

## تحليل طاقة أمواج روسبي الناتجة عن أمواج الجذب

### العطالية في أعلى طبقة التروبوسفير

\*منال عامر العلوان العبد الحافظ- طالبة دكتوراه - كلية العلوم - قسم الفيزياء - جامعة حلب.  
أ.د. فاطمة سروجي - أستاذ في كلية العلوم - قسم الفيزياء - جامعة حلب  
أ.د. عدنان ميني: أستاذ في كلية العلوم - قسم الفيزياء - جامعة تشرين

#### المخلص:

يتناول البحث دراسة أمواج روسبي في الغلاف الجوي، ومقارنتها مع أمواج روسبي في المحيطات وذلك من أجل استنتاج علاقة الطاقة العامة لأمواج روسبي الناتجة عن أمواج الجذب العطالية في أعلى طبقة التروبوسفير.

تم استخدام كل من تقريب المائع الجيوستروفيكي، والعلاقات التي تصف المائع ( المعادلة العامة للحركة ومعادلة الاستمرارية)، كما استخدمنا دراسة تحول أمواج الجذب العطالية في أعلى طبقة التروبوسفير إلى أمواج روسبي.

وجدنا أن أمواج روسبي في أعلى طبقة التروبوسفير تنتشر بشكل دوائر متحدة المركز، ويتغير موضعها بتغيير العددين الموجيين  $k$ ،  $l$ ، ووضحنا أن تشكل أمواج روسبي لا يتعلق بالتضاريس، كما أن أنصاف أقطار هذه الدوائر تتناقص كلما انخفض ارتفاع الطبقة وذلك بسبب زيادة الضغط الجوي.

بمقارنة أمواج روسبي في أعلى التروبوسفير مع أمواج روسبي في المحيط نتج لدينا حد جديد  $A = \frac{\hat{p}^2}{f^2}$  حيث يمثل هذا الحد سعة الموجة في الغلاف الجوي.

**الكلمات المفتاحية:** أمواج روسبي، أمواج الجذب العطالية، الأمواج الجوية، طاقة منتشرة في الغلاف الجوي، وسيط كوريوليس.

# **Analysis of the energy of Rossby waves resulting from inertia gravity waves in the upper troposphere**

## **Abstract**

In this paper We studied Rossby waves in the atmosphere, and compared them with the Rossby waves in the oceans, in order to deduced the general energy relationship of Rossby waves resulting from inertial gravity waves at the top of troposphere layer in the atmosphere.

We used both geostrophic fluid approximation, and the relationships that describe the fluid (the general equation of motion and the continuity equation), in addition to studying the transformation inertial gravity waves at the top troposphere into Rossby waves.

We concluded that the Rossby waves at the top troposphere spread in the form of concentric circles, and their positions changes with the change of two wave numbers  $k$ ,  $l$ , and We showed the formation of Rossby waves is not related to the

topography and the radii of these circles decrease at the height of layer decreases due to the increase in the pressure air.

By comparing this energy relationship of Rossby waves at the top of troposphere with those of Rossby waves energy in the Ocean, we get a new term  $A = \frac{\hat{p}^2}{f^2}$  where this term represents the wave amplitude in the atmosphere.

**Key words:** Rossby waves, gravity waves, inertial waves, atmospheric waves, atmospheric `

## المقدمة:

أمواج روسبي: تعتبر أمواج روسبي Rossby waves من أهم الأمواج المنتشرة سواء في الغلاف الجوي أو المحيطات. كما تعتبر أيضا رابطا أساسيا في دراسة الحركات في كل من الغلاف الجوي والمحيط. لدراسة طاقة أمواج روسبي أهمية كبيرة في وصف انتقال كل من الكتلة، والدفع، والطاقة ضمن الغلاف الجوي، أو المحيط [1,2,3].

تتواجد أمواج روسبي في الغلاف الجوي وفي المحيطات، ويلاحظ ظهور هذه الأمواج بشكل خاص بين الامواج ذات الطول الموجي الكبير [3].

تشغل أمواج روسبي مجالا واسعا من أمواج الغلاف الجوي، وتؤثر كل من طاقة ونشاط أمواج روسبي المنتشرة في طبقة التروبوسفير بشكل مباشر على التغييرات المناخية، وبالتالي حركة الطيران، كما تؤدي لحدوث حركات دوامية ضمن الغلاف الجوي بالمحيط والتي تتطور بدورها إلى أعاصير، أو تسونامي [2,3].

تعتبر هذه الامواج من أكثر الامواج أهمية، على الرغم من أن امواج الجاذبية Gravitay waves المرافقة لها تشترك معها بالكثير من الميزات [3,4]. يتم وصف امواج روسبي بسهولة من خلال معادلات الجيوستروفيك geostrophic equation [4,5].

يختلف تعريف امواج روسبي تبعا للوسط المائع الذي تدرس فيه. حيث تعرف أمواج روسبي في المائع الباروتروبيكي barotropic - (وهو المائع الذي تكون كثافته تابعة للضغط فقط) - على أنها حركة دوامية صرفة تحتفظ بالطاقة. تنتج هذه الحركة عن تغير وسيط كوريوليس مع خط العرض [6,7]. بينما تعرف أمواج روسبي في المائع الباروكلينيكي baroclinic - (وهو المائع الذي تكون كثافته تابعة لكل من الضغط

ودرجة الحرارة) - على أنها حركة دوامية كامنة تحتفظ بالطاقة الناتجة عن التدرج المتساوي الانتروبية [7,8]. تتشكل أمواج روسبي في طبقة التروبوسفير، وينتقل تأثيرها الى طبقة الستراتوسفير، حيث تتواجد التيارات النفاثة كالتيار النفاث القطبي polar jet stream [7,8].

تعتبر أمواج روسبي أمواجا طولية تزداد سعتها مع الارتفاع [8,9]، يعتمد اتجاه حركة هذه الأمواج على عاملين هما سرعة تدفق الرياح الغربية، وعدد المرتفعات والمنخفضات حول دائرة العرض. يمكن لأمواج روسبي ان تستقر اذا كانت سرعة تدفقها 15m/s والتي تقابل ثلاث مرتفعات ومنخفضات [10]. حيث تمثل سرعة التدفق هذه قيمة حدية. تؤدي قيم السرعات الأقل من قيمة هذه السرعة الحدية لموجة روسبي الى تشكل جرف غربي، بينما السرعات الاعلى من هذه القيمة الحدية تؤدي الى انتشارها نحو الشرق [10,11]. يمكن أن تتحول أمواج الجذب العطالية في أعلى طبقة التروبوسفير الى أمواج روسبي، وذلك بسبب التأثير الكبير لدوران الأرض على انتشار أمواج الجذب العطالية. يهمل في هذه الحالة التردد الذاتي، ويصبح التردد المسيطر هو تردد كوريوليس.

#### الهدف من البحث:

استنتاج معادلة الطاقة العامة لأمواج روسبي الناتجة عن أمواج الجذب العطالية في طبقة التروبوسفير، ودراسة علاقة هذه الطاقة بمتغيرات الطقس والمكان، ومعرفة تأثيرها على التغيرات المناخية، بالإضافة إلى مقارنة هذه العلاقة مع علاقة طاقة أمواج روسبي في المحيطات بهدف التوصل لحدود جديدة تتعلق بالغلانف الجوي.

#### الدراسة النظرية:

اعتمدنا طريقتين تقريبيتان لدراسة خصائص امواج روسبي: الطريقة الأولى تقريب التدفق شبه الجيوستروفيك quasi geostrophic، والذي تكون فيه قوة تدرج الضغط متوازنة مع قوة كوريوليس Coriolis، مع الأخذ بعين الاعتبار تأثير قوة العطالة النابذة.

والطريقة الثانية: تقرب التدفق الجيوستروفيك بحيث يكون تأثير قوة العطالة النابذة مهملاً [7,12] ويكون عدد روسبي Rossby number صغيراً والسماوات السطحية الدنيا (التضاريس) ضعيفة [13].

تعطى المعادلات العامة للحركة لأمواج روسبي [4,5]:

انطلاقاً من معادلة الحركة للدوامة الكامنة عند درجة حرارة ثابتة، وبإهمال الاحتكاك في النظام شبه الجيوستروفيك

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \vec{U} \nabla q = 0 \quad (1)$$

حيث  $q(x, y, z, t)$  الدوامة الكامنة،  $U(x, y, z, t)$  هي سرعة الموجة. ترتبط كل من السرعة والدوامة بتابع الحالة وفق العلاقة [4,5,11] (لكن شكل التابع يتغير وفق النظام الذي يدرس فيه الوسط):

$$v = \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad u = -\frac{\partial \psi}{\partial y}$$

حيث تمثل  $u, v$  مركبات السرعة بالاتجاهين  $x, y$  على الترتيب.

لجعل المعادلة (1) خطية نفرض ان التدفق يحوي على مكونات غير مرتبطة بالزمن وهي تمثل الحالة الأساسية. ومكونات مرتبطة بالزمن تمثل بحد اضطراب حيث يكون الاضطراب صغيراً بالنسبة للحالة الوسطية للتدفق

حيث  $q = \bar{q}(y, z) + q'(x, y, t)$  حيث تمثل  $\bar{q}(y, z)$  الحالة الأساسية، و  $q'(x, y, t)$  حد الاضطراب.

$$\psi = \bar{\psi}(y, z) + \psi'(x, y, t)$$

نلاحظ أن  $\bar{v} = 0$  و  $\bar{u} = -\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial y}$

بالتعويض في المعادلة (1) بدون تقريب

$$\frac{\partial q'}{\partial t} + \bar{u} \nabla \bar{q} + \bar{u} \nabla q' + u' \nabla q' = 0 \quad (2)$$

المقادير الأساسية صغيرة جدا لذا تهمل الحدود التي توجد فيها هذه المقادير. كما أننا نجعل المعادلة خطية لذا:

$$\bar{u} \nabla \bar{q} = 0$$

وبما ان  $\bar{v} = 0$  و  $\frac{\partial \bar{q}}{\partial x} = 0$

$$\frac{\partial q'}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial q'}{\partial x} + v' \frac{\partial \bar{q}}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

من أجل طبقة واحدة لمائع ساكن يكون شكل تابع الحالة [4,5]:

$$\psi = \bar{\psi}(y) + \psi'(x, y, t) \quad (4)$$

حيث  $\bar{\psi} = -\bar{u} \cdot y$  وبالأخذ بعين الاعتبار نصف قطر التشوه الوسطي فإن شكل الدوامة الكامنة يصبح:

$$q = \bar{u} y k_d^2 + \beta y$$

حيث  $\beta = \frac{\partial \bar{q}}{\partial y}$

وبالتالي [4,5]:

$$\nabla q = (\bar{u} k_d^2 + \beta) j$$

فتصبح المعادلة الخطية للحركة [4,5]:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x}\right) (\nabla^2 \psi' - \bar{u} k_d^2) + \beta (\bar{u} k_d^2) \frac{\partial \psi'}{\partial x} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial \psi'}{\partial x} = v' \quad \text{و} \quad \nabla^2 \psi' = q' \quad \text{و} \quad \beta = \frac{\partial \bar{q}}{\partial y} \quad \text{حيث}$$

وحل هذه المعادلة هو موجة مستوية من الشكل

$$\psi' = \text{Re} \bar{\psi} e^{i(kx + ly - \omega t)} \quad (6)$$

إن حلول هذه المعادلة صحيحة ضمن المجال الذي يتضمن شروط حدية ذات دورية مضاعفة: حلول تتضمن اهتزازات شاقولية تحوي  $\sin(ly)$  بدون تغييرات أولية في الحركية.

حيث  $\bar{\psi}$  سعة الاهتزاز والطور  $kx + ly - \omega t$  حيث  $k$  و  $l$  الأعداد الموجية على المحورين  $x$  و  $y$ . و  $\omega$  تردد الاهتزاز [4,5].

بتعويض (6) في (5) حيث

$$K^2 = (k^2 + l^2) \quad (7)$$

ومنه

$$\omega = \frac{k(\bar{u}K^2 - \beta)}{K^2 + k_d^2} = \bar{u}k - k \frac{\beta + \bar{u}k_d^2}{K^2 + k_d^2} \quad (8)$$

بإهمال التدفق الوسطي تكون  $(\bar{u} = 0)$ . وبالتالي تصبح علاقة التبدد [4,5]:

$$\omega = \frac{-\beta k}{k^2 + l^2 + k_d^2} \quad (9)$$

باشتقاق هذه العلاقة بالنسبة لـ  $l$ ،  $k$  نحصل على عبارتي سرعة المجموعة على المركبات المكانية



$$v_g^x = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{-\beta(k^2+l^2+k_d^2)+2k^2}{(k^2+l^2+k_d^2)^2} = \frac{\beta(k^2-l^2-k_d^2)}{(k^2+l^2+k_d^2)^2} \quad (10)$$

ثم بالنسبة لـ /

$$v_g^y = \frac{\partial \omega}{\partial l} = \frac{0-2kl\beta}{(k^2+l^2+k_d^2)^2} = \frac{2\beta kl}{(k^2+l^2+k_d^2)^2} \quad (11)$$

تمثل العلاقتان (10) و (11) عبارتي سرعتي المجموعة على المركبات المكانية. تكون سرعة المجموعة متجهة باتجاه الغرب إذا كان العدد الموجي صغيرا بما فيه الكفاية وتتجه باتجاه الشرق إذا كان العدد الموجي كبيرا بما فيه الكفاية.

نحصل على سرعة الطور في الاتجاهات المكانية بقسمة علاقة التبدد على كل من  $k, l$ :  
[4,5]

$$v_p^x = \frac{\omega}{k} = \frac{-\beta}{k^2+l^2+k_d^2} \quad (12)$$

$$v_p^y = \frac{\omega}{l} = \frac{k}{l} \left( \frac{-\beta}{k^2+l^2+k_d^2} \right) \quad (13)$$

تكون هذه السرعات سالبة دائما أو متجهة باتجاه الغرب وقيمتها أكبر عندما تكون الموجة أكبر. حيث يعبر  $k$  و  $l$  عن العددين الموجيين المتجهين شمالا وشرقا ويأخذان قيم أعداد صحيحة.

تتواجد أمواج روسبي في الموانع الطبقيّة، بحيث تأخذ علاقة التبدد شكل العلاقة السابق(9) لكن يظهر العدد الموجي العمودي ( $m$ ) في مكان نصف قطر التشوه العكسي  $k_d$  [4,5].

### طاقة أمواج روسبي:

تمت الاستفادة من دراسة علاقة طاقة أمواج روسبي في الماء في طبقة واحدة، بشرط تدفق وسطي معدوم، ومن أجل نصف قطر تشوه محدود، وباعتبار أن الحركات تخضع للدوامة الكامنة ينتج من معادلة الدوامة الكامنة الخطية المتنامية في الماء [4,5]:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\nabla^2 - k_a^2) \psi + \beta \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0 \quad (14)$$

للحصول على علاقة الطاقة في الماء نضرب العلاقة (14) بـ  $-\psi$  وبالاعتماد على العلاقات (9-10-11) السابقة [3,4] حيث  $K^2 = k^2 + l^2$  نحصل على:

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} ((\nabla \psi)^2 + k_a^2 \psi^2) - \nabla (\psi \nabla \frac{\partial \psi}{\partial t} + \hat{i} \frac{\beta}{2} \psi^2) = 0 \quad (15)$$

حيث  $\hat{i} \frac{\beta}{2} \psi^2$  هو حد متجه يعبر عن القوة، وحيث  $\hat{i}$  متجه الواحدة لهذه القوة على المحور  $x$ . تكون مجموعة الحدود الأولى حدود جبرية تعبر هذه الحدود عن طاقة، وبتعبير أدق كثافة الطاقة، وهذا يعني الطاقة خلال وحدة الكتلة أو وحدة الحجم تبعاً لسياق العبارة [4]

يمثل الحد  $\frac{k_a^2 \psi^2}{2}$  الطاقة الكامنة بالنسبة للإزاحة على السطح الحر، ويمثل الحد  $\frac{(\nabla \psi)^2}{2} = \frac{(u^2 + v^2)}{2}$  الطاقة الحركية أو كثافة الطاقة، لذا يمكن أن نكتب [4,5]:

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \vec{\nabla} \vec{F} = 0 \quad (16)$$

حيث [4,5]:

$$E = \frac{1}{2} ((\nabla \psi)^2 + k_a^2 \psi^2)$$

$$\vec{F} = \psi \nabla \frac{\partial \psi}{\partial t} + \hat{i} \beta \psi^2$$

نفرض حلا لهذه المعادلات التفاضلية من الشكل [4,5]:

$$\psi = A(x) \cos(Kx - \omega t) = A(x) \cos(kx + ly - \omega t) \quad (17)$$

حيث  $A(x)$  سعة المستوية، و  $K$  يمثل متجه الموجة وهو مختلف عن  $k$  متجه الواحدة للمركبة  $Z$ . وتعطى الطاقة الحركية للموجة  $E_K$  بالعلاقة التالية [4,5]:

$$E_K = \frac{A^2}{2} (\psi_x^2 + \psi_y^2) \quad (18)$$

وبالتالي فإن متوسط الطاقة الحركية للموجة خلال دور  $2\pi/\omega$  [4,5]

$$\overline{E_k} = \frac{A^2}{2} (K^2 + l^2) \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} \sin^2(k \cdot x - \omega t) d \quad (19)$$

وبما أننا ندرس متوسط الطاقة الحركية خلال دور  $2\pi/\omega$  يكون:

$$\overline{E_k} = \frac{A^2}{4} (K^2 + l^2) \quad (20)$$

ويكون متوسط الطاقة الكامنة:

$$\overline{E_p} = \frac{A^2}{4} k_d^2 \quad (21)$$

يكون متوسط الطاقة الكلية [4,5]

$$\overline{E} = \frac{A^2}{4} (K^2 + k_d^2) \quad (22)$$

حيث  $k_d$  هو نصف قطر النشوء العكسي من أجل منظومة مائية سطحية.

قمنا بدراسة علاقة أمواج الجذب العطالية، بالاعتماد على المعادلات العامة لحركة المائع ضمن الغلاف الجوي، وعلى كل من معادلة الاستمرارية، ومعادلة الطاقة الترموديناميكية من أجل التوصل إلى كل من الطاقة الكامنة، والحركية، والعمودية لأمواج روسبي، وتمت الدراسة باستخدام تقريب بوزنيسك حيث تمّ اعتبار الكثافة ثابتة شريطة عدم ارتباطها بالجاذبية، كما تمّ اعتبار الحركات في حالة هيدروستاتيك وبفرض أنّ تردد الموجة الطافية  $N$ ، مستقل عن الارتفاع  $(z)$  وتكون قيمته ثابتة تقريباً  $N \approx 1.2 \times 10^{-1} s^{-1}$  [5,14]، وباعتبار أن كثافة المائع مستقرة، وبفرض أنه لا يوجد تبادل حراري في الطبقة المدروسة.

نحصل على علاقات السرعات:

$$\hat{u} = \frac{1}{\hat{\omega}^2 - f^2} (\hat{\omega}k - ilf) \hat{p} \quad (23)$$

$$\hat{v} = \frac{1}{\hat{\omega}^2 - f^2} (\hat{\omega}l - ikf) \hat{p} \quad (24)$$

$$\hat{w} = \left( \frac{\hat{\omega}m}{N^2} \right) \hat{p} \quad (25)$$

تصبح علاقة التبديد [5]

$$\hat{\omega}^2 = f^2 + \frac{N^2(k^2 + l^2)}{m^2} \quad (26)$$

كما يمكن الحصول على علاقات الطاقة اعتماداً على ذلك.

### النتائج والمناقشة:

تنتج علاقة الطاقة الكلية لأمواج الجاذبية في الغلاف الجوي من مجموع كل من الطاقة الحركية، والطاقة الكامنة، والطاقة العمودية، قمنا باستنتاج علاقة الطاقة الكلية لأمواج روسبي كحالة خاصة من أمواج الجاذبية في الغلاف الجوي.

من المعادلات (23-25) [7] التي تعطي سرعات موجة الجاذبية  $(u, v, w)$  (شرقاً، شمالاً، عمودياً) بدلالة  $f$  (تردد كوريوليس) و  $\hat{\omega}$  التردد الذاتي للموجة، و  $(m, l, k)$  الاعداد

الموجية على المحاور ( $x, y, z$ ) المتجهة (شرقا ، شمالا ، عموديا) نحصل الحدود -[13]  
:14]

$$\begin{aligned} (\overline{u^2} + \overline{v^2}) &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\hat{\omega}^2 - f^2} [(\hat{\omega}^2 k^2 + l^2 f^2) \hat{p}^2 + (\hat{\omega}^2 l^2 + k^2 f^2) \hat{p}^2] \\ &= \frac{1}{2} \frac{1}{(\hat{\omega}^2 - f^2)^2} \left[ f^2 k^2 + \frac{N^2 k^2 (k^2 + l^2)}{m^2} + l^2 f^2 + l^2 f^2 \right. \\ &\quad \left. + \frac{N^2 l^2 (k^2 + l^2)}{m^2} + k^2 f^2 \right] \hat{p}^2 \\ &= \frac{1}{2} \frac{1}{(\hat{\omega}^2 - f^2)^2} \left[ 2f^2 (k^2 + l^2) + \frac{N^2 (k^2 + l^2)}{m^2} (k^2 + l^2) \right] \hat{p}^2 \\ &= \frac{1}{2} \frac{1}{(\hat{\omega}^2 - f^2)^2} \left[ 2f^2 + \frac{N^2 (k^2 + l^2)}{m^2} \right] (k^2 + l^2) \hat{p}^2 \\ &= \frac{1}{2} \frac{1}{(\hat{\omega}^2 - f^2)^2} [\hat{\omega}^2 + f^2] (\hat{\omega}^2 - f^2) \frac{m^2}{N^2} \hat{p}^2 \\ (\overline{u^2} + \overline{v^2}) &= \frac{1}{2} \left[ \frac{\hat{\omega}^2 + f^2}{\hat{\omega}^2 - f^2} \right] \frac{m^2}{N^2} \hat{p}^2 \quad (27) \end{aligned}$$

فتكون علاقة الطاقة الحركية [14]:

$$\overline{E_k} = \frac{1}{2} (\overline{u^2} + \overline{v^2}) = \frac{\hat{\omega}^2 + f^2}{\hat{\omega}^2 - f^2} \frac{m^2}{4N^2} \hat{p}^2 = \left[ \frac{1 + \left(\frac{f^2}{\hat{\omega}^2}\right)}{1 - \left(\frac{f^2}{\hat{\omega}^2}\right)} \right] \frac{m^2}{4N^2} \hat{p}^2 \quad (28)$$

وتكون علاقة الطاقة الكامنة [14]:

$$\overline{E_p} = \frac{g^2}{2N^2} \left( \frac{\bar{\theta}}{\theta_0} \right)^2 \quad (29)$$

$$\overline{E_p} = \frac{g^2}{2N^2} \left[ \frac{m^2 \hat{p}^2}{2g^2} \right] = \frac{m^2 \hat{p}^2}{4N^2} \quad (30)$$

وعلاقة الطاقة العمودية [14]:

$$\overline{E_v} = \frac{1}{2} \overline{w^2} = \frac{\hat{\omega}^2 m^2 \hat{p}^2}{4N^4} \quad (31)$$

من المعروف أنّ تأثير دوران الأرض يكون كبيراً وواضحاً على أمواج روسبي لذا فإنّ تردد الموجة الذاتي يكون صغيراً ومهملاً بالمقارنة مع تردد كوربوليس (تردد دوران الأرض). يمكن بالتالي استنتاج علاقات السرعة والطاقات لأمواج روسبي في التروبوسفير اعتماداً على العلاقات السابقة بعد الأخذ بعين الاعتبار:

a. يكون تردد الموجة الذاتي صغير ومهمل وبالتالي تهتز أمواج روسبي بتردد

كوروليس

b. يأخذ تردد الطفو في التروبوسفير يأخذ قيمة ثابتة  $N \approx 1.2 \times 10^{-1} s^{-1}$

وبالتالي تأخذ علاقات السرعات (23-25) الشكل الآتي:

$$\hat{u} = \frac{il}{f} \hat{p} \quad (32)$$

$$\hat{v} = \frac{ik}{f} \hat{p} \quad (33)$$

$$\hat{w} = 0 \quad (34)$$

وبالتالي تأخذ علاقة الطاقة الحركية (28) الشكل:

$$\overline{E_k} = \frac{1}{2}(\overline{u^2} + \overline{v^2}) = \frac{(k^2 + l^2)}{4f^2} \hat{p}^2 \quad (35)$$

بينما تأخذ علاقة الطاقة الكامنة (30) الشكل:

$$\overline{E_p} = \frac{m^2 \hat{p}^2}{4N^2} \quad (36)$$

أما الطاقة العمودية فتصبح معدومة، لذا تصبح علاقة الطاقة الكلية مجموع الطاقين الكامنة والحركية فقط:

$$\bar{E} = \bar{E}_k + \bar{E}_p \quad (37)$$

$$\bar{E} = \frac{(k^2 + l^2)\hat{p}^2}{4f^2} + \frac{m^2\hat{p}^2}{4N^2} \quad (38)$$

وهي العلاقة العامة لأمواف روسبي الجوية في أعلى التروبوسفير التي توصلنا إليها. نلاحظ أن هذه الطاقة تتعلق بكل من تردد كوريوليس  $f$ ، وتردد الطوف  $N$ ، كما تتعلق بكل من الضغط الجوي، والأعداد الموجية  $k, l, m$  الموجهة على الترتيب شمالاً، شرقاً، عمودياً.

اعتماداً على العلاقة العامة لطاقة أمواف روسبي (38) يمكن ان نستنتج ما يلي:

(1) أن الحد الجديد  $A$  الذي يمثل سعة أمواف روسبي في الغلاف الجوي. نقارن العلاقات (37-35) المعبرة عن الطاقات الحركية والكامنة في الغلاف الجوي مع العلاقات (22-20) المعبرة عن الطاقات الحركية والكامنة في المحيطات، فنلاحظ تشابهاً في أشكال العلاقات. بالمطابقة بين هذه العلاقات يظهر لدينا تفسير الحد  $A$  بالشكل الجديد الذي يمثل سعة الموجهة في الغلاف الجوي:

$$A = \frac{\hat{p}^2}{f^2}$$

(2) أن علاقة طاقة أمواف روسبي الجوية المستوية: نعوض قيمة العدد الموجي العمودي  $m=0$  في العلاقة (38) فتصبح عبارة الطاقة الكلية العامة لأمواف روسبي الجوية على الشكل:

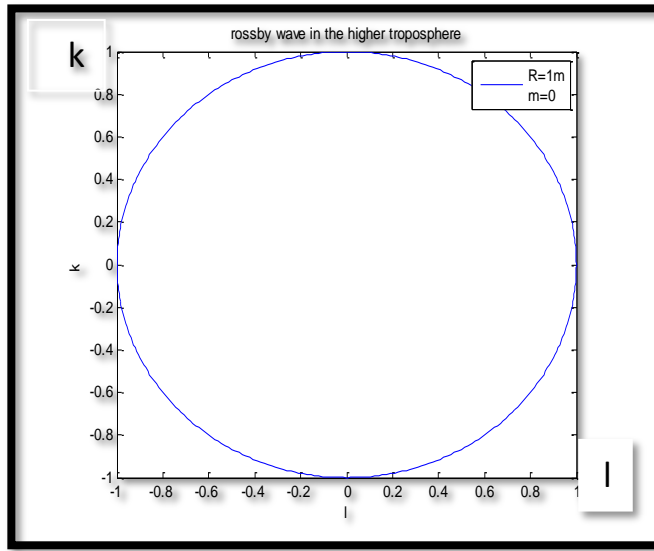
$$\bar{E} = \frac{(k^2 + l^2)\hat{p}^2}{4f^2} \quad (39)$$

يمكن كتابة هذه العلاقة على شكل معادلة دائرة:

$$k^2 + l^2 = 4f^2 \cdot \frac{E}{\hat{p}^2} \quad (40)$$

يكون انتشار الطاقة بشكل مستوي دائري يتغير مركزه عند كل مستوي ضغط. وهذا يعني أن انتشار طاقة أمواج روسبي يكون بشكل دائري، تتوافق هذه النتيجة مع نتائج لباحثين آخرين [6]. تكون قيمة الطاقة من أجل  $(k=1, l=1)$  مساوية  $(E=2 \times 10^{24} \text{ J})$ . وذلك من أجل قيمة الضغط في أعلى التروبوسفير  $(p=200 \text{ hpa})$  عند ارتفاع  $(z=11.784)$  عن سطح الأرض، وباعتبار تردد كوريوليس  $f = 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ . تكون هذه الطاقة ثابتة على محيط دائرة انتشار الموجة بنصف قطر  $R = 4f^2 \cdot \frac{E}{\rho^2} = 1 \text{ m}$  كما في الشكل (1)





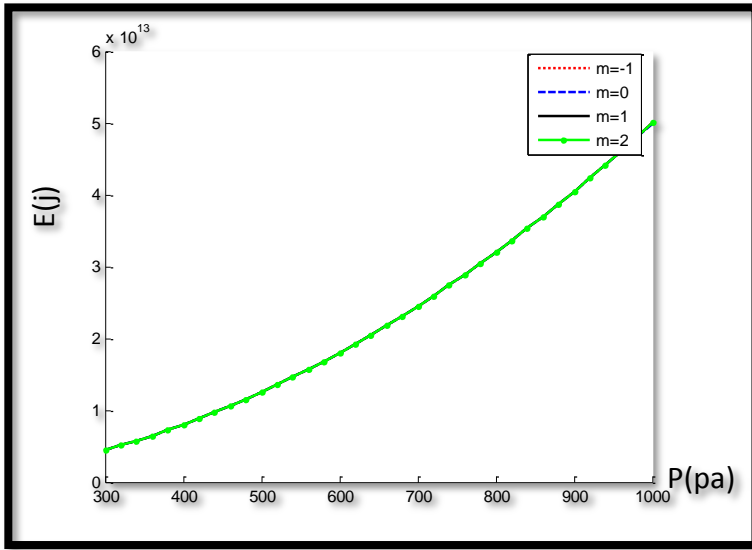
الشكل (1) طاقة أمواج روسبي الناتجة عن أمواج الجاذبية في التروبوسفير

يظهر في الشكل (1) دائرة مستوية لطاقة انتشار موجه روسبي الناتجة عن أمواج الجذب العطالية في أعلى طبقة التروبوسفير، حيث يتغير موضع هذه الدائرة بتغير العددين الموجيين  $k, l$ . يتغير نصف قطر هذه الدائرة بتغيير كل من الضغط الجوي وعدد روسبي الذي نعهه ثابتاً.

(3) عند دراسة علاقة طاقة أمواج روسبي بالضغط الجوي نكتب العلاقة (39) بالشكل التالي

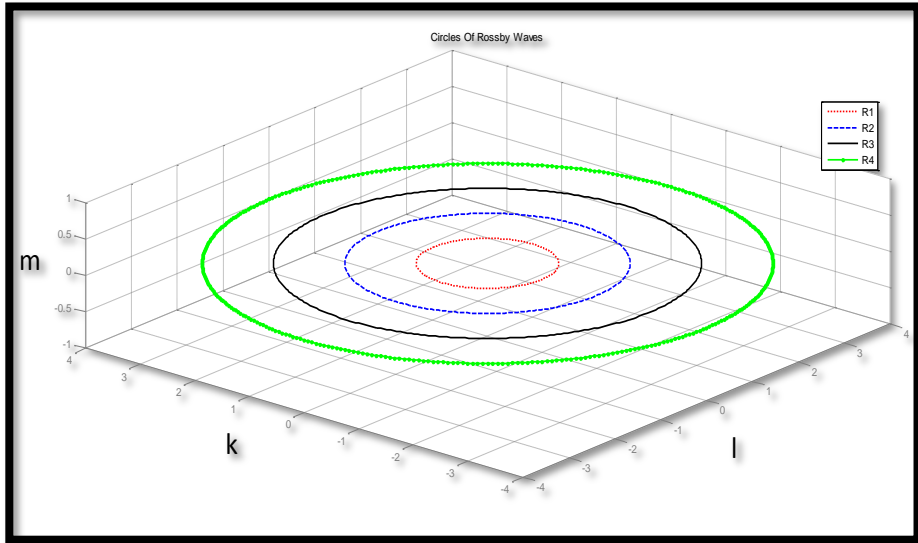
$$\bar{E} = \left[ \frac{(k^2 + l^2)}{4f^2} + \frac{m^2}{4N^2} \right] \hat{p}^2 \quad (40)$$

نلاحظ أنّ طاقة أمواج روسبي تزداد بازدياد لضغط الجوي في أعلى طبقة التروبوسفير.



الشكل (2) علاقة طاقة أمواج روسبي مع الضغط الجوي أعلى طبقة التروبوسفير يظهر في الشكل (2) التزايد الواضح لطاقة أمواج روسبي بتزايد الضغط الجوي لطبقات الغلاف الجوي.

(4) أن توزع طاقة أمواج روسبي على شكل دوائر متحدة المركز في أعلى التروبوسفير حيث لا يؤثر اختلاف قيم العدد الموجي العمودي بشكل واضح على اختلاف قيم الطاقة. يتوافق هذا مع فكرة أن أمواج روسبي مستوية وتنتشر بشكل دوائر متحدة المركز وليس كروية. عند إعادة رسم العلاقة (40) وفق الاعتبارات المأخوذة في رسم الشكل (1) لكن بقيم مختلفة للطاقة، وبالتالي بأنصاف أقطار مختلفة. نحصل عندئذ على طاقة امواج روسبي بشكل دوائر متحدة المركز كما في الشكل (3). تكون قيم الطاقة هي ( $2 \times 10^{24} \text{J}$ ,  $4 \times 10^{24} \text{J}$ ,  $6 \times 10^{24} \text{J}$ ,  $8 \times 10^{24} \text{J}$ ) موافقة لأنصاف الأقطار (1m,2m,3m,4m):



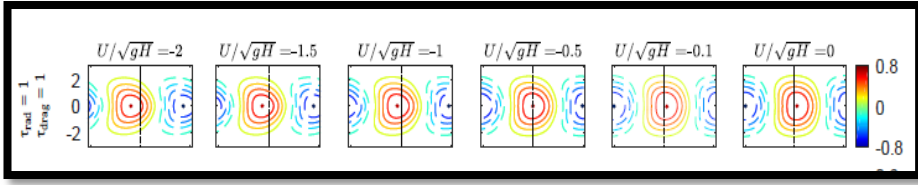
الشكل (3) دوائر توزيع الطاقة لأمواج روسبي في أعلى التروبوسفير.

يظهر الشكل (3) انتشار طاقة أمواج روسبي بشكل دوائر متحدة المركز عند ارتفاع معين في طبقة التروبوسفير.

#### مناقشة الأشكال :

1. يظهر من الشكلين (1) و(3) أن توزع طاقة أمواج روسبي في التروبوسفير يكون على شكل دوائر، وهذه النتيجة على توافق مع دراسات لتوزع أمواج روسبي في الماء. [16,17,18].

2. تمت دراسة أمواج روسبي في بحثنا هذا بإهمال سرعة التدفق الأفقي، لذا لم نلاحظ تشوها لهذه الدوائر، بينما وجد باحثون [18,19] قاموا بدراسة أمواج روسبي في الماء على أعماق مختلفة أن هذه الدوائر يتغير شكلها يتغير قيم سرعة التدفق الأفقي كما في الشكل (4) [18]

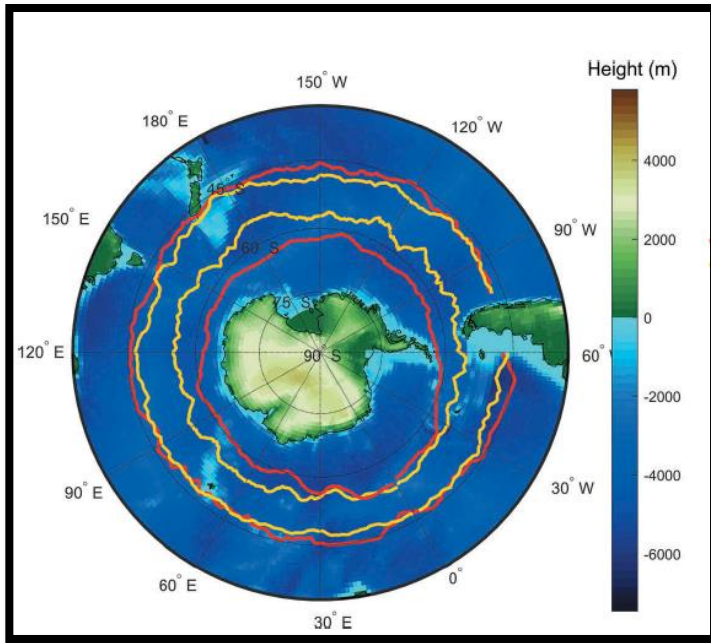


الشكل (4) تشوه دوائر أمواج روسبي عند الحركة.

3. وجدنا عند دراسة هذه الدوائر أنها تتشكل أمواجاً مستقرة غير دوارة ضمن طبقة درجة حرارتها ثابتة. بينما توصل الباحثون [20] اللذين درسوا هذه الأمواج في طبقة درجة حرارتها متغيرة أن هذه الأمواج تدور والسبب هو تغيرات درجة حرارة الوسط عليها.

4. لا يظهر لدينا في هذه الدراسة تأثير التضاريس على شكل وطاقة أمواج روسبي، حيث تمت هذه الدراسة في أعلى طبقة التروبوسفير التي تخلو من التضاريس، بينما أظهرت الدراسات التي تناولت أمواج روسبي المائية تأثيرات واضحة للتضاريس المائية على كل من شكل وطاقة هذه الأمواج كما في الشكل (5)

[21]



الشكل (6) تأثير التضاريس على أمواج روسبي



5. تزداد طاقة أمواج روسبي في أعلى طبقة التروبوسفير كلما ازداد الضغط في طبقة تكون درجة حرارتها ثابتة.



## المراجع

- [1] GNEVYSHEV V. G., BADULIN S. I. and BELONENKO T. V.2020–Rossby Waves on Non–zonal Currents: Structural Stability of Critical Layer Effects. Pure Appl. Geophys. Springer Nature Switzerland AG
- [2] Nosov M., Kolesov S., Nurislamova G., Bolshakova A. and Viacheslav K.2019–Effects of the Earth’s rotation on the dynamics of tsunami–like waves caused by deep–focus earthquakes. Vol. 21, EGU2019–8514 ,EGU General Assembly
- [3] Abramowitz, M. and Stegun, I. A., 1965. Handbook of Mathematical Functions. Dover Publications, 1046 pp.
- [4] Miller M. 2002 –Atmospheric waves. Meteorological Training Course Lecture Series European Centre for Medium–Range Weather Forecasts.21p
- [5] Chen C., Diamond P. and Tobias S.2019–Rossby Wave–Zonal Flow Turbulence in a Tangled Magnetic field, Department of Energy, Florida.pp12.
- [6] Othman, S. and Batal, M. A., 2018. Studying phase velocity and group velocity equations of Rossby waves in atmosphere. Babel Journal
- [7] Cai, M. 2013 A Dissection Of Energetics Of The Geostrophic Flow: Reconciliation Of Rossby Wave Energy Flux And Group Velocity
- [8] Batal M. A. and Othman S., 2017. Study of Propagation Properties of Rossby Waves in the Atmosphere and

Relationship Between the Phase Velocity and the Group Velocity– American Journal of Management Science and Engineering.

- [9] thurairajah b.,2009–role of waves on the circulation of the arctic middle atmosphere: rayleighlidar measurements and analysis. *geophys. res*,13–15.
- [10] Charney, J. and Drazin P., 1961– Propagation of Planetary–Scale Disturbances From The Lower Into The Upper Atmosphere. *J. Geophys. Res*, 66, 106–109
- [11] Christoph, Z. and Dieter P.,2007– Parameterization of Strong Stratospheric Inertia–Gravity Waves Forced by Poleward–Breaking Rossby Waves. *American Meteorological Society*,36,1–2.
- [12] Cai, M. and Huang B. 2013–A New Look At The Physics Of Rossby Waves: A Mechanical–Coriolis Oscillation .*American Meteorological Society*. Vol.70,303–316.
- [13] Geller M. A. and Gong J.,2010– Gravity wave kinetic, potential, and vertical fluctuation energies as indicators of different frequency gravity waves. *Journal of Geophysical Research*. New York. Vol.15,pp,11.
- [14] Wang L., and Geller M. A., 2003–Morphology of gravity–wave energy as observed from 4 years (1998–2001) of high vertical resolution U.S. radiosonde data Institute for Terrestrial and Planetary Atmospheres, State University of New York, Stony Brook, New York, USA . Vol,108.

- [15] Kedzierski R. P., Matthes K., and Bumke K., 2020– New insights into Rossby wave packet properties in the extratropical UTLS using GNSS radio occultations. *Atmospheric chemistry and physics*.
- [16] Charney, J., and Drazin, P., 1961, Propagation of planetary–scale disturbances from the lower into the upper atmosphere. *J. Geophys. Res*, 66, 106–109.
- [17] Farrell, B., and Wattersoni., 1985, Rossby waves in opposing currents. *J. Atmos. Sci*, 42, 1741–1756
- [18] Draft version December 1, 2020 –Typeset using LATEX preprint style in AASTeX63 Phase Shift of Planetary Waves and Wave Jet Resonance on Tidally Locked Planets Shuang Wang<sup>1</sup> and Jun Yang<sup>1</sup><sup>1</sup>Dept. of Atmospheric and Oceanic Sciences, School of Physics, Peking University, Beijing 100871, China
- [19] Crowe N. M. and Johnson E. R., 2021–The propagation and decay of a coastal vortex on a shelf. Department of Mathematics, University College London, London, WC1E 6BT, UK
- [20] Haertel P., 2021– Kelvin/Rossby Wave Partition of Madden–Julian Oscillation Circulations. Yale University, New Haven, USA. Pp1–22.