

دراسة تحليلية لتحديد الإجهادات في شريحة معدنية في عملية السحب العميق في قالب بزواوية ميل ابتدائية

Analytical Study to Determine Stresses in a Sheet Metal in Deep Drawing Process in Die with a Primary Slope Angle

ياسين دعبول د. هيثم وردة

كلية الهندسة الميكانيكية والكهربائية - جامعة البعث

ملخص:

يقدم هذا البحث منهجية رياضية لتحديد تغير الإجهادات القطرية والمحيطية ضمن الشريحة المعدنية (الخامة المعدنية دائرية الشكل) بالاتجاه القطري أي باتجاه نصف القطر الحالي عند سحب الشريحة في قالب سحب عميق تقليدي (سطح القالب وسطح القامط أفقيان تماما) وقالب سحب عميق مائل بزواوية α . استخدم في البحث معادلات توازن القوى المطبقة على شريحة عنصرية في كل مناطق السحب بدءا من منطقة الشفة وهي المنطقة الخارجية من الشريحة المعدنية وصولا إلى المنطقة المركزية من الشريحة المعدنية (منطقة أسفل السنبك)، كما تم استخدام معادلات ثبات الحجم بين نقطتين في كل منطقة من مناطق السحب وكذلك استخدام معادلات اللدونة للمعدن. وتم تقديم مخطط للإجهادات القطرية والمحيطية عبر نصف القطر الحالي وذلك لكلا نوعي القالبين (التقليدي والمائل). ولوحظ انخفاض الإجهادات القطرية في منطقة الجدار وحافة السنبك وأسفل السنبك في حالة القالب المائل بزواوية 7.5 درجة بشكل أكبر منه في حالة القالب التقليدي مع

ثبات كافة الشروط الأخرى التقنية والتصميمية. ويدل مخطط الإجهادات القطرية في القالب المائل على حالة انسياب أفضل وأسهل للشريحة المعدنية من حالة القالب التقليدي، الأمر الذي يؤيد استخدام هذا النمط من القوالب مستقبلا كبديل للقالب التقليدي، وخصوصا بوجود أبحاث تجريبية متلاحقة بما يتعلق بهذا النمط الحديث من قوالب السحب العميق.

الكلمات المفتاحية:

السحب العميق، القالب المائل، الإجهادات القطرية، الإجهادات المحيطة، النمذجة التحليلية، سهولة الانسياب

Abstract:

This study presents mathematical methodology to determine distribution of radial and circumferential stresses through current radius in circular sheet metal when it is drawn in traditional deep drawing die (the die and holder is horizontal) and angular deep drawing die (it has slope angle α). It is used forces equilibrium equations on small element in all drawing regions from flange region that is external region of sheet metal to central region of sheet metal (punch bottom region). It is used also volume constancy equations between two neighbor points in each region and used plasticity equations of material. In results, it is presented diagrams of radial and circumferential stresses through current radius for both die types (the traditional and angular die). It is observed that radial stresses decrease in wall, punch profile and punch bottom regions in angular die case with 7.5 degree slope angle comparing with traditional die at same design and technical conditions. It results batter and easier flow of sheet metal in angular die case than traditional die. Because of

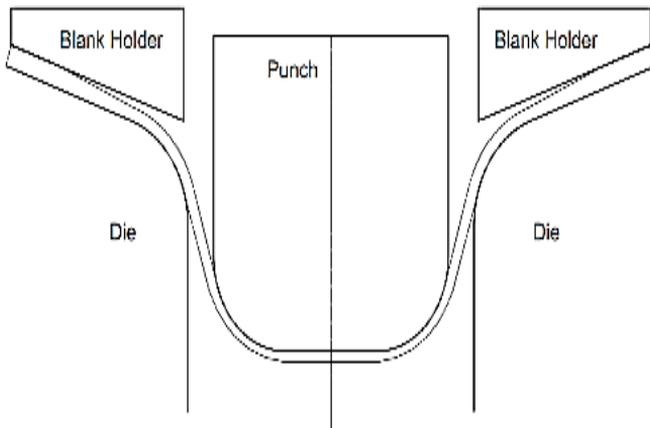
that, the angular dies are going to go be used instead of traditional dies, especially with procedure experiment after one in this range.

Key Words:

Deep drawing, angular die, radial stress, circumferential stress, analytical modeling, easy flow.

مقدمة:

عملية السحب العميق هي عملية من عمليات التشكيل التي يستخدم فيها قالب السحب العميق الذي يتألف من كتلة القالب والقامط والسنبك والشريحة المعدنية ويوضح الشكل (1) نموذج بسيط لقالب سحب عميق تقليدي والذي يبين فيه عملية سحب شريحة معدنية مسطحة خلال فجوة القالب بواسطة السنبك لتشكل منتجا مجوفا على شكل كأس [1]. وخلال عملية السحب في هذا القالب يقوم القامط بمسك الشريحة المعدنية بقوة ضاغطة، وعندما تسحب الشريحة المعدنية قطريا نحو فجوة القالب تتعرض منطقة الشفة (المنطقة الخارجية من الشريحة المعدنية) إلى شد قطري وانضغاط محيطي، وهذا الأخير يسبب تجعدا للشفة إن كانت نسبة السحب عالية أو إن كانت نسبة قطر الكأس إلى سماكة الشريحة المعدنية عالية، ولذا يطبق القامط ضغطا كافيا على الشريحة لمنع التجعد، ويتطلب سحب الكأس بنسب سحب عالية قوى شد قطرية أكبر والذي يؤدي بدوره إلى نشوء إجهادات شد أعلى في الشريحة المعدنية، كما أنه يتطلب إجهاد شد أكبر عند التفاف الشريحة المعدنية على حافة القالب، وكذلك فإن قوى الاحتكاك بين الشريحة المعدنية وأجزاء القالب يؤدي أيضا إلى زيادة إجهاد الشد للشريحة المعدنية في منطقة الجدار، ولكن نظرا إلى أن المادة تملك إجهاد شد أقصى فإن هذا لا يسمح بنسب سحب



أكبر من 2.1 أو 2.2، وقد استخدمت عمليات بديلة للحصول على منتجات كأسية بنسب سحب عالية

مثل التشكيل الهيدروليكي والتشكيل الهيدروميكانيكي، إلا أن هذه العمليات بطيئة نسبياً وتصل فيها نسبة السحب العظمى إلى 3.5-4؛ وحيث أنه تزيد نسبة السحب في القوالب التقليدية من خلال السحب على عدة مراحل [7]. ولذلك سعى الباحثون لزيادة نسبة السحب وتخفيض قوى القمط من خلال إعطاء زاوية لكل من القامط وفتحة القالب ليصبح شكل القالب الجديد (القالب المائل) كما هو موضح بالشكل (2).

الشكل (1)

الشكل (2)

أهمية البحث:

إن إنتاج المنتجات بجودة عالية وبأقل زمن وتكلفة بدون عيوب هو هدف أساسي في التصنيع ولذلك فقد اتجه الباحثون لتحديد البارامترات المثلى لعملية السحب.

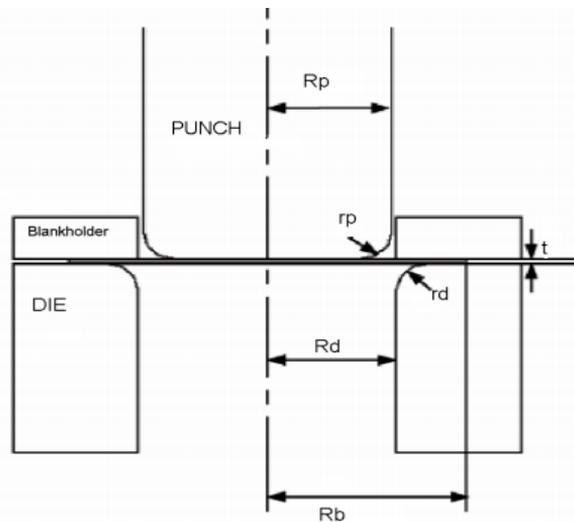
يوجد طريقتين لدراسة عملية السحب العميق وهما الطريقة التجريبية والطريقة التحليلية/العقدية، إذ تعيد الطريقة التجريبية في تحديد بارامترات العملية لإنتاج منتج خال من العيوب، أما الطريقة التحليلية فتستخدم في نمذجة تحليل العملية لتحديد قيم البارامترات في

كل مراحل التشكيل [3].

وإن تقصي حالة

الإجهادات (الأمر الذي

يجري حسابه تحليلياً) ربما



يفيد في التنبؤ باحتمال حدوث تمزق أو حتى تجعد في المنتج المسحوب باعتبار أن العملية التحليلية تراقب تغير الإجهادات في كل تزايد لشوط السنبك أو تخفيض لقطر الشفة.

كما يفيد النموذج التحليلي في التنبؤ بتغيرات السماكة، وبمقارنة النتائج مع التوزع الطبيعي للسماكة يمكن التنبؤ بالمؤشرات الضرورية لقلب السحب لزيادة نسبة السحب، خصوصا إذا تم تطوير النموذج التحليلي لتصل قيم المؤشرات النظرية قريبة من قيم المؤشرات الناتجة عن العملية التجريبية. إن عملية التحليل الرياضي للسحب العميق خطوة مهمة باعتبار أن العملية معقدة بسبب كون مناطق التشوه متعددة ومختلفة.

الدراسة المرجعية:

أولا: الباحث D.M. Woo في عام 1964

كان هدف الباحث الحصول على نموذج تحليلي لعملية السحب العميق في قالب تقليدي والمادة المستخدمة النحاس الأصفر والفولاذ. واستنتج الباحث أن هناك توافق جيد بين الانفعالات المحيطية النظرية والتجريبية بالنسبة للنحاس الأصفر والفولاذ وإن الفروقات الصغيرة تظهر عند استدارة القالب. أما انفعال السماكة فهي في توافق جيد في بداية السحب أما في مراحل السحب اللاحقة فهو ليس كذلك على الرغم من تشابه أشكال المنحنيات ويكون ذلك الاختلاف أكبر في حالة الفولاذ. وعزا ذلك الباحث إلى تباين خواص المادة إلا أن هذه الفروقات لا تؤثر كثيرا على العلاقة بين حمل السنبك النظري والتجربي [4].

ثانيا: الباحث Omer Secgin & Vedat Savas عام 2006

كان هدف الباحث زيادة نسبة السحب وتخفيض قوة القامط بإعطاء زاوية ميل للقالب والقامط تجريبيا واستخدم الباحث مادة الفولاذ DIN EN 10130-91 وتبين للباحثين أن أفضل زاوية هي 15 درجة كما لوحظ انخفاض لقيمة قوة القامط من 10362 N إلى 3002 N وكانت نسبة سحب بدون فشل 2.175 [5].

ثالثا: الباحثان Muhammet bal , Cebeli Ozec عام 2008

وكان هدفهما البحث في تأثير زوايا القالب والقامط وأنصاف أقطار حافة القالب والسنبك على قابلية السحب تجريبيا. وكانت المادة المستعملة فولاذ منخفض الكربون DIN EN 10130-91 واستنتج الباحثان أنه تزداد قوة السنبك مع زيادة زاوية ميل القالب والقامط وكانت أفضل زاوية ميل 12.5 درجة وأفضل حافة عند نصف قطر 10 mm وقد تم التوصل النسبة سحب عالية 2.3 وكانت قوة السحب عند هذه القيم 41850 نيوتن [6].

رابعا: الباحث Adnan I. O. Zaid عام 2016

يهدف الباحث إلى البحث في تأثيرات النسبة المئوية للخلوص القطري وأنصاف أقطار استدارة السنبك والقالب وتسجيل منحنيات (إزاحة السنبك-قوة السنبك) تحليليا في القالب التقليدي. المادة هي الفولاذ الكربوني والذي يحوي 0.22%C و 0.5%Mn وكانت سماكة الشريحة المعدنية المستخدمة 0.42 mm وقطرها 180 mm وكانت النسبة المئوية الأفضل للخلوص القطري هي 130% لأنها تجعل التجعد أقل ما يمكن. لوحظ أنه تتناقص قوة السحب العظمى بزيادة نصف قطر استدارة القالب لكن يزداد احتمال تشكل التجعد فكانت القيمة المثلى هي 6 mm أي ما يعادل $15*t$ (حيث t سماكة الشريحة الابتدائية) [7].

مما سبق نستنتج أن الدراسات المرجعية لم تتطرق لدراسة الإجهادات وارتباطها تحليليا بنصف القطر الحالي للشريحة المعدنية ومن هنا ينبثق هدف البحث.

هدف البحث:

تحديد العلاقة التي تربط بين نصف القطر الحالي (الموضع القطري لكل نقطة على الشريحة المعدنية عند كل مرحلة تخفيض لقطر الشفة) والإجهادات القطرية والمحيطية مع تغير زاوية ميل القالب.

دراسة مناطق عملية السحب العميق للشريحة المعدنية

مناطق التشكيل في الشريحة المعدنية والعوامل المؤثرة فيها:

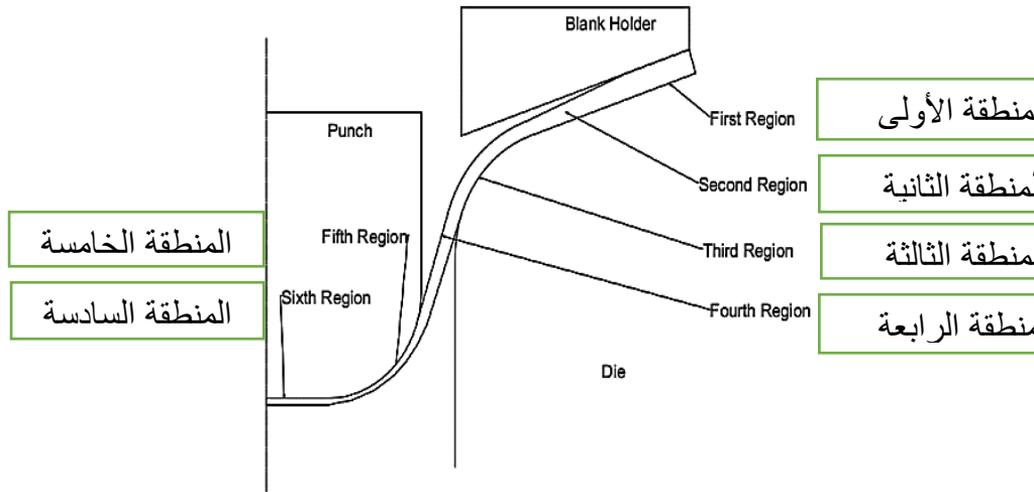
بالنسبة لمتغيرات عملية السحب العميق فهي تنقسم إلى مجموعتين [8]:

- متغيرات تتعلق بالمادة (المتغيرات التقنية): وهي معامل الاحتكاك ومعامل التصلد الانفعالي وإجهاد الخضوع... الخ
- متغيرات تتعلق بالقالب (متغيرات تصميمية): وهي قطر القالب وقطر السنك ونصف قطر استدارة القالب ونصف قطر استدارة السنك وقوة القامط وزاوية ميل القامط وفتحة القالب... إلخ.

ويتضمن بحثنا إجراء عملية تحليل للسحب العميق لشريحة معدنية عبر قالب يميل بزواوية أخذنا بعين الاعتبار أن الشريحة المعدنية تقسم إلى ستة مناطق [9] وهي:

- المنطقة الأولى: منطقة الشفة على تماس مع القامط
- المنطقة الثانية: منطقة الشفة ليست على تماس مع القامط
- المنطقة الثالثة: منطقة استدارة القالب
- المنطقة الرابعة: منطقة جدار القدر المسحوب
- المنطقة الخامسة: منطقة استدارة السنبك
- المنطقة السادسة: منطقة أسفل السنبك

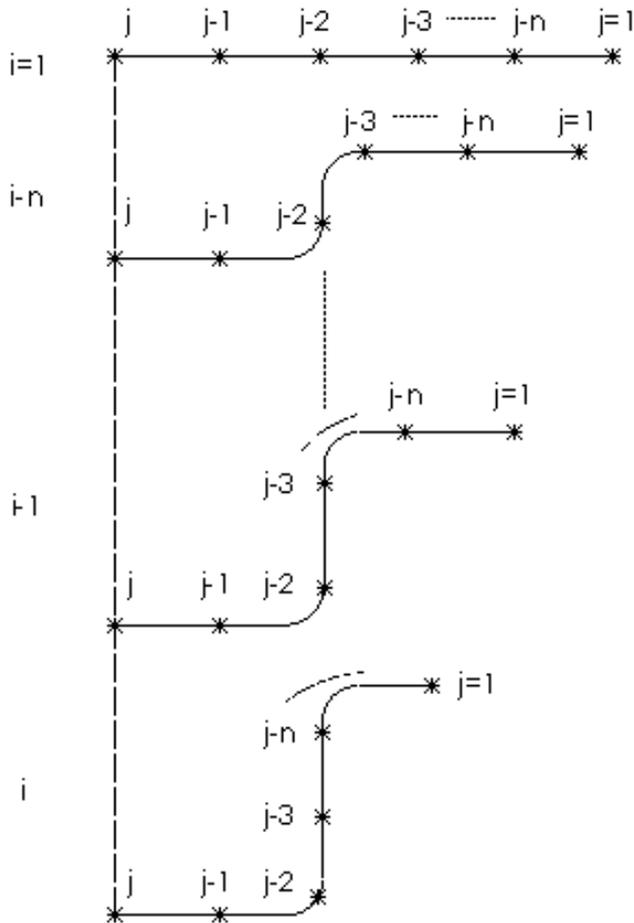
يبين الشكل (3) قالبنا حديثا تقسم فيه الشريحة المعدنية إلى مناطقها الستة.



الشكل (3)

يبدأ الحل في النموذج الرياضي انطلاقا من منطقة الشفة أسفل القامط ويلبها منطقة الشفة التي لا تماس القامط ثم منطقة حافة القالب ثم منطقة الجدار ومن ثم حافة السنبك وأخيرا أسفل السنبك. ويتم تقسيم الشريحة المعدنية لعدد من النقاط z

ومراحل التخفيض بقطر الشفة يرمز فيها لكل مرحلة انزياح قطري للشفة بالرمز i باعتبار أن الحل سيبدأ من منطقة الشفة. وتصبح النقاط j عند كل مرحلة انزياح i نقاط حساب للإجهادات كما أشار لمبدأ الحل هذا المرجع [4] و [9]. ويوضح الشكل (4) النقاط $j, j-1, \dots, j-n$ عند مراحل $i, i-1, \dots, i-n$.



الشكل (4)

التحليل الرياضي لعملية السحب للشريحة المعدنية:

إن الدراسة التحليلية الرياضية في هذا البحث تمت على أساس استخدام معادلات اللدونة المستخدمة في القالب التقليدي والتي تستخدم ذاتها في القالب المائل وهذه المعادلات كالتالي [4,9]:

يعطى إجهاد الخضوع في حالة القالب التقليدي بالعلاقة التالية:

$$\overline{\sigma_{i,j}} = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_{ri,j} - \sigma_{\theta i,j})^2 + (\sigma_{\theta i,j} - \sigma_{ti,j})^2 + (\sigma_{ti,j} - \sigma_{ri,j})^2]}$$

حيث: $\sigma_{ri,j}$: الإجهاد القطري للنقطة z في المرحلة i , $\sigma_{\theta i,j}$: الإجهاد المحيطي للنقطة z في المرحلة i , $\sigma_{ti,j}$: إجهاد السماكة للنقطة z في المرحلة i .
وتعطى الانفعالات اللدنة في حالة القالب التقليدي بالعلاقات التالية:

$$\varepsilon_{\theta i,j} = \ln \left(\frac{r_{i,j}}{R_j} \right) \quad (2)$$

$$\varepsilon_{ti,j} = \ln \left(\frac{t_{i,j}}{t_0} \right) \quad (3)$$

$$\varepsilon_{ri,j} = -\varepsilon_{\theta i,j} - \varepsilon_{ti,j} \quad (4)$$

$\varepsilon_{ri,j}$: الانفعال القطري للنقطة z في مرحلة i . $\varepsilon_{\theta i,j}$: الانفعال المحيطي للنقطة z في مرحلة i , $\varepsilon_{ti,j}$: الانفعال بالسماكة للنقطة z في مرحلة i , $t_{i,j}$: السماكة عند النقطة z في مرحلة i , t_0 : السماكة الابتدائية.

$r_{i,j}$: نصف القطر الحالي للنقطة المدروسة z عند مرحلة انزياح قطرية i , R_j : نصف القطر الابتدائي للنقطة z (عند $i=1$).

ويعطى الانفعال المكافئ المتزايد بالعلاقة التالية:

$$\overline{\Delta\varepsilon_{i,j}} = \sqrt{\frac{4}{3} [(\Delta\varepsilon_{\theta i,j} + \Delta\varepsilon_{t i,j})^2 - \Delta\varepsilon_{\theta i,j} \Delta\varepsilon_{t i,j}]} \quad (5)$$

حيث $\Delta\varepsilon_{\theta}$ تزايد الانفعال المحيطي و $\Delta\varepsilon_t$ تزايد انفعال السماكة.

$$\begin{aligned} \Delta\varepsilon_{\theta i,j} &= \varepsilon_{\theta i,j} - \varepsilon_{\theta i-1,j} , \Delta\varepsilon_{t i,j} \\ &= \varepsilon_{t i,j} - \varepsilon_{t i-1,j} \end{aligned} \quad (6)$$

وتعطى علاقات انفعال - إجهاد:

$$\sigma_{\theta i,j} - \sigma_{r i,j} = \frac{2}{3} \frac{\bar{\sigma}_{i,j}}{\Delta\varepsilon_{i,j}} (2\Delta\varepsilon_{\theta i,j} + \Delta\varepsilon_{t i,j}) \quad (7)$$

$$\sigma_{t i,j} - \sigma_{r i,j} = \frac{2}{3} \frac{\bar{\sigma}_{i,j}}{\Delta\varepsilon_{i,j}} (2\Delta\varepsilon_{t i,j} + \Delta\varepsilon_{\theta i,j}) \quad (8)$$

ويعطى الانفعال المكافئ الإجمالي بالعلاقة:

$$\varepsilon_{i,j} = \sum_{i=1}^i \Delta\varepsilon_{i,j} \quad (9)$$

أما العلاقة بين إجهاد الخضوع والانفعال المكافئ فتأخذ الشكل التالي [11]:

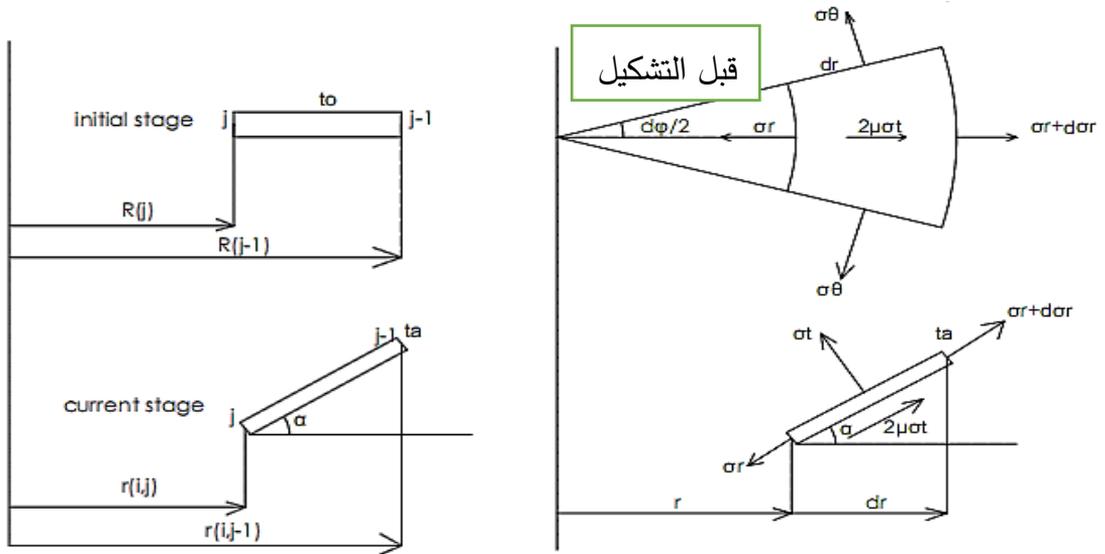
$$\sigma = \sigma_0 + E_t * \varepsilon \quad (10)$$

حيث σ_0 إجهاد الخضوع الابتدائي، E_t معامل اللدونة، ε الانفعال الإجمالي.

وللحصول على قيم الإجهادات في كل منطقة من الشريحة المعدنية والتي هي هدف البحث تم التوجه إلى ربط معادلات اللدونة السابقة مع معادلات التوازن ومعادلات ثبات الحجم لكل منطقة من مناطق التشكيل عند عملية السحب وذلك بدءاً من المنطقة الأولى (منطقة الشفة) ولتحقيق ذلك تم تحديد معادلات التوازن وثبات الحجم لهذه المناطق كل على حدة كما يلي:

المنطقة الأولى (منطقة الشفة الواقعة تحت القامط):

بأخذ شريحة عنصرية متناهية في الصغر بمسقطيها الأفقي والأمامي وواقعة في هذه المنطقة وموضح عليها الإجهادات المؤثرة وهي الإجهاد القطري σ_r والإجهاد المحيبي σ_θ وإجهاد الاحتكاك $\mu\sigma_t$ وإجهاد السماكة σ_t (الإجهاد الناتج عن ضغط القامط على الشريحة المعدنية) نحصل على الشكل (5)، ثم بأخذ نقطتين من هذه الشريحة لدراسة ثبات الحجم بين نقطتين متجاورتين قبل التشكيل وبعد التشكيل نحصل على الشكل (6).



بعد التشكيل

الشكل (5)

الشكل (6)

بأخذ توازن القوى بالاتجاه القطري (اتجاه σ_r) الموضحة بالشكل (5) نحصل على معادلة التوازن التالية (بعد اختصار $d\phi$ الداخلة في كل حدود المعادلة):

$$\sigma_r * t * r * d\phi + 2 * \sigma_\theta * \sin\left(\frac{d\phi}{2}\right) * t * dr + 2\mu * \sigma_t * \left(r + \frac{dr}{2}\right) * \left(\frac{dr}{\cos\alpha}\right) * d\phi - (\sigma_r + d\sigma_r) * (r + dr) * t * d\phi = 0 \quad (11)$$

إن الزاوية $d\phi$ صغيرة لذلك يصبح $\sin(d\phi/2) = d\phi/2$ ويمكن اختزال $d\phi$ عندئذ من كافة حدود المعادلة السابقة وهذا ما يتكرر في المعادلات اللاحقة أيضا. ولإيجاد مساحة السطح الذي يؤثر عليه إجهاد الاحتكاك $\mu * \sigma_t$ تم الاستعانة بقانون إقليدس لحساب مساحة السطح في المنتجات المستديرة [8].

بتهديب المعادلة السابقة نحصل على المعادلة التفاضلية لتغير الإجهادات مع تغير نصف القطر الحالي:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} = \left(\frac{\sigma_\theta - \sigma_r}{r}\right) * dr + \frac{2 * \mu * \sigma_t}{t * \cos\alpha} * dr \quad (12)$$

بكتابة المعادلة التفاضلية (12) على صيغة فرق منتهي وتحويلها إلى تكامل ثم بحل التكامل عدديا باستخدام صيغة Trapezoidal [4] يمكن الوصول للمعادلة بشكلها الجبري الممكن حله، حيث تصبح المعادلة السابقة (12) كما يلي:

$$\sigma r(i, j) = \sigma r(i, j - 1) + \frac{r(i, j) - r(i, j - 1)}{2} * \left[\frac{\sigma \theta(i, j) - \sigma r(i, j)}{r(i, j)} + \frac{2 * \mu * \sigma t(i, j)}{ta(i) * \cos \alpha} + \frac{\sigma \theta(i, j - 1) - \sigma r(i, j - 1)}{r(i, j - 1)} + \frac{2 * \mu * \sigma t(i, j - 1)}{ta(i) * \cos \alpha} \right] \quad (13)$$

لتحديد نصف القطر الحالي كما هو موضح بالشكل (6) نعتمد على علاقة ثبات الحجم حيث أن الحجم بين نقطتين $j-1$, j واقعتين في هذه المنطقة قبل التشكيل يحدد بالعلاقة:

$$Vb(i = 1) = 2 * \pi * (R(j - 1) - R(j)) * \left(\frac{R(j-1) + R(j)}{2} \right) * t_o$$

أما الحجم بين نقطتين $j-1$, j واقعتين في هذه المنطقة بعد التشكيل:

$$Va(i) = 2 * \pi * \frac{r(i, j - 1) - r(i, j)}{\cos \alpha} * \frac{r(i, j - 1) + r(i, j)}{2} * \frac{t(i, j - 1) + t(i, j)}{2}$$

بمساواة الحجم قبل وبعد التشكيل والإصلاح بهدف حساب نصف القطر الحالي لنقطة على الشريحة المعدنية يصبح:

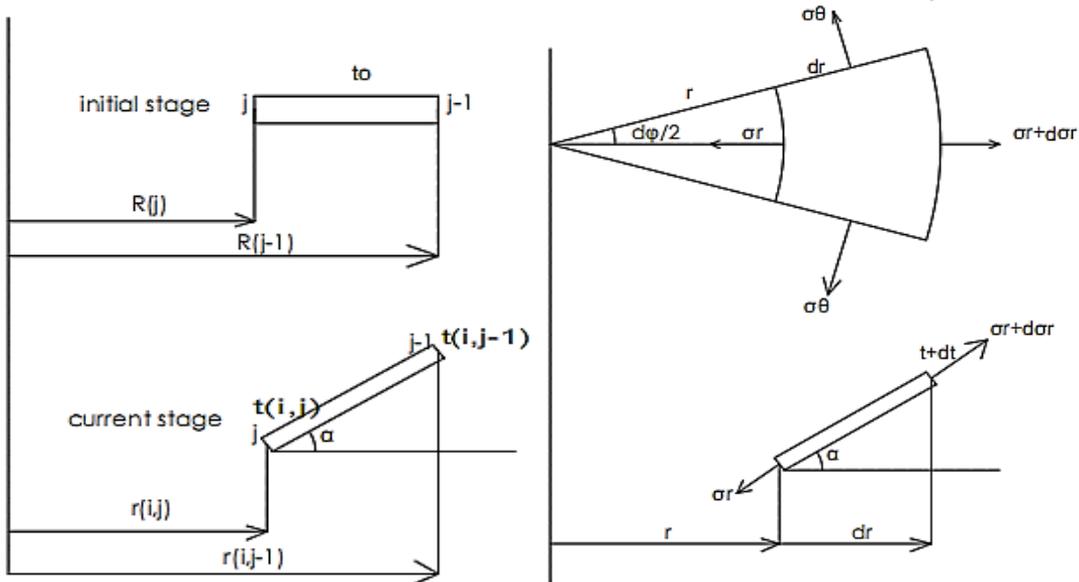
$$\begin{aligned} r^2(i, j - 1) - r^2(i, j) \\ = 2 * (R^2(j - 1) - R^2(j)) * \frac{t_o * \cos \alpha}{t(i, j - 1) + t(i, j)} \end{aligned}$$

أخيرا نحصل على نصف القطر الحالي لنقطة j عند مرحلة i كما في العلاقة التالية:

$$\begin{aligned} r(i, j) \\ = \sqrt{r^2(i, j - 1) - (R^2(j - 1) - R^2(j)) * \frac{t_o * \cos \alpha}{ta(i)}} \quad (14) \end{aligned}$$

المنطقة الثانية (المنطقة الواقعة بين القامط وحافة القالب):

بأخذ شريحة عنصرية متناهية في الصغر بمستطيقها الأفقي والأمامي وواقعة في هذه المنطقة وموضح عليها الإجهادات المؤثرة وهي الإجهاد القطري σ_r والإجهاد المحيطي σ_θ نحصل على الشكل (7)، ثم بأخذ نقطتين من هذه الشريحة لدراسة ثبات الحجم بين نقطتين متجاورتين قبل التشكيل وبعد التشكيل نحصل على الشكل (8).



الشكل (7)

الشكل (8)

بأخذ توازن القوى بالاتجاه القطري (اتجاه σ_r) الموضحة الشكل (7) نحصل على معادلة التوازن التالية:

$$\sigma_r * t * r * d\varphi + 2 * \sigma_\theta * \sin\left(\frac{d\varphi}{2}\right) * t * dr - (\sigma_r + d\sigma_r) * (r + dr) * (t + dt) * d\varphi = 0$$

بإصلاح وتهذيب المعادلة السابقة نحصل على المعادلة التفاضلية التالية:

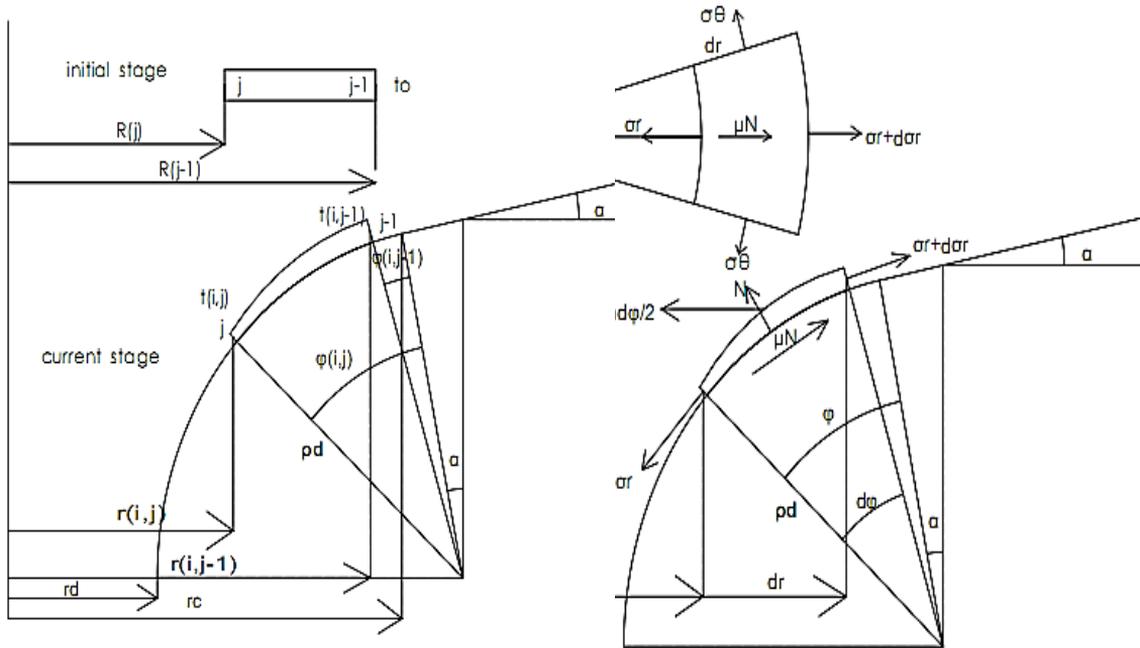
$$\begin{aligned} & d(\sigma_r * t) \\ & = \left(\frac{\sigma_\theta - \sigma_r}{r}\right) * t \\ & * dr \end{aligned} \quad (15)$$

بكتابة المعادلة التفاضلية (15) على صيغة فرق منتهي وتحويلها إلى تكامل ثم بحل التكامل عددياً باستخدام صيغة Trapezoidal [4] يمكن الوصول للمعادلة بشكلها الجبري الممكن حله في بيئة MATLAB. ومن الشكل (8) وبمساواة الحجم قبل التشكيل ($i=1$) وبعد التشكيل (i) بين نقطتين متتاليتين $j-1, j$ نحصل على نصف القطر الحالي لنقطة j عند مرحلة i كما في العلاقة التالية:

$$r(i, j) = \sqrt{r^2(i, j - 1) - 2 * (R^2(j - 1) - R^2(j)) * \frac{to * \cos \alpha}{t(i, j - 1) + t(i, j)}} \quad (16)$$

المنطقة الثالثة (منطقة حافة القالب):

بأخذ شريحة عنصرية متناهية في الصغر بمسقطيها الأفقي والأمامي وواقعة في هذه المنطقة وموضح عليها الإجهادات المؤثرة وهي الإجهاد القطري σ_r والإجهاد المحيبي σ_θ وإجهاد الاحتكاك μN وإجهاد الضغط الناظمي N نحصل على الشكل (9)، ثم بأخذ نقطتين من هذه



الشريحة لدراسة ثبات الحجم بين

نقطتين متجاورتين قبل التشكيل وبعد التشكيل نحصل على الشكل (10).

الشكل (9)

الشكل (10)

بأخذ توازن القوى بالاتجاه القطري (اتجاه σ_r) الموضحة في الشكل (9) نحصل على المعادلة التالية:

$$\begin{aligned} & \sigma_r * r * d\varphi * t + 2 * \sigma_\theta * t * \rho_d * d\varphi * \sin\left(\frac{d\varphi}{2}\right) * \\ & \cos(\alpha + \varphi + d\varphi) - \mu * N * r_m * d\varphi * \rho_d * d\varphi - \\ & (\sigma_r + d\sigma_r) * (r + dr) * (t + dt) * d\varphi * \cos d\varphi = \\ & 0 \end{aligned} \quad (17)$$

ثم بأخذ توازن القوى بالاتجاه المعامد للإجهاد القطري الموضحة في الشكل (9) ذاته نحصل على:

$$\begin{aligned} & N * d\varphi * r_m * \rho_d * d\varphi * \cos\left(\frac{d\varphi}{2}\right) + 2 * \sigma_\theta * \sin\left(\frac{d\varphi}{2}\right) * t * \rho_d * \\ & d\varphi * \sin(\alpha + \varphi + d\varphi) - (\sigma_r + d\sigma_r) * (t + dt) * (r + dr) * \\ & d\varphi * \sin d\varphi = 0 \end{aligned} \quad (18)$$

بتعويض المعادلة (18) في المعادلة (17) وبالتهذيب والإصلاح الرياضي نحصل على معادلة التوازن التالية:

$$\begin{aligned} (\sigma_r * t) = & - \frac{\rho_d}{rc - \rho_d * \sin(\varphi + \alpha) + \rho_d * \sin \alpha} * \{ \sigma_\theta * t [\cos(\varphi + \alpha) + \\ & \mu * \sin(\varphi + \alpha)] * d\varphi - \sigma_r * t * \cos(\varphi + \alpha) * d\varphi \} + \mu * \sigma_r * \\ & t * d\varphi \end{aligned} \quad (19)$$

بكتابة المعادلة التفاضلية (19) على صيغة فرق منتهي وتحويلها إلى تكامل ثم بحل التكامل عددياً باستخدام صيغة Trapezoidal [4] يمكن الوصول للمعادلة بشكلها الجبري ويمكن حلها والتعامل معها في بيئة MATLAB.

ومن الشكل (10) تصبح معادلة ثبات الحجم بين نقطتين $1-j, z$ في مرحلة α كما يلي:

$$c1 * (\phi(i, j) - \phi(i, j - 1)) - c2 * (\phi(i, j) - \phi(i, j - 1)) * \cos\left(\frac{\phi(i, j) + \phi(i, j - 1)}{2}\right) - (\phi(i, j) - \phi(i, j - 1)) * \sin\left(\frac{\phi(i, j) + \phi(i, j - 1)}{2}\right) - c3 = 0 \quad (20)$$

حيث $C1, C2, C3$ ثابت ويمكن استنتاج قيمها بعد تهذيب معادلات ثبات الحجم بين نقطتين متتاليتين في هذه المنطقة والتي تستنتج بنفس الطريقة المشار إليها في دراسة المنطقة الأولى ويتم التوصل إلى معادلاتها لتصبح:

$$c1 = \frac{rc + \rho_d * \sin\alpha}{\rho_d * \cos\alpha}$$

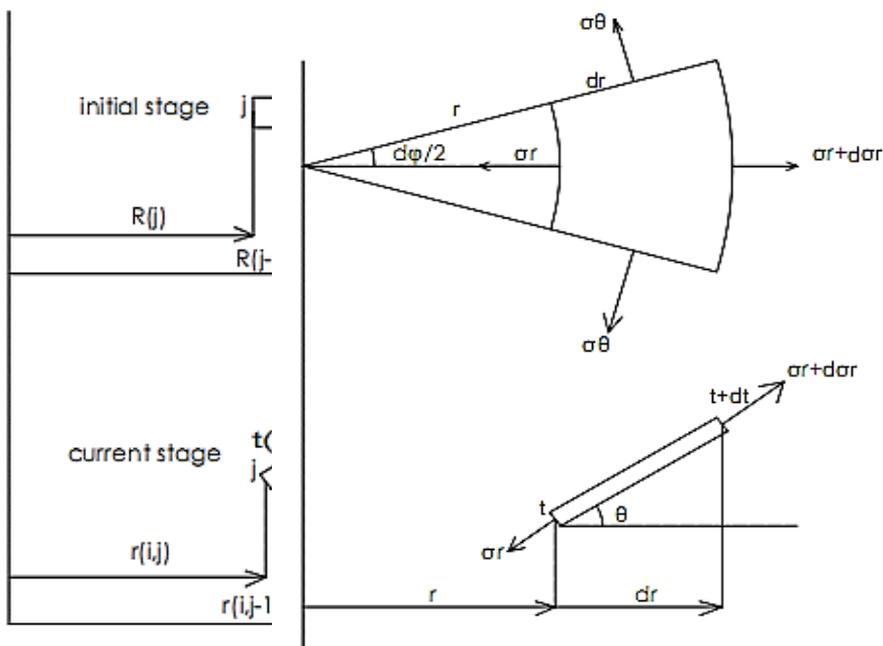
$$c2 = \tan\alpha$$

$$c3 = \frac{(R^2(j-1) - R^2(j)) * t_0}{\rho_d^2 * (t(i, j) + t(i, j - 1)) * \cos\alpha}$$

ويصبح المطلوب هو إيجاد الموضع الزاوي $\phi_{i,j}$ من المعادلة (20) ويمكن إيجاده باستخدام طريقة من الطرق العددية (طريقة نيوتن-رافسون).

المنطقة الرابعة (منطقة الجدار):

بأخذ شريحة عنصرية متناهية في الصغر بمسقطيها الأفقي والأمامي وواقعة في هذه المنطقة وموضح عليها الإجهادات المؤثرة وهي الإجهاد القطري σ_r والإجهاد المحيطي σ_θ نحصل على الشكل (11)، ثم بأخذ نقطتين من هذه الشريحة لدراسة ثبات الحجم بين نقطتين متجاورتين قبل التشكيل وبعد التشكيل نحصل على الشكل (12).



الشكل (11)

الشكل (12)

تعطى معادلة التوازن في هذه المنطقة بالمعادلة التالية [9]:

$$d(\sigma_r * t) = \left(\frac{\sigma_\theta - \sigma_r}{r} \right) * t * dr \quad (21)$$

باستخدام ثبات الحجم بين نقطتين متتاليتين $j-1$, j قبل التشكيل ($i=1$) وبعد

التشكيل (i) نحصل على نصف القطر الحالي [9]:

$$r(i, j) = \sqrt{r^2(i, j-1) - 2 * (R^2(j-1) - R^2(j)) * \frac{t_0 * \cos\theta(i)}{t(i, j-1) + t(i, j)}} \quad (22)$$

الشكل (13)

الشكل (14)

تعطى معادلة التوازن في هذه المنطقة بالمعادلة التالية [4]:

$$d(\sigma r * t) = [\sigma \theta * t * (\cos \phi + \mu * \sin \phi) - \sigma r * t * \cos \phi] * \frac{\rho_p}{r_f + \rho_p * \sin \phi} * d\phi + \mu * \sigma r * t * d\phi \quad (23)$$

باستخدام ثبات الحجم بين نقطتين متتاليتين $j-1$, j قبل التشكيل ($i=1$) وبعد

التشكيل (i) نحصل على [9]:

$$c4 * (\phi(i, j - 1) - \phi(i, j)) - (\cos \phi(i, j - 1) - \cos \phi(i, j)) - c5 = 0 \quad (24)$$

حيث $C4$, $C5$ ثوابت وتعطى بالعلاقات التالية [9]:

$$c4 = \frac{r_f}{\rho_p}$$

$$c5 = \frac{(R(j-1) - R(j)) * t_0}{\rho_p^2 * (t(i, j-1) + t(i, j))}$$

بكتابة المعادلة التفاضلية (23) على صيغة فرق منتهي وتحويلها إلى تكامل ثم

بحل التكامل عددياً باستخدام صيغة Trapezoidal [4] يمكن الوصول للمعادلة

بشكلها الجبري الممكن حله في بيئة MATLAB.

ويصبح المطلوب هو إيجاد الموضع الزاوي $\phi_{i,j}$ من المعادلة (24) ويمكن إيجاد

باستخدام طريقة من الطرق العددية التكرارية (طريقة نيوتن-رافسون).

منهجية الحل:

يبدأ الحل من المنطقة الأولى (المنطقة الواقعة تحت القامط)، ومميزات هذه المنطقة أن إجهاد السماكة سالب وأن السماكة منتظمة من نقطة لأخرى وأن الإجهاد القطري للحافة الخارجية يساوي الصفر. فعند كل مرحلة من السحب توافق نصف قطر خارجي حالي r_a يمكن حساب الانفعال المحيطي وانفعال السماكة لنقاط هذه المنطقة من المعادلات (3)، (2) بعد افتراض قيمة للسماكة t_a يتم التحقق منها لاحقا في حسابات المنطقة ذاتها. بعد ذلك يتم حساب تزايد الانفعال المحيطي وانفعال السماكة من المعادلة (6) ثم حساب تزايد الانفعال المكافئ من المعادلة (5) ثم حساب الانفعال المكافئ الإجمالي من المعادلة (9). وبعد ذلك يتم حساب إجهاد الخضوع من المعادلة (10)، وبعد ذلك يتم حساب فرق الإجهادات المحيطية والقطرية من المعادلة (7) وفرق إجهادات السماكة والقطرية من المعادلة (8). ويمكن حساب الإجهاد القطري من المعادلة (13) وإعادة حساب الإجهاد المحيطي وإجهاد السماكة من المعادلات (8)، (7). ويعتبر شرط الفصل بين المنطقة الأولى والثانية هو إما أن يكون إجهاد السماكة أكبر أو مساو للصفر أو أن يكون نصف القطر الحالي المحسوب من معادلة ثبات الحجم (14) أصغر أو يساوي r_c والذي هو نصف قطر نقطة بداية حافة القالب. وللتحقق من السماكة المفروضة نتفحص المقدار التالي [4]:

$$\sum_{r_a}^{r_b} \sigma_t * 2\pi r * \Delta r$$

فإذا كان هذا المقدار متقارب مع قوة القمط المطبقة فإن الحل يعتبر محققا والسماكة المفروضة صحيحة ويمكن الانتقال للمنطقة الثانية. إن إجهاد السماكة يعتبر مساو للصفر في دراسة المناطق الثانية والثالثة والرابعة والخامسة والسادسة

كما أشير لذلك في المرجع [4]. وفي المنطقة الثانية (منطقة بين القامط والقالب) يبدأ الحل من افتراض قيمة للسماكة عند النقطة المدروسة وبحيث تساوي سماكة النقطة السابقة، ثم يكرر حساب انفعال السماكة والانفعال المحيطي ثم تزايداتها ثم تزايد الانفعال المكافئ ثم الانفعال المكافئ الإجمالي ثم حساب إجهاد الخضوع كما في المنطقة الأولى ومن ثم حساب الإجهاد القطري من المعادلة (8) ثم حساب الإجهاد المحيطي من المعادلة (7) ومن ثم حساب المقدار:

$$A = \sigma_r * t$$

ثم حساب المقدار $B = \sigma_r * t$ من حل معادلة التوازن (15). ويقارن المقدار A مع المقدار B فإذا كان الفرق بين المقدارين أصغر أو يساوي 0.02 فالسماكة المفوضة صحيحة [4] ويمكن الانتقال لدراسة النقطة التالية، وصولاً لشرط الانتقال للمنطقة الثالثة وهو أن يصبح نصف القطر الحالي المحسوب بالمعادلة (16) أصغر أو يساوي 0.2. إن دراسة المنطقة الثالثة والرابعة والخامسة مماثلة تماماً لدراسة المنطقة الثانية مع معرفة شروط الانتقال التالية بين المنطقة والأخرى:

1. شرط الانتقال من المنطقة الثالثة (منطقة حافة القالب) إلى المنطقة الرابعة (منطقة الجدار) هو أن يكون الموضع الزاوي للنقطة المدروسة $\phi_{i,j}$ أكبر أو يساوي الزاوية θ والتي يتم افتراضها أولاً مساوية لقيمتها عند مرحلة الإزاحة القطرية السابقة والتحقق منها في نهاية دراسة المنطقة الخامسة (حافة السنك)، وحيث أنه يتم حساب المقدار B في هذه المنطقة (الثالثة) من حل معادلة التوازن (19)، ويتم حساب الموضع الزاوي $\phi_{i,j}$ من معادلة ثبات الحجم في هذه المنطقة (20) بطريقة تكرارية (نيوتن رافسون).

2. شرط الانتقال من المنطقة الرابعة (منطقة الجدار) إلى المنطقة الخامسة (منطقة حافة السنك) أن يكون الموضع القطري للنقطة المدروسة أصغر من الموضع القطري لنقطة نهاية حافة السنك والذي يتم حسابه اعتمادا على قيمة الزاوية θ المفروضة $r_2 = r_f + \rho_p \sin \theta$ حيث r_f نصف قطر حافة السنك بدون إضافة نصف قطر حافة السنك. ويحسب المقدار B في هذه المنطقة (الرابعة) من حل معادلة التوازن (21) ويحسب نصف القطر الحالي للنقطة المدروسة من المعادلة (22).

3. شرط الانتقال من المنطقة الخامسة (حافة السنك) إلى السادسة (أسفل السنك) هو أن يكون الموضع القطري للنقطة المدروسة أصغر أو يساوي r_f . ويحسب المقدار B في هذه المنطقة (الخامسة) من حل معادلة التوازن (23) ويحسب الموضع الزاوي في هذه المنطقة من معادلة ثبات الحجم (24) بطريقة تكرارية (نيوتن رافسون مثلا).

يتم التحقق من قيمة الزاوية θ المفروضة بحيث نتفحص المقدار $|\epsilon_r - \epsilon_\theta|$ فإن كان متقارب من الصفر (أصغر من 0.000001) تكون قيمة الزاوية المفترضة صحيحة [9] وإلا تعاد الحسابات اعتمادا على قيمة جديدة للزاوية θ يتم تعيينها اعتمادا على طريقة من طرق البحث التكرارية (طريقة bisection).

المادة المدروسة والقالب:

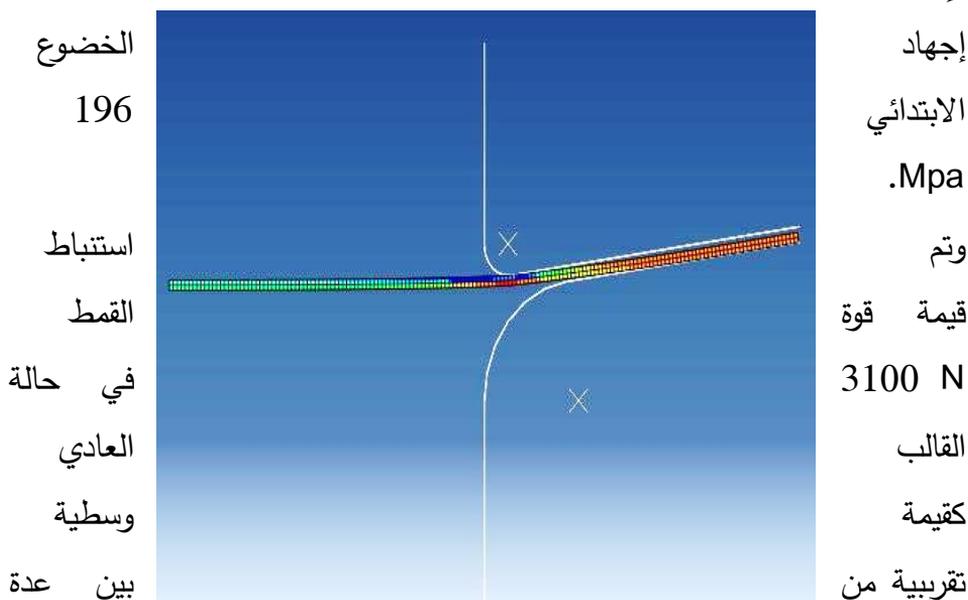
تم تحويل منهجية الحل المشروحة سابقا إلى برنامج في بيئة MATLAB وتم اعتماد المادة والمعطيات التالية [10,11]:

المادة المدروسة: فولاذ منخفض الكربون AISI 1008 سماكة 0.5 mm ونصف قطر الشريحة المعدنية 40 mm ومعامل احتكاك 0.05 ونصف قطر حافة

القالب والسنبك 6 mm وزوايا قالب 0 degree مع قوة قمت 3100 N وزاوية 7.5 degree مع قوة قمت 2325 N. ونمط التصلد bilinear وفيه:

إذا كان الانفعال المكافئ ≥ 0.15 يصبح $E_t = 1530 \text{ Mpa}$

وإذا كان الانفعال المكافئ ≤ 0.15 يصبح $E_t = 222 \text{ Mpa}$



قيم مطروحة في المرجع [11].

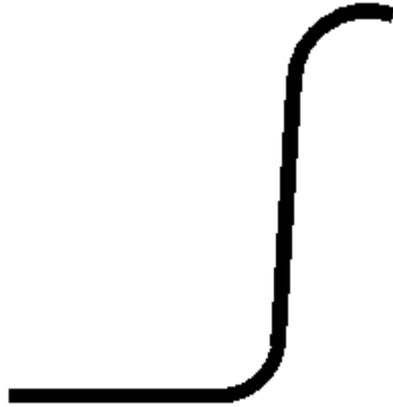
وتم استنباط قيمة قوة القمت 2325 N في حالة القالب المائل من طرح 775 N من 3100 N حيث أن 775 N هي القوة التقريبية اللازمة لإنشاء التشوه الصغير بالقامط (التشكيل بالقامط) كما يبين الشكل (15).

الشكل (15)

وبعد إدخال المعطيات السابقة إلى البرنامج المنشأ في بيئة MATLAB والذي يربط مناطق السحب للشريحة المعدنية من خلال العلاقات السابقة التي تم إيجادها يمكن الحصول على النتائج.

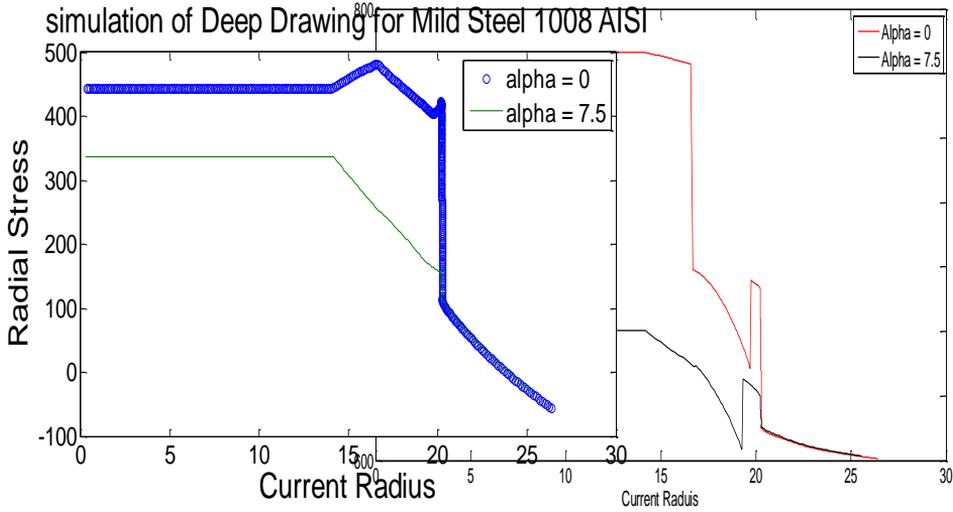
النتائج:

يبين الشكل (16) الشريحة المعدنية بعد السحب بشوط 29.5 mm.



الشكل (16)

بعد إدخال المعادلات الرياضية كما ذكر سابقا إلى بيئة MATLAB تم الحصول



على المخططات التالية:

الشكل (17)

الشكل (18)

يبين الشكل (17) مخطط توزيع الإجهادات المحيطة عبر نصف القطر الحالي للشريحة المعدنية، وكما نلاحظ أن الإجهاد المحيطي في القالب المائل (زاوية الميل 7.5°) يبدأ في منطقة الشفة حيث نصف قطر الشفة يساوي 26.5 mm من قيمة دنيا سالبة تصل إلى حوالي 590 MPa - ويتناقص تدريجياً باتجاه منطقة المركز في المنتج لتصبح قيمته 200 MPa -، ويرجع سبب قيمته السالبة إلى كونه إجهاد ضغط. يلاحظ من المخطط أنه بعد نصف القطر 20 mm يتناقص الإجهاد المحيطي تقريباً للقيمة 320 MPa - ثم يزداد إلى القيمة 580 MPa - تقريباً ثم يتناقص الإجهاد إلى القيمة 200 MPa - عند نصف قطر 14 mm وبعدها يثبت قيمة الإجهاد حتى مركز الشريحة المسحوبة

تحت السنك. أما في القالب التقليدي (زاوية الميل 0°) فإن الاجهاد المحيطي يبدأ في منطقة الشفة من قيمة دنيا سالبة تصل إلى حوالي 600 MPa - ويتناقص تدريجياً إلى قيمة الصفر عند نصف قطر 17 mm تقريباً ثم يزداد الاجهاد بشكل كبير إلى قيمة 660 MPa عند نصف قطر 14 mm وهو بداية تقوس حافة السنك من أسفل السنك ثم تثبت هذه القية باتجاه منطقة المركز في المنتج وهو يعتبر إجهاد شد محيطي.

في حين يبين الشكل (18) مخطط توزع الإجهادات القطرية عبر نصف القطر الحالي للشريحة المعدنية. ويلاحظ من المخطط أن الإجهاد القطري في حالة القالب المائل (زاوية الميل 7.5°) يبدأ من قيمة دنيا 50 MPa - عند منطقة الشفة (نصف قطر الشفة 26.5 mm) وهو إجهاد ضغط، ويزداد تدريجياً ليبلغ قيمة 0 MPa عند نصف قطر 22.5 mm ضمن منطقة حافة القالب ويستمر الإجهاد القطري بالتزايد التدريجي لنهاية منطقة حافة القالب (نصف قطر 20.55 mm) فيصبح قيمته 100 MPa (وهو إجهاد شد)، ثم يقفز بشكل صغير إلى 150 MPa في منطقة الجدار ثم يبدأ مرة أخرى بالتزايد التدريجي في منطقة حافة السنك باتجاه المركز ليبلغ قيمة 330 MPa عند نصف قطر 14 mm ويحافظ على هذه القيمة باتجاه منطقة المركز في المنتج. أما في القالب التقليدي (زاوية الميل 0°) فإن قيم الإجهاد القطري في منطقة الشفة وحافة القالب مشابهة لقيم الإجهاد القطري في القالب المائل إلا أنه في منطقة الجدار تقفز قيم الإجهاد القطري بشكل مفاجئ من قيمة 100 MPa إلى قيمة 430 MPa ثم تعود لتتخفف إلى 415 MPa في بداية تقوس حافة السنك (وهي المنطقة الأكثر تعرضاً للاستطالة والتمزق في عملية السحب العميق) وتعود قيمة الإجهاد القطري لترتفع مرة أخرى ضمن منطقة حافة السنك باتجاه منطقة المركز لتصل إلى 480

MPa تقريبا عند نصف قطر 17 mm ومن ثم تعود وتنخفض بعد هذا الموضع إلى 450 MPa عند نصف قطر 14 mm وأخيرا تثبت هذه القيمة بعد هذا الموضع إلى مركز المنتج. كما يظهر الشكل (18) أنه في حالة القالب المائل لا يحدث ارتفاع وهبوط للإجهاد القطري عند بداية تقوس السنك كما هو الحال في حالة القالب التقليدي وإنما يحافظ على زيادته التدريجية بشكل أفضل مما يبين أنه في حالة القالب المائل لا تتعرض الشريحة المعدنية في هذا الموضع الحرج إلى تفاوتات بالإجهاد ويدل ذلك على انسيابها السهل الذي لم يتحقق في القالب التقليدي.

الاستنتاجات:

نستنتج مما سبق ما يلي:

1. إن الإجهادات المحيطة في القالب المائل أقل بكثير منها في القالب التقليدي ويلاحظ الفرق في الإجهادات المحيطة في القالب المائل من القيمة العظمى إلى القيمة الدنيا هو بحدود 390 MPa أما في القالب التقليدي فإن فرق إجهادات الضغط المحيطة هي بحدود 600 MPa و فرق إجهادات الشد المحيطة هي بحدود 660 MPa وهذا يوضح أن عملية السحب في القالب المائل أفضل بكثير من القالب التقليدي.

2. يلاحظ من مخطط الإجهادات القطرية أن الإجهادات القطرية في القالب المائل أقل منها في القالب التقليدي حيث تبلغ أكبر قيمة للإجهاد القطري في القالب المائل 330 MPa تقريبا في حين تبلغ أكبر قيمة للإجهاد القطري في القالب التقليدي 490 MPa تقريبا مما يعني أن الفرق بينهما بحدود 160 MPa وهي قيمة كبيرة إلى حد ما. وهذا يدل على أن عملية السحب في القالب المائل أفضل

بكثير من عملية السحب في القالب التقليدي إذ يفسر ذلك سهولة انسياب الشريحة المعدنية أثناء عملية السحب في القالب المائل.

3. يتبين أن الإجهاد القطري متدرج في حالة القالب المائل بشكل أكبر من حالة القالب التقليدي ويتبين ذلك بوضوح في منطقة حافة السنبك.

4. يتبين أن في حالة القالب العادي يتزايد الإجهاد المحيطي أكثر عند التوجه باتجاه المركز ليتحول إلى إجهاد شد كبير، في حين أنه في حالة القالب المائل لا تزال قيمه ضمن القيم السالبة مما يدل على استمرار حالة الانضغاط المحيطة وسبب ذلك غالبا هو تأثير القامط عند نزوله والذي أدى لانضغاط محيطي في المركز وسهولة انسياب الشريحة المعدنية.

التوصيات:

1. يمكن مستقبلا تطوير النموذج التحليلي بحيث يتضمن نماذج تصلد أخرى للمادة المعدنية وبحيث يأخذ بعين الاعتبار تأثير الثني وزوال الثني (bending and unbending).
2. كما يمكن تطوير النموذج التحليلي ليأخذ بعين الاعتبار تأثير تباين خواص المادة المعدنية المدروسة وخصوصا بالنسبة لمادة الفولاذ.
3. ويوصى أيضا اعتبار دراسة التجعد والتمزق في النموذج التحليلي.

المراجع

- [1] Dixit Prakash M., and Dixit Uday S., 2008– Modeling of metal forming and machining process by finite element and soft computing methods. Springer, London, pp.590.
- [2] Vedat Savaş and Ömer Seçgin, 2009– An experimental investigation of forming load and side– wall thickness obtained by a new deep drawing die. *Springer*, pp.6.
- [3] Najmeddin Arab and Abotaleb Javadimanesh, 2013– Theoretical and Experimental Analysis of Deep Drawing Cylindrical Cup. *Journal of Minerals and Materials Characterization and Engineering*, 336–342.
- [4] WOO D.M., 1964– Analysis of the cup–drawing process. *Journal mechanical engineering science*, 6(2) , 116–131.
- [5] Vedat Savas and Omer Secgin, 2006– A new type of deep drawing die design and experimental results. *ELSEVIER*, 1330–1333.
- [6] ÖZEC C., and BAL M., 2008– The effect of die/blank holder and punch radiuses on limit drawing ratio in angular deep–drawing dies. *Springer*, 1077–1083.
- [7] ZAID A., 2016 – Deep drawing mechanism, parameters, defects and recent results: state of the art. *IOP Science*, 1–10.

- [8] VUKOTA BOLJANOVIC, Ph.D, 2014– SHEET METAL FORMING PROCESSES AND DIE DESIGN. United States of America, pp.279.
- [9] Hossam Hamdy Gharib, 2004–ANALYSIS OF THE CUP DRAWING PROCESS AND OPTIMIZATION OF THE BLANK HOLDER FORCE. *The American University in Cairo*, pp.146.
- [10] Dr. Karem M. Younis and Jalil J. Shukur, 2014– Effect of Blank Holder Inclination Angle on Deep Drawing of Round Mild Steel Cup with Flange. *University of Technology/ Baghdad*, 1764-1775.
- [11] Dr. ABDUL KAREEM FLAIH HASSAN and ALI HASOON ABDULHADI, 2014 – Finite Element Simulation of Deep Drawing Parameters Effects on Cup Wall Thickness. *University of Basrah / Basrah / Iraq*, 1-13.

