

دراسة تحليلية لتأثير تدفق مياه المبخر المائي على معامل أداء المضخة الحرارية (ماء-هواء)

طالب الدراسات العليا: ميسم زريفه

كلية: الهمك - جامعة: البعث

الدكتور المشرف: سهيل حنا

الملخص:

في هذه الورقة البحثية تم إنشاء نموذج رياضي لمضخة حرارية (ماء-هواء) بغرض التدفئة، وتم الأخذ بالاعتبار أكثر البارامترات الفيزيائية التي يمكن أن تؤثر على أداء المنظومة بشكل مفصل وعميق وخاصة من ناحية المبادل الحلزوني المائي المستخدم كمبخر وذلك للحصول على نموذج رياضي يدرس تأثير تدفق المياه في المبخر المائي على أداء المضخة الحرارية، من خلال النتائج تبين التأثير الكبير لتدفق المياه في المبادل الحلزوني على درجات الحرارة للأجزاء الداخلية للمضخة الحرارية وبالتالي تأثير ذلك على قيم كميات التدفقات الحرارية في كل من المبخر والمكثف، وتم أيضاً دراسة تأثير تدفق مياه المبادل الحلزوني على معامل الأداء الحراري COP Coefficient of performance للمضخة الحرارية.

كلمات مفتاحية:

مضخة حرارية، معامل الأداء الحراري، المبخر المائي، المكثف.

Abstract:

In this paper, a mathematical model of heat pump (water-air) has been established for heating purpose. Parameters that could affect the performance of the system have been deeply taken into consideration, especially on the water helical heat exchanger (used as an evaporator), to obtain the mathematical model that could study the effect of water flow in the evaporator on the heat pump performance. The results showed the great effect of water flow within helical exchanger on the temperatures of inner parts of the heat pump, consequently the effect of water flow on heat fluxes of both the evaporator and the condenser. Moreover, the effect of water flow of the helical exchanger on heat pump Coefficient of performance COP has been studied.

Key Words:

Heat pump, Coefficient of performance, water evaporator, condenser.

1- مقدمة:

تعتبر المضخة الحرارية تقنية فعالة وضرورية لتقليل استهلاك الطاقة والانبعاثات الغازية خاصة مع ما يواجهه عالمنا من تحديات الطاقة والتغيرات المناخية، فللمضخات الحرارية دور كبير في تحسين كفاءة الطاقة المستهلكة في المباني السكنية وخاصة من ناحية التدفئة.

من الصعب العثور في المجالات العلمية على المقالات التي تتناول القضية التي تطرحها هذه الورقة البحثية، فمعظم المقالات التي تتناول النمذجة الرياضية لنظام المضخة الحرارية تتناول موضوع تحسين معامل أدائها دون الخوض في تفاصيل أعمق تشير إلى النظام الفرعي المستخدم في المبخرات المائية وهي تدفق مياه الدارة الفرعية وتأثيرها على أداء المنظومة، فقد قدمت العديد من الأبحاث نماذج رياضية مختلفة لأنواع مختلفة من المضخات الحرارية وسنستعرض أهمها.

اقترح الباحث في [1] نموذج فيزيائي تحليلي يعتمد على طريقة الأمثلة الشاملة لانتقال الحرارة لوسيط التبريد في كل من المكثف والمبخر، ودرس الانتقال الحرارية في المرحلة العابرة واعتمد على التحليل الديناميكي لكل من الضاغط وصمام التمدد. حيث تم دمج التحليل الديناميكي وانتقال الحرارة لتشكيل نموذج فيزيائي شامل يوصف العلاقة بين البارامترات المجهولة وشروط العمل المعلومة وتم تحديد البارامترات المجهولة تحليلياً، فعلى سبيل المثال تم العمل على أمثلة نظام التبريد ضمن شروط عمل مختلفة لتقليل انتقال الحرارة الإجمالي في كل من المبخر والمكثف.

قدم الباحثون في [2] نموذج محاكاة ديناميكي لتحديد أداء مضخة حرارية هوائية مائية (لتسخين المياه) وقد تم استخدام النموذج المطور لتقييم أداء مضخة حرارية بأربع مناطق مختلفة وتم التحقيق من وفورات الطاقة والحد من الانبعاثات الغازية في كل منطقة وتم مقارنة أداء النموذج الديناميكي المستخدم لثلاثة أنظمة Air Source Heat Pump

ASHPWH Water Heating مختلفة لها هندسيات سطوح مختلفة للمبادل المدروس (المكثف) وأظهرت النتائج إن استخدام هندسة سطوح geometry أصغرية للمبادل يزيد من معامل أدائها الحراري.

طور الباحثون في [3] نموذجاً رياضياً لوصف الحالة شبه المستقرة لأداء مضخة حرارية (ماء - ماء) حيث استخدمت المنظومة لتسخين وتبريد مباني واقعة في منطقة البحر المتوسط . حيث تم بناء النموذج الرياضي للمضخة الحرارية التي تضم وشائع مائية أرضية (للمياه الباردة) ووشائع مائية داخل الأبنية (للمياه ساخنة). أخذ بالاعتبار دراسة معامل الأداء COP للمضخة الحرارية في حالتَي التبريد والتسخين وتم التحقق من صحة النموذج المقترح باستخدام المعطيات التجريبية للنظام، حيث تم التحقق من حساسية النظام المقترح من أجل استراتيجيات مختلفة للتحكم بالأمثلة.

طور الباحثون في [4] نموذجاً رياضياً جديداً لانتقال الحرارة بالحالة المستقرة ضمن مبادل حراري صفائحي، حيث تم استخدام هذا المبادل الصفائحي في المكثف. استخدمت طريقة الفروق المنتهية لوصف سلوك المبادل الحراري والتحقق في البارامترات المؤثرة على أداء هذا المبادل ولم يتم مناقشة معامل الأداء الحراري للمنظومة المقترحة.

قُدمت في الأبحاث في [5-7] نماذج رياضية مطورة لمضخة حرارية واعتمدت على طريقة الحل الرياضية العددية لحل تلك النماذج المقترحة.

قام الباحثون في [8] بتطوير نموذج رياضي للمضخة الحرارية للمكثف الصفائحي وتم الاستعانة بإجراءات رياضية للأمثلة والتحقق من النموذج المقترح ومقارنة المعطيات التي تم الحصول عليها مع نتائج محاكاة عددية للمنظومة المدروسة . وتم الأخذ بالاعتبار معامل الأداء الحراري للمنظومة.

فيما قدم الباحث في [9] نموذجاً رياضياً لمضخة حرارية ذات مبخر هوائي يدرس تأثير كل من درجة الحرارة الخارجية والرطوبة النسبية على أداء المضخة الحرارية، وتم مقارنة

نتائج النموذج المطور من خلال البيانات التجريبية المتوفرة في الأدبيات لأربعة مضخات حرارية (هواء-هواء) باستطاعات مختلفة، وكانت شروط التجارب في ظروف الصقيع التي تؤثر على هذا النوع من المبخرات في ظروف التدفئة، وبين أهمية هذين العاملين على COP المضخة.

إن جميع المقالات السابقة والتي تناولت تقديم نماذج رياضية لمختلف أجزاء المضخة الحرارية كانت تعتمد على مبادلات بسيطة إما صفائحية هوائية أو مبادلات هوائية ذات زعانف تقليدية.

في النموذج الحالي تمت دراسة مضخة حرارية (ماء - هواء) لها مبخر من النوع الحلزونية يستخدم المياه الجوفية كمصدر حرارة لانتهائي كما هو مبين في الشكل (1)، وتم التحقيق في أفضل تدفق للمياه في هذا المبادل والذي يوفر أكبر معامل أداء حراري لمنظومة المضخة الحرارية ككل.

2- خطوات إنشاء النموذج الرياضي :

في النموذج الرياضي المقدم تم دراسة كل عنصر من المضخة الحرارية على حدا أي لكل من المبخر والضاغط والمكثف وصمام التمدد. حيث تم تقسيم النموذج المعبر عن المبخر إلى قسمين: قسم تتم فيه عملية التبخير وتم التعبير عن معادلات انتقال الحرارة الخاصة به، وقسم التحميص " التسخين الزائد لوسيط التبريد "

عند وصف التدفق الحراري للتبخير كانت عملية انتقال الحرارة المدروسة في الحالة المستقرة لذلك كانت التدفقات الحرارية ثابتة مع الزمن، وتطلب الحل اختزال بعض البارامترات المجهولة وتم الاحتفاظ بالبارامترات المطلوبة ضمن النموذج الرياضي والتي هي مثلا معدل تدفق الماء و معدل تدفق وسيط التبريد.....

بالتالي عن طريق اختزال البارامترات المجهولة تم تقليل عدد البارامترات في النموذج المقترح ليتضمن فقط كميات انتقال الحرارة المعروفة في كل من القسمين المقترحين $q1$ و $q2$ " تبخير ، تحميص "

تم التخلص من درجة حرارة خروج المياه " المجهولة" وأيضاً سطوح انتقال الحرارة للتسخين وبالتالي بعد الاختصار أصبحت الكميات الحرارية " $q1$ و $q2$ " معتمدة على المتغيرات مثل التدفق الكتلي للماء m_w وتدفق وسيط التبريد m_f

واعتمدت إجراءات الاختزال في المعادلات عن طريق التعويض والاستبدال ففي البداية تم التخلص من سطوح التبادل الحراري المجهولة للقسمين $F1$ و $F2$ والاستعاضة عنهما بسطح التبادل الحراري للمبخر ككل F ، وفي الخطوة الثانية تم التخلص من درجات الحرارة الأخرى غير المعروفة، وهكذا تم الحصول على معادلة تعبر عن درجة حرارة خروج وسيط التبريد من المبخر.

تم تقديم معادلات انتقال الحرارة لأجزاء المضخة الحرارية المختلفة والحصول على نموذج رياضي متكامل للمضخة الحرارية يدرس تأثير التدفق الكتلي لمياه المبخر ودرجات حرارة الداخلية لأجزاء المضخة الحرارية وتأثيرها على كمية الحرارة المنقولة في كل من المبخر والمكثف وبالتالي تأثيره على معامل الأداء الحراري للمضخة COP.

3-النموذج الرياضي :

يوصف معامل الأداء للمضخة الحرارية COP في حالة التسخين بالمعادلة التالية:

$$\eta = \frac{q}{P_c + P_p} \quad (1)$$

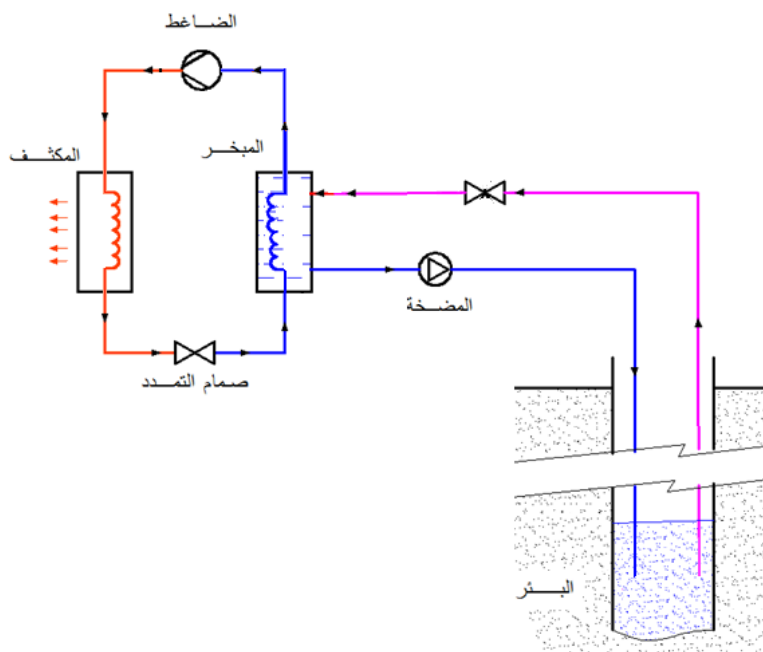
حيث q : الاستطاعة الحرارية للمكثف ، P_p طاقة مضخة تدوير المياه المستهلكة ، P_c طاقة الضاغظ المستهلكة.

يمكن الحصول على القيمة العظمى لمعامل الأداء COP بجعل طاقة مضخة تدوير مياه المبخر بحالة مثلى. باشتقاق معادلة ال COP جزئياً بالنسبة لطاقة المضخة نجد:

$$\left\| \frac{\partial \eta}{\partial P_p} \right\|_{\max} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \eta}{\partial P_p} = \frac{\partial \left(\frac{q}{P_c + P_p} \right)}{\partial P_p}$$

$$\left(\frac{\partial q}{\partial P_p} \right) (P_c + P_p) - q = 0 \quad (2)$$



الشكل (1) مخطط الدارة الرمزية للمضخة الحرارية المدروسة.

1-3-المعادلات الرياضية الحاكمة في المبخر :

كما ذكر سابقاً سيتم الاعتماد على مبخر مائي حلزوني له المواصفات الواردة في الملحق.

يعتمد التدفق الحراري للمبخر على ستة بارامترات مستقلة كما تبينها المعادلة الآتية:

$$q = f[m_w(P_p), m_f(P_c), F, t_{wi}, t_{fe}, \Delta P]$$

حيث: m_w التدفق الكتلي للمياه ، m_f :التدفق الكتلي لوسيط التبريد(الفيون) ، F : مساحة سطح تبادل المبادل t_{wi} :درجة حرارة دخول المياه للمبادل ، t_{fe} :درجة حرارة دخول الفيون للمبادل ، ΔP فرق الضغط. وللحصول على القيمة المثلى للتدفق يجب مراعاة هذه البارامترات الستة، لكن في عملنا هذا سنحاول تحقيق هذه القيمة عن طريق طاقة مضخة تدوير المياه، أي سوف يتم العمل على تحقيق أكبر قيمة للتدفق الحراري بدلالة تدفق مياه المبادل للمبخر لأن طاقة مضخة التدوير تعتمد بشكل مباشر على معدل التدفق الكتلي للمياه.

بالتفاضل الجزئي للتدفق الحراري الكلي الحاصل في المبخر بالنسبة لطاقة المضخة يكون :

$$\frac{\partial q}{\partial P_p} = \frac{\partial q}{\partial m_w} \cdot \frac{\partial m_w}{\partial P_p} \quad (3)$$

حيث أن كمية التدفق الحراري الكلية للمبادل:

$$q = q_1 + q_2 \quad (4)$$

حيث q_1 هي كمية الحرارة المصروفة على تبخير وسيط التبريد، q_2 هي كمية الحرارة المصروفة على عملية تحميص وسيط التبريد . بتبديل (4) في (3) نجد :

$$\frac{\partial q}{\partial m_w} = \frac{\partial(q_1 + q_2)}{\partial m_w} = \frac{\partial q_1}{\partial m_w} + \frac{\partial q_2}{\partial m_w} \quad (5)$$

للحصول على التفاضل الجزئي في المعادلة السابقة من الضروري تحديد العلاقة بين التدفق الحراري و معدل التدفق الكتلي للمياه.

في النموذج المقترح للمبخر سيتم تجزئة عملية التبخر إلى مرحلتين (قسمين) : في القسم الأول من المبخر سيتم فيه تبخير لوسيط التبريد تحت درجة حرارة محددة t_{fe} " درجة حرارة الاشباع في مرحلة التبخير " وضغط محدد . وفي القسم الثاني للمبخر تحدث عملية تحميمص (تسخين إضافي) لبخار وسيط التبريد . بالنسبة للقسم الأول فإن معادلة التدفق الحراري الذي يكسبه وسيط التبريد عبر جدار الوشيعية الحلزونية خلال عملية التبخير يحسب كما يلي :

$$q_1 = \dot{m}_f \cdot \Delta i_f \quad (6)$$

$$q_1 = k_1 \cdot F_1 \cdot \Delta t_{ln1} \quad (7)$$

$$q_1 = C_{pw} \cdot m_w \cdot \Delta t_{w1} = C_{pw} \cdot \dot{m}_w (t_{wi} - t_{wm}) \quad (8)$$

حيث: k_1 عامل النفوذ الحراري للقسم الأول عبر جدران المبخر

F_1 مساحة سطح تبادل القسم الأول

Δt_{ln1} فرق درجات الحرارة اللوغاريتمية على طول جدران القسم الأول من المبخر .

C_{pw} : السعة الحرارية النوعية لماء المبادل

m_w التدفق الكتلي للماء

t_{wi} : درجة حرارة دخول لمياه المبادل

t_{wm} : درجة حرارة المياه الملامسة لنهاية القسم الأول .

وبالنسبة للقسم الثاني من المبادل فإن المعادلات تكون بالشكل التالي :

$$q_2 = c_{pf} \cdot \dot{m}_f (t_{ff} - t_{fe}) \quad (9)$$

$$q_2 = k_2 \cdot F_2 \cdot \Delta t_{ln2} \quad (10)$$

$$q_2 = C_{pw} \cdot \dot{m}_w (t_{wm} - t_{wf}) \quad (11)$$

t_{fe} : درجة حرارة الإشباع عند التبخير .

t_{ff} : درجة حرارة خروج وسيط التبريد من المبخر .

k_2 : عامل النفوذ الحراري للقسم الثاني عبر جدران المبخر .

F_2 : مساحة سطح تبادل القسم الثاني .

Δt_{ln2} : فرق درجات الحرارة اللوغاريتمية على طول جدران القسم الثاني من المبخر .

t_{wf} : درجة حرارة خروج المياه من المبادل .

المساحة الكلية لسطح تبادل المبخر :

$$F = F_1 + F_2 \quad (12)$$

التدفق الحراري الكلي للمبخر :

$$q = q_1 + q_2 \quad (13)$$

$$q = C_{pw} \cdot \dot{m}_w (t_{wi} - t_{wf}) \quad (14)$$

معادلة الفروق اللوغاريتمية لدرجات الحرارة للقسمين الأول و الثاني :

$$\Delta t_{ln1} = \left[\frac{(t_{wi} - t_{fi}) - (t_{wm} - t_{fe})}{\ln(t_{wi} - t_{fi}) - \ln(t_{wm} - t_{fe})} \right] \quad (15)$$

$$\Delta t_{ln2} = \left[\frac{(t_{wm} - t_{fe}) - (t_{wf} - t_{ff})}{\ln(t_{wm} - t_{fe}) - \ln(t_{wf} - t_{ff})} \right] \quad (16)$$

حيث: $t_{fi} = t_{fe}$ درجة حرارة دخول وسيط التبريد للمبخر

المتغيرات المعروفة في نموذج المبخر: $[m_w, m_f, t_{fi}, t_{wi}, \Delta P, F]$

1. m_w معدل التدفق الكتلي لمياه المبخر .
2. m_f معدل التدفق الكتلي لوسيط التبريد .
3. t_{wi} درجة حرارة دخول مياه المبادل (المبخر).
4. t_{fi} درجة حرارة دخول وسيط التبريد إلى المبخر (درجة حرارة الاشباع).
5. ΔP انخفاض الضغط على طرفي المبادل الحراري (المبخر) " مدخل و مخرج " .
6. F مساحة سطح التبادل الكلي للمبخر .

المتغيرات المجهولة في نموذج المبخر: $[t_{wm}, t_{wf}, t_{ff}, F_1, F_2, q_1, q_2]$

1. t_{wm} درجة حرارة المياه المغادرة للقسم الأول من المبخر .
2. t_{wf} درجة حرارة المياه المغادرة للمبادل الحراري.
3. t_{ff} درجة حرارة وسيط التبريد المغادر للقسم الثاني .
4. F_1 مساحة سطح التبادل للقسم الأول (قسم التبخير) .
5. F_2 مساحة سطح التبادل للقسم الثاني (قسم التحميص) .
6. q_1 التدفق الحراري في القسم الأول .
7. q_2 التدفق الحراري في القسم الثاني .

1-1-3- اختزال المتغيرات المجهولة :

سيتم إيجاد صيغ و علاقات رياضية تربط المتغيرات الستة المعلومة و اختصار المتغيرات المجهولة السبعة بدلالة تلك المتغيرات المعلومة إلى متغيرين فقط و هما q_2 و q_1 (التدفقات الحرارية في القسمين الأول و الثاني)، أي سيتم إيجاد معادلات كل من q_2 و q_1 بدلالة المتغيرات المعلومة فقط.

1-1-1-3- إيجاد التدفق الحراري في القسم الأول q_1 :

إن الخطوة الأولى في إجرائية اختزال المتغيرات المجهولة هي اختصار مساحة سطحي التبادل في القسمين الأول و الثاني واستبدالهما بمساحة السطح الكلي المعلومة . في القسم الأول من المبخر يستقبل وسيط التبريد الحرارة من المياه وهذا يؤدي إلى عملية تبخر لهذا الوسيط وفق المعادلة (6).

يمكن استخدام التعبير الرياضي الآتي للتغير في الانتالبي كتغير له دقة مقبولة [8] .

$$\Delta i_f = a_0 + a_1 t_{fe} + a_2 t_{fe}^2 \quad (17)$$

المعاملات a_0, a_1, a_2 تحدد اعتماداً على قيم جدولية تتعلق بوسيط التبريد ، حيث من أجل وسيط التبريد R407 وبالاعتماد على القيم الجدولية لخصائص هذا الوسيط وتمثيلها باستخدام برنامج الماتلاب واستخدام توابع الملائمة للمنحنيات التي تم الحصول عليها تم إيجاد المعاملات السابقة بحيث $\Delta i_f [j/kg]$:

$$a_0 = 218050 \quad , \quad a_1 = -931.61 \quad , \quad a_2 = -10.045$$

بالتالي:

$$q_1 = \dot{m}_f (a_0 + a_1 t_{fe} + a_2 t_{fe}^2) \quad (18)$$

2-1-1-3- إيجاد التدفق الحراري في القسم الثاني q_2 :

يمكن التعبير عن مساحة السطح في القسم الثاني كما يأتي :

$$F_2 = F - F_1 \quad (19)$$

فيكون الجريان الحراري في القسم الثاني :

$$q_2 = k_2 \cdot F_2 \cdot \Delta t_{ln2} = k_2 (F - F_1) \cdot \Delta t_{ln2} \quad (20)$$

ومن المعادلة (7) نجد :

$$F_1 = \frac{q_1}{k_1 \cdot \Delta t_{ln1}} \quad (21)$$

بالتعويض في المعادلة (20)

$$q_2 = k_2 \cdot \left(F - \frac{q_1}{k_1 \cdot \Delta t_{ln1}} \right) \cdot \Delta t_{ln2} \quad (22)$$

نلاحظ أن البارامترات المجهولة فقط هي التدفقات الحرارية في القسمين الأول و الثاني .
إن درجة حرارة خروج وسيط التبريد من المبخر مجهولة وهي المعادلة الهدف لنموذج
المبخر، و يمكن الحصول عليها بتطبيق معادلة للتدفق الحراري في القسم الثاني، أي
المعادلة (9) نجد :

$$t_{ff} = \frac{q_2}{c_{pf} \cdot \dot{m}_f} - t_{fe} \quad (23)$$

باستبدال المعادلة و (18) و (22) في المعادلة (23) نجد:

$$t_{ff} = \frac{k_2 \cdot \Delta t_{ln2}}{c_{pf} \cdot \dot{m}_f} \cdot \left(F - \frac{\dot{m}_f (a_0 + a_1 t_{fe} + a_2 t_{fe}^2)}{k_1 \cdot \Delta t_{ln1}} \right) - t_{fe} \quad (24)$$

3-1-1-3- التقريب الخطي للفروق اللوغاريتمية :

تعطى معادلة الفروق اللوغاريتمية على طول مبادل حراري بالمعادلة الآتية:

$$\Delta t_{ln} = \frac{\Delta t_{max} - \Delta t_{min}}{\ln \Delta t_{max} - \ln \Delta t_{min}} \quad (25)$$

عادة في مبادل حراري كالمبخر وبالشروط العملية التي يعمل عندها تكون الفروق الحرارية على طول المبخر ليست كبيرة بالنسبة لوسيط التبريد حيث أن حرارة التبخر ثابتة على قسم مهم من طوله وكذلك بالنسبة للمياه فإن الفروق الحرارية على طول المبخر ليست كبيرة أيضاً. وبالتالي يمكن اعتبار أن الفروق الحرارية على طول جدران المبخر في كل من الوسط الخارجي و الداخلي هي فروق خطية تقريباً وإن الانحراف الناتج عن هذا التقريب بالنسبة لهذه الحالات أقل من 2% ويمكن قبول نتائجه [8]. و بالتالي يمكن كتابة معادلة الفروق الحرارية اللوغاريتمية (25) في القسم الأول بين وسيط التبريد و المياه كما يلي:

$$\Delta t_{ln1} \cong \frac{\Delta t_{max1} + \Delta t_{min1}}{2}$$

$$\Delta t_{ln1} \cong \frac{(t_{wi} - t_{fi}) + (t_{wm} - t_{fe})}{2}$$

$$\Delta t_{ln1} \cong \frac{t_{wi} + t_{wm} - 2 t_{fe}}{2} \quad (26)$$

وذلك لكون عملية التبخر تتم تحت درجة حرارة ثابتة فإن : $t_{fi} = t_{fe}$

ولاختزال درجة حرارة مغادرة مياه المبخر للقسم الاول نستخدم المعادلة (8) :

$$t_{wm} = t_{wi} - \frac{q_1}{c_{pw} \cdot \dot{m}_w} =$$

$$t_{wi} - \frac{\dot{m}_f}{c_{pw} \cdot \dot{m}_w} (a_0 + a_1 t_{fe} + a_2 t_{fe}^2) \quad (27)$$

باستبدال المعادلة (27) بالمعادلة (26) نجد:

$$\Delta t_{ln1} \cong \frac{1}{2} \left(2t_{wi} - 2t_{fe} - \frac{\dot{m}_f}{c_{pw} \cdot \dot{m}_w} (a_0 + a_1 t_{fe} + a_2 t_{fe}^2) \right) \quad (28)$$

وينفس الطريقة يمكن إيجاد التقريب الخطي للقسم الثاني من المبخر ، حيث نحصل على المعادلة الآتية:

$$\Delta t_{ln2} \cong \frac{(t_{wm} - t_{fe}) + (t_{wf} - t_{ff})}{2} \quad (29)$$

ولاختزال درجة حرارة مغادرة مياه المبادل للقسم الثاني نستخدم المعادلة (11) :

$$\begin{aligned} t_{wf} &= t_{wm} - \frac{q_2}{c_{pw} \cdot \dot{m}_w} \\ &= t_{wm} - \frac{c_{pf} \cdot \dot{m}_f}{c_{pw} \cdot \dot{m}_w} (t_{ff} - t_{fe}) \end{aligned} \quad (30)$$

بالتعويض في المعادلة (29) نجد:

$$\Delta t_{ln2} \cong \frac{1}{2} \left(2t_{wm} + \left(\frac{c_{pf} \cdot \dot{m}_f}{c_{pw} \cdot \dot{m}_w} - 1 \right) t_{fe} - \left(\frac{c_{pf} \cdot \dot{m}_f}{c_{pw} \cdot \dot{m}_w} + 1 \right) t_{ff} \right) \quad (31)$$

4-1-1-3- حساب معامل انتقال الحرارة الكلي :

يحدد عامل النفوذ الحراري بين وسيط التبريد ومياه المبادل بالعلاقة :

$$K = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_w} + \frac{1}{\alpha_f} + \sum \frac{\delta}{\lambda}} \quad (32)$$

بسبب السماكة القليلة لجدران المبخر δ و نوعية معدنه فإن المقاومة الحرارية لجدرانه يمكن إهمالها $\sum \frac{\delta}{\lambda} \cong 0$. تصبح المعادلة (32) كالتالي :

$$K = \frac{\alpha_w \cdot \alpha_f}{\alpha_w + \alpha_f} \quad (33)$$

معامل الحمل الحراري للماء الساخن في المبادل الحلزوني الانبوبي بحسب المرجع

[10]

$$\alpha_w = \frac{k_w}{d} \left(0.2176 Re_w^{1.864} Pr_w^{1.333} + 4.708 \left(\frac{\beta}{U^2} (T_s - T_w) d^3 \right)^{0.25} \right) \quad (34)$$

T_s : درجة حرارة السطح الخارجي للأنبوب النحاسي. β : معامل التمدد الحراري للماء.

U اللزوجة الكينماتيكية للماء، d : قطر أنبوب الحلزون ، D قطر وشيعة الحلزون.

معامل الحمل الحراري لوسيط التبريد بحسب المرجع [11] .

$$\alpha_f = 0.31 \frac{k_f}{d} \cdot \left(\frac{d}{D} \right)^{0.3161} \cdot \left(\frac{d \cdot \dot{m}_f}{\mu_f} \right)^{0.6323} \cdot \left(\frac{C_{pf} \cdot \mu_f}{K_f} \right)^{0.28} \quad (35)$$

k_f معامل التوصيل الحراري للفريون.

بتعويض المعادلة (31) في المعادلة (24) وإجراء سلسلة من الاختصارات نجد:

$$t_{ff} = \frac{1}{(1+A.B)} \left(\frac{k_2 \cdot A}{2C_{pf} \cdot \dot{m}_f} (2t_{wm} + C \cdot t_{fe}) - t_{fe} \right) \quad (36)$$

حيث:

$$A = F - \frac{\dot{m}_f (a_0 + a_1 t_{fe} + a_2 t_{fe}^2)}{k_1 \cdot \Delta t_{ln1}}$$

$$B = \frac{k_2}{2c_{pf} \cdot \dot{m}_f} \left(\frac{c_{pf} \cdot \dot{m}_f}{c_{pw} \cdot \dot{m}_w} + 1 \right)$$

$$C = \left(\frac{c_{pf} \cdot \dot{m}_f}{c_{pw} \cdot \dot{m}_w} - 1 \right)$$

$$\Delta t_{ln1} = \frac{1}{2} \left(2t_{wi} - 2t_{fe} - \frac{\dot{m}_f}{c_{pw} \cdot \dot{m}_w} (a_0 + a_1 t_{fe} + a_2 t_{fe}^2) \right)$$

$$t_{wm} = t_{wi} - \frac{\dot{m}_f}{c_{pw} \cdot \dot{m}_w} (a_0 + a_1 t_{fe} + a_2 t_{fe}^2)$$

$$K_{ev} = \frac{\alpha_w \cdot \alpha_f}{\alpha_w + \alpha_f},$$

$$\alpha_f = 0.31 \frac{k_f}{d} \cdot \left(\frac{d}{D} \right)^{3161} \cdot \left(\frac{d \cdot \dot{m}_f}{\mu_f} \right)^{0.6323} \cdot \left(\frac{c_{pf} \cdot \mu_f}{K_f} \right)^{0.28},$$

$$\alpha_w = \frac{k_w}{d} \left(0.2176 Re_w^{1.864} Pr_w^{1.333} + 4.708 \left(\frac{\beta}{U^2} (T_s - T_w) d^3 \right) \right)^{0.25}$$

2-3- المعادلات الرياضية في الضاغط :

الاستطاعة الحرارية المقدمة من الضاغط هي حاصل جداء معدل التدفق الكتلي لوسيط التبريد بالتغير في الإنتالبي للبخار المحمص بعد عملية الضغط . واعتماداً على استطاعة الضاغط و التدفق الكتلي لوسيط التبريد و درجة حرارة البخار المحمص بعد عملية الضغط يمكن كتابة ما يلي [12] :

$$P_c = \dot{m}_f \cdot \Delta i_{fc} \quad (37)$$

بالتالي :

$$P_c \cong \dot{m}_f (c_{pff} \cdot t_{cof} - c_{pfi} \cdot t_{coi}) \quad (38)$$

ويمكن التعبير عن درجة حرارة الفريون عند مخرج الضاغط بالشكل:

$$t_{c\text{ff}} \cong \frac{1}{c_{\text{pff}}} \left(\frac{P_c}{\dot{m}_f} + c_{\text{pfi}} \cdot t_{\text{ff}} \right) \quad (39)$$

حيث يمكن اعتبار درجة حرارة مدخل الضاغط مساوية لحرارة خرج المبخر
 $t_{\text{coi}} = t_{\text{ff}}$

3-3- معادلات المكثف :

$$Q_c = F_c \frac{(t_{\text{cff}} - t_{\text{i-air}})}{\frac{1}{K_{\text{con}}} + \frac{1}{2w_f} + \frac{1}{2w_{\text{air}}}} \quad (40)$$

ولدينا

$$Q_c = \dot{m}_f c_{\text{p,f}} (t_{\text{coif}} - t_{\text{conf}}) \quad (41)$$

حيث درجة حرارة مدخل المكثف تساوي درجة حرارة مخرج الضاغط $t_{\text{cff}} = t_{\text{coif}}$
 فتكون درجة حرارة خروج وسيط التبريد (الفيرون) من المكثف [12] :

$$t_{\text{conf}} = t_{\text{cff}} - \frac{F_c}{\dot{m}_f c_{\text{p,f}}} \cdot \frac{(t_{\text{cff}} - t_{\text{i-air}})}{\frac{1}{K_{\text{con}}} + \frac{1}{2w_f} + \frac{1}{2w_{\text{air}}}} \quad (42)$$

حيث: w_f ، w_{air} هما المكافئ المائي للهواء والفيرون على التوالي.

$$w_f = \dot{m}_f c_{\text{p,f}}$$

$$w_{\text{air}} = \dot{m}_{\text{air}} c_{\text{p,air}}$$

ولدينا معاملي الحمل الحراري لكل من وسيط التبريد والهواء في المبادل الهوائي بحسب المرجع [11].

$$\alpha_f = 4.118 \frac{k_f}{d} \cdot \text{Re}_f^{0.4} \cdot \text{Pr}_f^{0.333} \quad (43)$$

$$\alpha_{\text{air}} = 4.1 \frac{k_{\text{air}}}{d} \cdot \text{Re}_{\text{air}}^{0.6} \cdot \text{Pr}_{\text{air}}^{0.333} \quad (44)$$

حيث معامل انتقال الحرارة في مبادل المكثف:

$$K_{con} = \frac{\alpha_{air} \cdot \alpha_f}{\alpha_{air} + \alpha_f} \quad (45)$$

4-3- معادلة صمام التمدد :

وباعتبار أن العملية أديباتية في صمام التمدد تكون المعادلة الممثلة لصمام التمدد [12]

:

$$\frac{t_{fi}}{t_{cf}} = \left(\frac{P_{ev}}{P_c} \right)^{\frac{k-1}{k}}$$

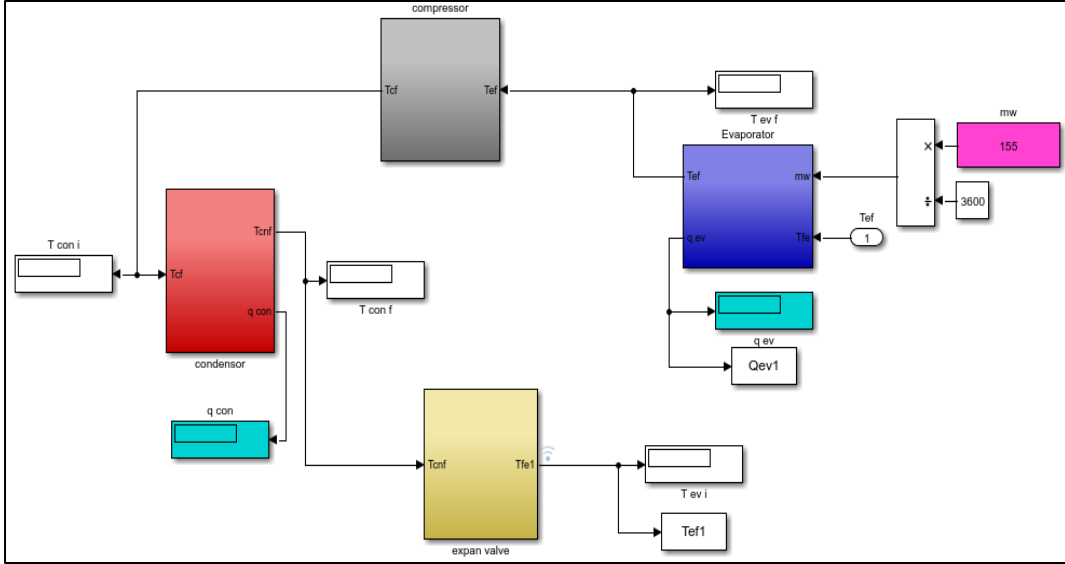
$$t_{fi} = t_{cf} \cdot \left(\frac{P_{ev}}{P_c} \right)^{\frac{k-1}{k}} \quad (46)$$

حيث: $k = \frac{C_p}{C_v}$ لوسيط التبريد، P_{ev} : ضغط السحب في الدارة، P_c ضغط الطرد.

5- النتائج ومناقشتها:

باستخدام المعادلات السابقة المعبرة عن النموذج الرياضي تم انشاء نموذج محاكاة باستخدام Matlab Simulink وتم إدخال شروط عمل المضخة الحرارية ومواصفاتها كما هو وارد في الملحق .

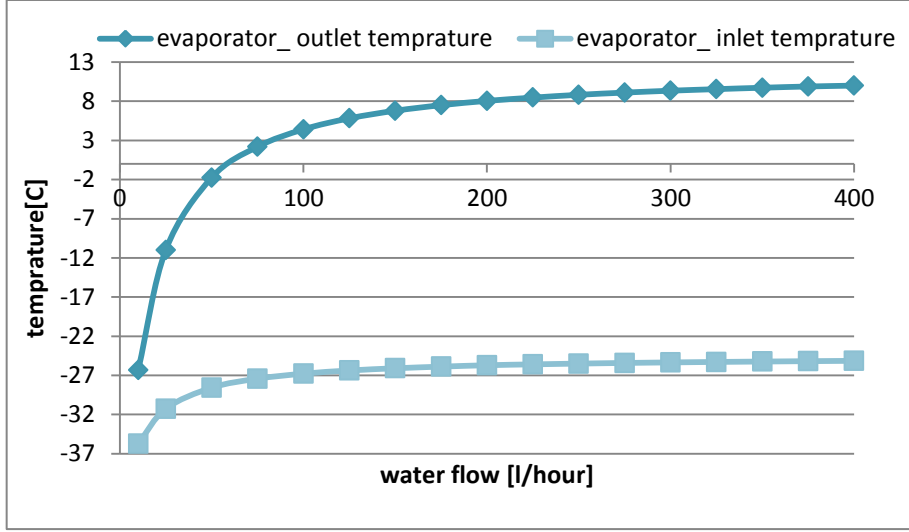
يوضح الشكل (2) مخطط نموذج المحاكاة الماتلاب للمضخة الحرارية المدروسة. وتم الاعتماد على نتائج النموذج في تقييم تأثير التغير في تدفق مياه المبخر المائي على أداء عناصر المضخة الحرارية وعلى معامل أداء المضخة ككل COP.



الشكل (2) مخطط نموذج المحاكاة الماتلاب للمضخة الحرارية المدروسة.

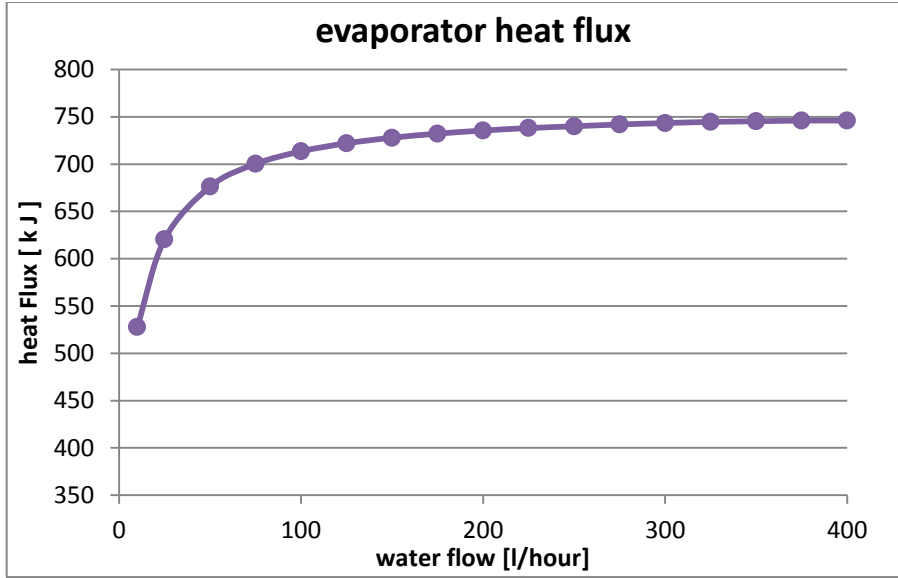
يبين الشكل (3) تأثير تدفق مياه المبخر على درجة حرارة وسيط التبريد عند مدخل ومخرج المبخر، وكما هو ملاحظ من هذا الشكل التأثير الكبير لكمية تدفق المياه على درجة حرارة خروج وسيط التبريد من المبخر مقارنة مع تأثيره على درجة حرارة دخوله إلى المبخر.

كما يتضح أنه عند الوصول إلى تدفق حوالي 150 l/hour فإن أي زيادة في التدفق لا تؤثر على درجة حرارة الدخول لوسيط التبريد إلى المبخر، فيما أنه يظل التأثير الطردي بين تدفق المياه ودرجة حرارة خروج وسيط التبريد من المبخر حتى تدفق حوالي 300 l/hour.



الشكل (3) تأثير تدفق مياه المبخر على درجة حرارة وسيط التبريد عند مدخل ومخرج المبخر

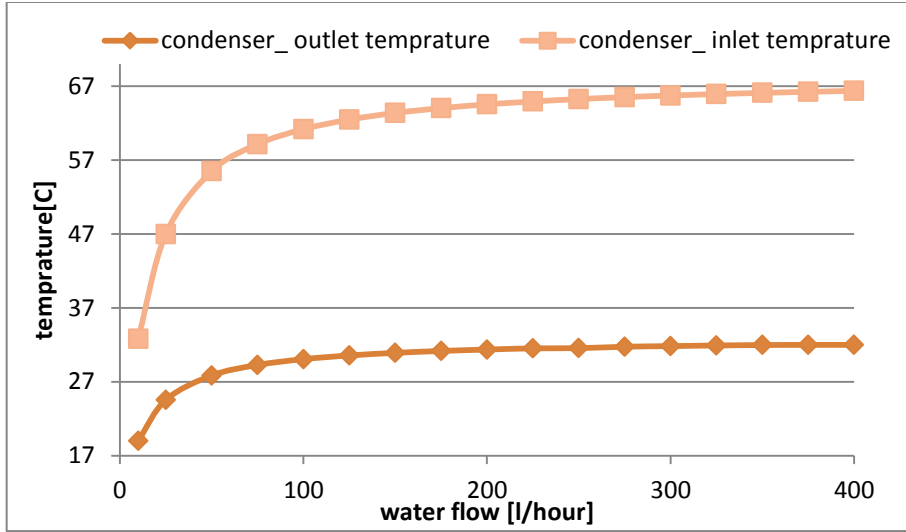
و أي زيادة في التدفق عن هذه القيمة لا تترك أثر يذكر على درجات حرارة مدخل ومخرج المبخر وهذا ما ينعكس بدوره على كميته انتقال الحرارة المتبادلة بين المياه ووسيط التبريد في المبخر ككل كما هو واضح من الشكل (4) الذي يعبر عن تأثير تدفق المياه على التدفق الحراري الحاصل في المبخر المائي.



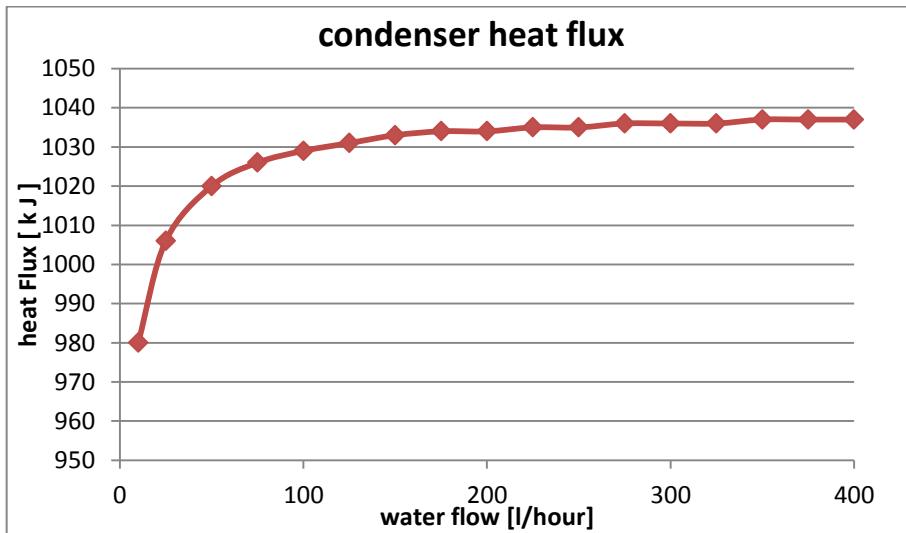
الشكل (4) تأثير تدفق المياه على التدفق الحراري في المبخر المائي.

كما يتضح أيضاً من الشكل (5) أيضاً التأثير الكبير لتدفق مياه المبخر على درجة حرارة وسيط التبريد عند مدخل المكثف (خرج الضاغط) مقارنة مع تأثيره على درجة حرارة خروجه من المكثف.

حيث أنه من أجل تدفق أكبر من 100 l/hour لا يوجد أي تأثير يذكر على درجة حرارة خروج وسيط التبريد من المكثف. في حين نلاحظ التأثير الكبير للتدفق على درجة حرارة خروج وسيط التبريد من الضاغط حتى تدفقات تقارب 275 l/hour وهذا ما يظهر في الشكل (6) المبين لتأثير تدفق المياه على التدفق الحراري الحاصل في المكثف الهوائي.



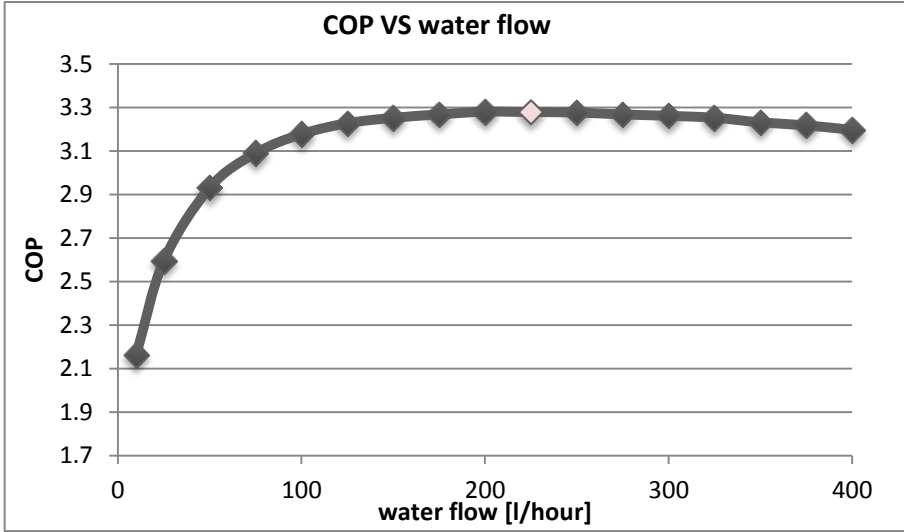
الشكل (5) تأثير تدفق مياه المبخر على درجة حرارة وسيط التبريد عند مدخل ومخرج المكثف



الشكل (6) تأثير تدفق المياه على التدفق الحراري في المكثف.

وكمحصلة نهائية لتأثير تدفق مياه المبخر على منظومة المضخة الحرارية ككل والمعبر عنه بمعامل الـ COP وبحسب المعادلة (1) يتضح لدينا من الشكل (7) أنه بزيادة تدفق

المياه يزداد معامل الأداء بشكل كبير مقارنة مع التدفقات الصغيرة إلى أن يصل إلى التدفق 225 l/hour وأي زيادة في التدفق بعد ذلك فإن ذلك يترك أثر سلبى على معامل الأداء من حيث زيادة كمية الطاقة المستهلكة من مضخة تدوير المياه دون أثر إيجابي في كمية الحرارة التي يمكن تحصيلها من المكثف.



الشكل (7) تأثير تدفق المياه على معامل الأداء الحراري للمضخة الحرارية.

6-الاستنتاجات: conclusions

- ❖ تم انشاء نموذج رياضي لمضخة حرارية (ماء-هواء) بغرض التدفئة، وتم الأخذ بالاعتبار أكثر البارامترات الفيزيائية التي يمكن أن تؤثر على أداء المنظومة بشكل مفصل وعميق وخاصة من ناحية المبادل الحلزوني المائي المستخدم، وتم استنتاج المعادلات التي تعطي درجات الحرارة الداخلية ضمن عناصر المضخة الحرارية بدلالة تدفق مياه المبادل.
- ❖ تمت محاكاة المعادلات الرياضية باستخدام Matlab Simulink وبناء نموذج المحاكاة مع الاخذ بالاعتبار مواصفات عناصر المضخة الحرارية المدروسة.
- ❖ وجدنا التأثير الكبير لتدفق مياه المبادل الحلزوني على درجات الحرارة على الأجزاء الداخلية للمضخة الحرارية وتأثير ذلك على قيم كميات التدفق الحراري في كل من المبخر والمكثف حيث تزداد الأحمال الحرارية المنتقلة في هذه الأجزاء بشكل كبير عند زيادة تدفق المياه حتى الوصول إلى قيم تدفقات معينة تكون أي زيادة فيها لا تؤثر بشكل كبير على أداء المنظومة.
- ❖ وكمحصلة تمت دراسة تأثير تدفق مياه المبادل الحلزوني على معامل الأداء الحراري للمضخة الحرارية ، حيث يزداد بشكل كبير مع زيادة مقدار التدفق المائي ليصل إلى قيمة 3.3 عند تدفق 225 l/hour كما هو واضح من الشكل (7) وبعد ذلك فإن أي تدفق زائد سيكون له تأثير معاكس على معامل الأداء الحراري بسبب الاستهلاك الزائد في مضخة المياه.

7- الملحق:

مواصفات المبخر المائي الحلزوني :

البعد [mm]	العنصر
250	قطر المبادل الاسطواني الخارجي
150	قطر المبادل الاسطواني الداخلي
400	طول المبادل الاسطواني
190	قطر الوشيعية الحلزونية
9.5	قطر أنبوب الوشيعية الحلزونية
20	خطوة الوشيعية الحلزونية

شروط عمل المضخة الحرارية ومواصفاتها:

0.33 hp	استطاعة الضاغط
407C	الفريون المستخدم
0.15 l/min	تدفق وسيط التبريد
1.8 bar	ضغط السحب
13 bar	ضغط الطرد
0.54 m ²	مساحة سطح المكثف
1.5 kg/h	معدل تدفق الهواء
283 K	درجة حرارة الهواء
285 K	درجة حرارة دخول الماء

8-المراجع:

1. Refrigeration systems based on entransy theory. Energy 1 October 2013;60:464e73. <http://dx.doi.org/10.1016/j>.
2. Ibrahim Oussama, Fardoun Farouk, Younes Rafic, Louahlia-Gualous Hasna. Air source heat pump water heater dynamic modeling, optimal energy management and mini-tubes condensers. Energy IJ 1 January 2014;64:1102-16.
3. Corberan JM, Finn DP, Montagud CM, Murphy FT, Edwards KC. A quasi-steady state mathematical model of an integrated ground source heat pump for building space control. Energy Build 2011;43(2-3):760. <http://dx.doi.org/10.1016/j.enbuild.2010.08.017>.
4. Qiao Hongtao, Aute Vikrant, Lee Hoseong, Saleh Khaled, Radermacher Reinhard. A new model for plate heat exchangers with generalized flow configurations and phase change. Int J Refrig 2013;36:622e32.
5. Jozsef Nyers, Laszlo Garbai, Arpad Nyers. Analysis of heat pump's condenser performance by means of mathematical model. Int J Acta Polytech Hung 2014;11(3):139-52.
6. Jozsef Nyers, Arpad Nyers, Investigation of heat pump condenser performance in heating process of buildings using a

- steady-state mathematical model. *IJ Energy Build* 2014;75:523-30.
7. Jozsef Nyers, Arpad Nyers. COP of heating-cooling system with heat pump. In:IEEE International Symposium; 11-12.03.2011. ISBN: 978-1-4577-0095-8,CFP1188N-PRT "EXPRES 2011." Proceedings, p. 17-21, Subotica, Serbia.
 8. Jozsef Nyers, Arpad Nyers. "A modified mathematical model of heat pump's condenser for analytical optimization", *Energy xxx* (2014) 1-9.
 9. Kutbay Sezen et al, "Performance Analysis of air source heat pump according to outside temperature and relative humidity with mathematical modeling" *Energy conversion and management* (2022),//doi.org/j.enconman.2022.11572
 - 10.Q.S Mahdi et al, Experimental and Numerical Investigation to Evaluate the Performance of Helical Coiled Tube Heat Exchanger, *Journal of Engineering and Development*, Vol. 18, No.4, July 2014, ISSN 1813- 7822.
 11. A.H Tarrad et al, A Thermal Assessment for Vertical Helical Immersion Coil Evaporator in a Water Chiller, *American Journal of Energy and Power Engineering* 2015; 2(5): 62-73.
 - 12.T.Kuppan, *Heat Exchanger Design Handbook*, second edition, 2017,1260.