} \partial_t (G_2 * X_{\alpha}) - \frac{1}{\kappa(\lambda+2\mu)} \square_1 (G_2 * Q) \quad (4.20)$$

ب) حقلية الإزاحات والدورانات النظاميين المتممين للجسم المدروس:

لنفرض الآن أن:

$$G_1(\mathbf{x}, t) := \mathbf{F}_4^{-1} \left[\frac{1}{\Delta_4(\xi, \tau)} \right] \quad (4.21)$$

نحصل الآن على حقلية الإزاحات والدورانات النظاميين المتممين بتطبيق تحويل

فورييه التكاملي العكسي من المرتبة الثالثة وخواصه على المعادلات المحولة (4.15)

و(4.16)، ومن ثم بتطبيق مبرهنة الطي لـ فورييه نجد:

حقل الإزاحات النظامي المتمم التالي:

$$u'_{\alpha} = -\frac{2\alpha}{\mu(\gamma+\epsilon)(\mu+\alpha)} \epsilon_{\alpha\gamma} \partial_{\gamma} (\hat{F}_2 * G_1 * \hat{Y}_3) \quad (4.22)$$

حقل الدورانات النظامي المتمم:

$$\varphi'_3 = \frac{1}{\mu(\mu+\alpha)(\gamma+\epsilon)} \square_2 (\hat{F}_2 * G_1 * \hat{Y}_3), \quad (4.23)$$

ج) تركيب سلوكيات شافيرير الشاذة في الجسم المرن دقيق الاستقطاب $2D(E-N:6)$

المتجانس والمتماثل المناحي والخاضع لحرارة ضمن الحالة المستوية الأولى للانفعالات

المرنة، حيث يشغل الجسم في لحظة البدء كامل المتنوعة الإقليدية ثنائية البعد R^2 :

تركيب الحلول النظامية والشاذة لعملية Schaefer الترموديناميكية لأجل الحالة المستوية الأولى لانفعالات الجسم الصلب المرن دقيق الاستقطاب الخاضع لحرارة ويشغل الفضاء R^2

إذا كانت هذا الحقول الفيزيائية الداخلة في المعادلات المنفصلة (4.5) و(4.8) و(4.11) و(4.12) عبارة عن توزيعات فيمكن تطبيق تحويل فورييه التكاملية الثلاثي المباشر F_3 على المعادلات التقليدية المستقلة (4.5) و(4.8) وعلى المعادلات المتممة المستقلة (4.11) و(4.12) وتطبيق خواص هذا التحويل حيث نحصل على نتائج مشابهة للنتائج التي حصلنا عليها فيما لو كانت الحقول المذكورة نظامية أي نحصل على علاقات مشابهة للعلاقات (4.13) و(4.14) و(4.15) و(4.16).

سنوجد فيما يلي الحلول الشاذة للجسم الصلب دقيق الاستقطاب $2D(E-N:6)$ المتجانس والمتماثل المناحي والخاضع لحرارة ضمن الحالة المستوية الأولى للانفعالات المرنة حيث يشغل الجسم في لحظة البدء كامل المتنوعة الاقليدية ثنائية البعد R^2 وذلك من أجل الحمول الميكانيكية التالية:

$$X_\alpha = P_0 e^{-i\omega t} \delta(\mathbf{x}-\zeta) \delta_{\alpha\varepsilon}, \quad Y_3 = 0, \quad Q = 0 \quad (4.24)$$

حيث: $\omega > 0$ ثابت معطى ويرمز للتردد و $\delta(\mathbf{x}-\zeta)$ هو توزيع Dirac على R^2 [8] والذي يعطى بحسب تعريفه بالعلاقة: $\delta(\mathbf{x}-\zeta) := \delta(x_1 - \zeta_1) \delta(x_2 - \zeta_2)$ حيث $\delta(x_\alpha - \zeta_\alpha)$ هو توزيع Dirac على R و $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$ و $\zeta = (\zeta_1, \zeta_2)$ كما أن: P_0 هو ثابت موجب. ولنوجد الآن عمليات شافيرير الترموديناميكية الشاذة التقليدية والمتممة وبالتالي الكلية والموافقة للحمول (4.24).

سلوكا شافيرير الترموديناميكيان الشاذان التقليديان والمتممان الموافقان للحمل (4.24):

بتعويض (4.24) في (4.16) - (4.13) وبالأخذ بعين الاعتبار أن [8, 9]:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\mathbf{x}\cdot\zeta} \delta(\mathbf{x}-\zeta) d\mathbf{x} = e^{i\zeta\cdot\zeta} \quad (4.25)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{i(\tau-\omega)t} dt = 2\pi \delta(\tau-\omega) \quad (4.26)$$

نحصل على:

تحويل فورييه للازلات التقليدية:

$$\bar{u}_\alpha^{0(\varepsilon)} = \frac{P_0}{\sqrt{2\pi}} \left\{ \frac{1}{\mu[\xi^2 - \hat{\sigma}_2^2(\tau)]} \delta_{\alpha\varepsilon} + \frac{1}{\mu(\lambda+2\mu)[\xi^2 - \hat{\sigma}_2^2(\tau)] W_4(\xi, \tau)} \{ (\lambda+2\mu)[\xi^2 - (1+\varepsilon)q(\tau)] \right. \\ \left. - \mu[\xi^2 - q(\tau)] \} (-i\xi_\alpha)(-i\xi_\varepsilon) \right\} \delta(\tau - \omega) e^{i\xi \cdot \xi}, \quad (4.27)$$

تحويل فورييه للحرارة التقليدية:

$$\bar{\theta}^{0(\varepsilon)} = \frac{P_0}{\sqrt{2\pi}} \frac{\kappa \eta_0}{(\lambda+2\mu) W_4(\xi, \tau)} q(\tau) (-i\xi_\varepsilon) \delta(\tau - \omega) e^{i\xi \cdot \xi} \quad (4.28)$$

تحويل فورييه للإزاحات المتممة:

$$\bar{u}_\alpha^{-(\varepsilon)} = -\frac{P_0}{\sqrt{2\pi}} \frac{\alpha \in_{\alpha\gamma} \in_{\delta\varepsilon} [\xi^2 - \sigma_4^2(\tau)] (-i\xi_\gamma) (-i\xi_\delta)}{\mu(\mu+\alpha) [\xi^2 - \hat{\sigma}_2^2(\tau)] \Delta_4(\xi; \tau)} \delta(\tau - \omega) e^{i\xi \cdot \xi} \quad (4.29)$$

والتي بناءً على (3.20) تأخذ الشكل:

$$\bar{u}_\alpha^{-(\varepsilon)} = -\frac{P_0}{\sqrt{2\pi}} \frac{\alpha[\xi^2 - \sigma_4^2(\tau)] [\delta_{\alpha\varepsilon} \xi^2 + (-i\xi_\alpha)(-i\xi_\varepsilon)]}{\mu(\mu+\alpha) [\xi^2 - \hat{\sigma}_2^2(\tau)] \Delta_4(\xi; \tau)} \delta(\tau - \omega) e^{i\xi \cdot \xi} \quad (4.30)$$

تحويل فورييه للدورانات المتممة:

$$\bar{\varphi}_3^{-(\varepsilon)} = -\frac{P_0}{\sqrt{2\pi}} \frac{[\xi^2 - \sigma_2^2(\tau)] [\xi^2 - \sigma_4^2(\tau)] \in_{\gamma\varepsilon} (-i\xi_\gamma)}{2\mu [\xi^2 - \hat{\sigma}_2^2(\tau)] \Delta_4(\xi; \tau)} \delta(\tau - \omega) e^{i\xi \cdot \xi} \quad (4.31)$$

وبما أن:

$$\frac{1}{W_4(\xi, \tau)} = \frac{1}{\mu_1^2(\tau) - \mu_2^2(\tau)} \left[\frac{1}{\xi^2 - \mu_1^2(\tau)} - \frac{1}{\xi^2 - \mu_2^2(\tau)} \right], \quad (4.32)$$

$$\frac{(\lambda + 2\mu) [\xi^2 - (1+\varepsilon)q(\tau)] - \mu [\xi^2 - q(\tau)]}{(\lambda + 2\mu) [\xi^2 - \hat{\sigma}_2^2(\tau)] W_4(\xi, \tau)} =$$

$$= \frac{\mu}{\rho\tau^2} \left[\frac{1}{\xi^2 - \hat{\sigma}_2^2(\tau)} - \frac{E_1(\tau)}{\xi^2 - \mu_1^2(\tau)} + \frac{E_2(\tau)}{\xi^2 - \mu_2^2(\tau)} \right], \quad (4.33)$$

$$\frac{\xi^2 - \sigma_4^2(\tau)}{[\xi^2 - \hat{\sigma}_2^2(\tau)] \Delta_4(\xi; \tau)} =$$

$$= \frac{1}{\hat{\sigma}_2^2(\tau) - \sigma_2^2(\tau)} \left[\frac{1}{\xi^2 - \hat{\sigma}_2^2(\tau)} - \frac{A_1(\tau)}{\xi^2 - \lambda_1^2(\tau)} - \frac{A_2(\tau)}{\xi^2 - \lambda_2^2(\tau)} \right], \quad (4.34)$$

$$\frac{[\xi^2 - \sigma_2^2(\tau)] [\xi^2 - \sigma_4^2(\tau)]}{[\xi^2 - \hat{\sigma}_2^2(\tau)] \Delta_4(\xi; \tau)} =$$

$$\frac{1}{\hat{\sigma}_2^2(\tau) - \sigma_2^2(\tau)} \left\{ \frac{\hat{\sigma}_2^2(\tau) - \sigma_2^2(\tau)}{\xi^2 - \hat{\sigma}_2^2(\tau)} + \sigma_2^2(\tau) \left[\frac{A_1(\tau)}{\xi^2 - \lambda_1^2(\tau)} + \frac{A_2(\tau)}{\xi^2 - \lambda_2^2(\tau)} \right] \right\} \quad (4.35)$$

$$- \left[\frac{\lambda_1^2(\tau) A_1(\tau)}{\xi^2 - \lambda_1^2(\tau)} + \frac{\lambda_2^2(\tau) A_2(\tau)}{\xi^2 - \lambda_2^2(\tau)} \right] \left. \right\},$$

$$\frac{\xi^2 [\xi^2 - \sigma_4^2(\tau)]}{[\xi^2 - \hat{\sigma}_2^2(\tau)] \Delta_4(\xi; \tau)} = \frac{1}{\hat{\sigma}_2^2(\tau) - \sigma_2^2(\tau)} \left\{ \frac{\hat{\sigma}_2^2(\tau)}{\xi^2 - \hat{\sigma}_2^2(\tau)} \right.$$

$$\left. - \left[\frac{\lambda_1^2(\tau) A_1(\tau)}{\xi^2 - \lambda_1^2(\tau)} + \frac{\lambda_2^2(\tau) A_2(\tau)}{\xi^2 - \lambda_2^2(\tau)} \right] \right\}, \quad (4.36)$$

حيث: $\mu_1^2(\tau)$ و $\mu_2^2(\tau)$ هي جذور كثير الحدود:

$$W_4(\mu, \tau) = \mu^4 - [\sigma_1^2(\tau) + (1+\varepsilon)q(\tau)] \mu^2 + q(\tau) \sigma_1^2(\tau)$$

و $\lambda_1^2(\tau)$ و $\lambda_2^2(\tau)$ هي جذور كثير الحدود:

$$\Delta_4(\lambda; \tau) = \lambda^4 - [\sigma_2^2(\tau) + \sigma_4^2(\tau) + \eta_0^2 - \nu_0^2] \lambda^2 + \sigma_2^2(\tau) [\sigma_4^2(\tau) - \nu_0^2]$$

كما أن:

$$E_1(\tau) = \frac{\sigma_1^2(\tau) - \mu_2^2(\tau)}{\mu_1^2(\tau) - \mu_2^2(\tau)}, \quad E_2(\tau) = -\frac{\sigma_1^2(\tau) - \mu_1^2(\tau)}{\mu_2^2(\tau) - \mu_1^2(\tau)}$$

$$A_1(\tau) = \frac{\sigma_2^2(\tau) - \lambda_2^2(\tau)}{\lambda_1^2(\tau) - \lambda_2^2(\tau)}, \quad A_2(\tau) = \frac{\sigma_2^2(\tau) - \lambda_1^2(\tau)}{\lambda_2^2(\tau) - \lambda_1^2(\tau)}$$

بتعويض العلاقات (4.36)-(4.32) في التحولات (4.27) و (4.27) و (4.30) و (4.31) ومن ثم بتطبيق تحويل فورييه التكاملية الثلاثي العكسي F_3^{-1} على العلاقات الناتجة وباستخدام خاصة تصفية توزيع Dirac المتمثلة بالعلاقة:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \delta(t - t_0) dt = f(t_0) \quad (4.37)$$

والعلاقات [8, 9]:

$$F_3^{-1} [(-i \xi_\beta) \bar{f}(\xi, \tau)] = \partial_\beta f(x, t) \quad (4.38)$$

$$P.F. \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-i(\mathbf{x}-\xi) \cdot \xi}}{\xi^2 - a^2} d\xi = i\pi^2 H_0^{(1)}(ar) \quad (4.39)$$

حيث الرمز: $P.F.$ يدل على الجزء المنتهي للتكامل المعتل بمعنى Hadamard [10] و $r = |\mathbf{x} - \xi|$ و a عدد حقيقي أو عقدي و $H_0^{(1)}(ar)$ دالة Hanckle من المرتبة الصقرية والنوع الأول وباستخدام أيضاً العلاقة: $\mu [\hat{\sigma}_2^2(\tau) - \sigma_2^2(\tau)] = \rho \tau^2 s / 2$ نحصل بالنتيجة على:

- الإزاحات التقليدية الشاذة الموافقة التالية:

⁷ بعيداً عن قيمة Cauchy الأساسية (الـ CPV)، في Hadamard [10] تم تعريف ما يسمى الجزء المنتهي (الـ $P.F.$) للتكاملات المضاعفة، المعتلة. وفي [8] تم اثبات أن جزء Hadamard المنتهي للتكامل المعتل:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-i(\mathbf{x}-\xi) \cdot \xi}}{\xi^2 - a^2} d\xi$$

$$. (\Delta_1 + a^2)u = -4\pi^2 \delta(\mathbf{x} - \xi)$$

تركيب الحلول النظامية والشاذة لعملية Schaefer الترموديناميكية لأجل الحالة المستوية الأولى لانفعالات الجسم الصلب المرن دقيق الاستقطاب الخاضع لحرارة ويشغل الفضاء R^2

$$\bar{u}_\alpha^{0(\varepsilon)} = \frac{i P_0 e^{-i \omega t}}{4 \rho \omega^2} [\partial_{\alpha \varepsilon}^2 (\hat{\psi}_1 - \psi_2) + \delta_{\alpha \varepsilon} \hat{G}_1] \quad (4.40)$$

بالتالي إذا عوضنا في العلاقة (3.29)، نحصل على الدوران التقليدي، الموافق:

$$\phi_3^{0(\varepsilon)} = \frac{1}{2} \in_{\alpha \beta} u_{\beta, \alpha}^{0(\varepsilon)} = \frac{i P_0 e^{-i \omega t}}{8 \rho \omega^2} \in_{\beta \varepsilon} \hat{G}_{1, \beta} \quad (4.41)$$

- الحرارة التقليدية الشاذة الموافقة التالية:

$$\bar{\theta}^{0(\varepsilon)} = \frac{i P_0}{4 \rho \omega^2} \frac{q \varepsilon \sigma_1^2}{m (\mu_1^2 - \mu_2^2)} \partial_\varepsilon F_2 \quad (4.42)$$

- الإزاحات المتممة الشاذة الموافقة التالية:

$$u_\alpha^{(\varepsilon)} = \frac{i P_0 e^{-i \omega t}}{4 \rho \omega^2} [\partial_{\alpha \varepsilon}^2 (\psi_1 - \hat{\psi}_1) + \delta_{\alpha \varepsilon} (G_1 - \hat{G}_1)] \quad (4.43)$$

- الدوران المتمم، الشاذ، الموافق، التالي:

$$\phi_3^{(\varepsilon)} = -\frac{i P_0 e^{-i \omega t}}{4 \rho \omega^2} \in_{\beta \varepsilon} [\hat{G}_1 - G_1 - \sigma_2^2 (\hat{\psi}_1 - \psi_1)], \beta \quad (4.44)$$

حيث:

$$\begin{aligned} \hat{\psi}_1 &= H_0^{(1)}(\hat{\sigma}_2 r) , \quad \psi_1 = A_1 H_0^{(1)}(\lambda_1 r) + A_2 H_0^{(1)}(\lambda_2 r) , \\ \psi_2 &= E_1 H_0^{(1)}(\mu_1 r) - E_2 H_0^{(1)}(\mu_2 r), G_1 = A_1 \lambda_1^2 H_0^{(1)}(\lambda_1 r) + A_2 \lambda_2^2 H_0^{(1)}(\lambda_2 r) \\ \hat{G}_1 &= \hat{\sigma}_2^2 H_0^{(1)}(\hat{\sigma}_2 r) = \hat{\sigma}_2^2 \hat{\psi}_1 , \quad G_2 = E_1 \mu_1^2 H_0^{(1)}(\mu_1 r) - E_2 \mu_2^2 H_0^{(1)}(\mu_2 r) , \\ \text{كما أن: } &\sigma_4 = \sigma_4(\omega) \text{ و } \hat{\sigma}_2 = \hat{\sigma}_2(\omega) \text{ و } \sigma_2 = \sigma_2(\omega) \text{ و } \sigma_1 = \sigma_1(\omega) \\ &A_1 = A_1(\omega) \text{ و } \lambda_2 = \lambda_2(\omega) \text{ و } \lambda_1 = \lambda_1(\omega) \text{ و } \mu_2 = \mu_2(\omega) \text{ و } \mu_1 = \mu_1(\omega) \text{ و} \\ &E_2 = E_2(\omega) \text{ و } E_1 = E_1(\omega) \text{ و } A_2 = A_2(\omega) \text{ و} \end{aligned}$$

5. الاستنتاجات والمقترحات:

أولاً الاستنتاجات: في البحث تم إيجاد صيغ فورييه التكاملية التقليدية والمتممة لأجل كل من عمليتي شافير الترموديناميكية التقليدية، والديناميكية المتممة في الجسم المعتبر الذي يشغل كامل R^2 ، ذلك في حال وجود حمل حجمية ومصادر حرارية. بعدها تم إيجاد

الحلول الشاذة لأجل كل من عمليتي شافيرير السابقتين، وذلك في حال تعرض الجسم المذكور أعلاه لقوة حجمية مركزة، ومتغيرة توافقياً مع الزمن.

ثانياً) المقترحات: يمكن أن نختتم هذا البحث بمسائل للمناقشة، هي الآتية:

مسألة 1: إيجاد عمليتي شافيرير الترموديناميكيتين التقليدية والتمتمة في الجسم المرن المعتبر الذي يشغل كامل R^2 ، ذلك في حال وجود عزم حجمية ومصادر حرارية، مركزة، ومتغيرة توافقياً مع الزمن.

مسألة 2: استنتاج صيغ Green التي تعطي الحل لأجل أية حمل حجمية ومصادر حرارية بدلالة ما يسمى الحلول الأساسية المتعلقة بهذا الجسم.

مسألة 3: تعميم طريقة Papkovich-Neuber إلى حل مسألتي الحالة المستوية الأولى والثانية للانفعالات المرنة للجسم $2D (E-N:6)$ ، المتجانس والمتماثل المناحي والخاضع لحرارة حيث الجسم يشغل في لحظة البدء المنطقة Ω بسيطة الترابط في R^2 .

المراجع

- [1] – Eringen , A . C , **1966** - Linear theory of micropolar elasticity, J.Math. Mech., 15 , 909 – 930.
- [2] –Nowacki, W , **1986** - Theory of Asymmetric Elasticity , Warsaw , PWN.
- [3]- Dyszlewicz , J, **2004** - Micropolar Theory of Elasticity , in : Series Lectures. Notes in Applied and Computational Mechanics, Vol.15, 356 p, Springer .
- [4]-Dyszlewicz J., **1973** - A method of solving static problems of linear asymmetric elasticity,Mech. Teor. Stos., **11,2,143158** (in Polish).
- [5]-Dyszlewicz J., Matysiak S., **1973**- Singularity of stresses in micropolar elastic semispace due to discontinuous boundary load, Bull. Acad. Polon. Sci., Ser. Sci.Techn., 21, 12, 605-610.
- [6]–Dyszlewicz , J ,**1996** - Selected problems of linear asymmetrical thermoelasticity, Journal of Thermal Stresses,19, 185-206.
- [7]-Dyszlewicz , J ,**1986**-Fundamental solutions of micropolar elastostatics , Bull. Pol. Ac.: Tech. , I-1986 , 34 , 179-190 ; II-1986 , 34 , 191-202.
- [8] – Gerrit van Dijk , **2013** - Distribution Theory , De Gtuyter Graduate Lectures, Deutsche Nationalbibliothek , Berlin.
- [9] – Debnath, L& Bhatta, D , **2007** – Integral Transforms and their Applications. (Second Edition), CRC Press, Boca Raton, Florida.
- [10] – Hadamard J., , 1923 - Lectures on Cauchy's Problem in Partial Differential Equations,Yale University Press.
- [11] – Mountajab Al-Hasan and Ali Jawdat Loulou , **2021** – Generating the Schaefer vector method that solving the first plane state problems of micropolar elastic solid subjected to temperature field ,Journal of Al-Baath University,Vol.43, Nr.7, p. 147-159.
- [12] – Mountajab Al-Hasan & Hala Mouhammad , and Hanin Abdelkareem, **2022**– The isothermal of the Schaefer complementary thermodynamical process relating to the first plane state of small elastic strain of the micropolar body subjected to temperature field and occupying R^2 , Journal of Tartous University (In Press).